

算数・数学教育における問題解決学習の研究（10）

－表現を生かした個に応じた指導のあり方－

重松敬一
吉田明史
(奈良教育大学数学教育講座)
山口育代
(京都府加茂町立加茂小学校)

Research on Problem Solving in Mathematics Education (10)

－ An Invitation to Promote Children's Own Expressions in the Investigation on the Individualized Instruction －

Keiichi SHIGEMATSU
Akeshi YOSHIDA
(Department of Mathematics Education, Nara University of Education)
Yasuyo YAMAGUCHI
(Kamo Elementary School)

要旨：本稿では、コミュニケーションを通して筋道を立てて表現する力を育成することを目指して、指導の方法を例示した。まずは、自分なりに言葉などで表現し、その表現が友達にとっても分かりやすいものにしていこうとする学習活動を重視した。その際、教師の個に応じた言語行動を支えに授業を作っていくことが、算数の意欲を高め、筋道を立てて考え表現する力の育成につながり、そのことが考える力にもつながっていくとの示唆が得られた。しかし、これらは、一授業からの考察であり、今後さらに他の授業でも考察を重ねていかなければならない課題を残している。

キーワード：表現力 Expression、言葉 Word、個に応じた指導 Individualized instruction、コミュニケーション Communication

1. はじめに

算数の授業では、問題に対して子ども達が自分の考えを進んで発表し、いろいろな考えが黒板に板書される。子ども達は、友達の考えを聞き、「こんな方法もあるのか。」と目を輝かせ、自分の考えを深める。日々、教師の発問や説明が多い授業ではなく、子どもが友達とかかわりながら創り出す、そんな授業づくりを目指しているが、実際はなかなかうまくいかない。

K府K小学校の子どもの中には、問題の場面で理解できず、解決方法の見通しがもてない子がいる。また、答えを出すことができても、「なぜ、そのように考えたのか」と問いかけられると説明できない子が多い。算数科におけるアンケート結果によると、表1に示すように、6年生は算数の学習が、「きらい」「どちらかといえばきらい」を含め、全体の2割近くを占める。

その理由として、自分の考えが出せないが11.1%で理由を説明するのがむずかしいとの記述式回答もあった。また、算数の好きな理由として「自分の考えが出せる」を選択したのは、「好き」「どちらかといえば好き」を回答した子ども全体の1.9%という低い結果となった。

表1 算数科へのアンケート結果表

算数の学習は好きですか？	6年 (%)
好き	23.1
どちらかといえば好き	21.1
どちらでもない	28.8
どちらかといえばきらい	11.5
きらい	11.5

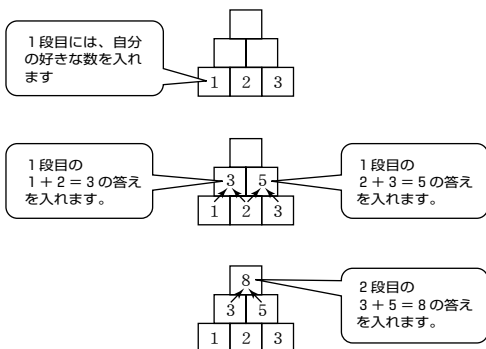
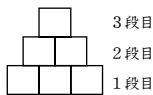
好きなわけは何ですか？	6年 (%)
計算するのが好き	11.5
自分の考えが出せる	1.9
問題を解くのがおもしろい	17.3
よくわかる	40.4
きれいなわけは何ですか？	6年 (%)
計算するのが苦手	23.1
自分の考えが出せない	11.1
問題を解くのが苦手	15.4
よくわからない	7.7

(対象児童56名、複数回答あり、平成18年7月実施)

今年の7月に報告された国立教育政策研究所の「特定の課題に関する調査(算数・数学)」では、「根拠を明らかにし筋道を立てて説明するなどの演繹的な考えや、いくつかの具体例から規則性などを見付けるなどの帰納的な考えについては、学年が上がるにつれて向上するものの、その考えを式などを用いて表現する問題などでは通過率が低い。」と指摘している。¹⁾

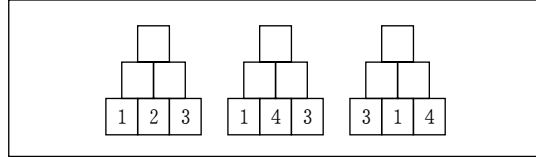
さらに、「具体的には、数のピラミッドの問題(図1)では、第4学年から第6学年にかけて通過率は、上昇しているが、最上段の数が最大になることを式を用いて説明する(2)の問題の通過率は、第6学年でも3割台であった。学年が上がるにつれて演繹的な思考に一定の伸びが見られるが、演繹的に考えることやその考えを表現することについては課題があるといえる。こうした結果の要因としては、あることがらをもとにして筋道を立てて考えたり、その過程を説明したりすることや、○○だと仮定して考えを進めることの経験が十分ではないことが考えられる。そこで、数学的に考えるとともに、自分の考えを適切に表現する指導を日々の授業に位置付けていくことが大切である。また、すでにわかっていることを基にして、「○○だから○○となる」など根拠を明らかにしながら、論理的に筋道を立てて説明するなど演繹的に考える力を育てる必要がある。」と指摘している。

右の図のような3段のピラミッドの1段目の正方形の中に1から9の中から3つのちがった数を入れて、たし算をします。



あきらさんは1段目に1, 3, 4を入れて、いろいろなピラミッドを作ります。

たし算をして、2段目、3段目にあてはまる数を書きましょう。



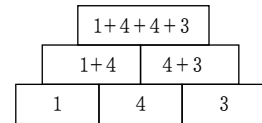
あきらさんは、次のように考えています。

えらんだ数のうち、いちばん大きい数を真ん中に入れて、3段目の数をいちばん大きくすることができます。

この予想が正しいことをたしかめるために、各段の数をたし算の式で表すことを考えます。

まず、1段目の真ん中に3つの数の中でいちばん大きい数の4を入れます。

すると、右の図のように、3段目の数は、1段目の1, 4, 3を使って、 $1+4+4+3$ と表せます。



(2) 3段目の数を表す式をもとにして、あきらさんの考えが正しいことを説明します。説明を の中に書きましょう。

説明

(18)

図1 数とピラミッドの問題

この調査結果やK小学校の子どもの情意面等をみると、低学年のうちから、学習した内容を日常事象と結びつけたり、自分なりの言葉や絵などで表現したりすることを大切にされた指導を展開していくことが、筋道を立てて考え、表現できることにつながるであろうと考えた。

2. 筋道を立てて考え、表現することを目指した指導

2. 1. 表現を重視した指導展開

自力解決でつまづいている子どもへの手立てとして自分なりのわかる言葉で問題を言い換えること、または、求めた答えは一体何を意味するのかをはっきりさせ、自分の言葉で言い換えさせることが深い理解につながると考える。その際、個に応じて、教師がどのような言語行動をおこなうか、その支援のあり方が、大

切になってくる。このことを、メタ認知（もう一人の自分）の側面から考えてみた。
重松は、授業における知識の変容とメタ認知について以下のようにまとめている。²⁾

授業や単元での知識の変容の段階

- ① 初期的・経験的知識
学習内容に対する児童・生徒自身の経験に照らして考えた知識
- ② 個人的知識
児童・生徒自身の問題意識と問題解決による知識
- ③ 修正された個人的知識
教師や同級生による説明、反対、拒否、否定、正当化などの討議（コミュニケーション）を通して獲得された知識
- ④ 共有的知識
教師などによりまとめられた学習結果
- ⑤ 自分の知識²⁾
共有的知識を自分の言葉で分かりなおして理解した知識

この5つの段階と授業における教師の言語行動との関係を右の図のように捉えた。（図2）
子どもの知識の変容は、教師の言語行動を通して、子ども自身の内的なメタ認知行動を通して促される。さらにまた、クラスの友達との討議により、知識は確実に獲得されていく。

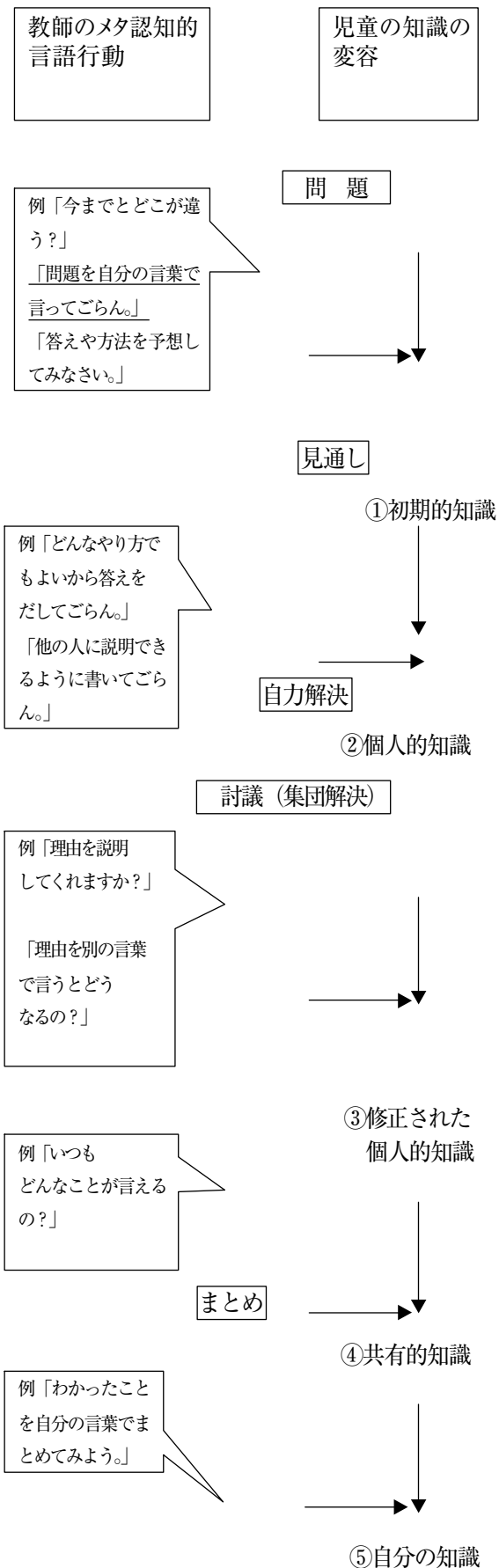


図2 表現を重視した授業展開

古藤は、算数の学習指導の場において、子どもたちが多様な考えを発表し合うことの教育的意義を理解の様相に焦点を置いて以下のように考察している。³⁾

「大脳生理学の知見によれば、人間の脳の左半球は主として論理を、右半球は直感を司っているそうである。このことをヒントに、算数の問題解決における左右の方向に関する理解を、次の二つに分けて考察することにする。左：別の考え、または他のアイデアとの比較を通して獲得する理解 右：クラスの友達とのコミュニケーション活動から触発される理解

ここで、特に強調したいのは、算数の理解が、多様な考えを持つクラスの友達とのコミュニケーション活動、つまり、練りあいの過程を通して触発され、形成されるという事実である。このように、クラスの子どもたちが直面した問題の解決のために、協力的に協議し合い、助け合いながら練りあい、学びあうことは、その答えを求める以上の価値があると考える。」

筆者らは、算数の学習場面におけるコミュニケーションを、言葉などにより、自分の考えを表現し、これを相手に伝え、他と交換し、より自分を向上していくことと捉え、算数の学習場面においても、共に自分の考えを高め合うコミュニケーションの働きが重要と考えた。

本研究では、コミュニケーションを通して筋道を立てて表現する力を育成することを目指し、言葉などを用いながら、まずは、自分なりに表現し、そしてその表現が友達にとっても分かりやすいものにしていくとする学習活動を重視した指導法を例示した。(図3)

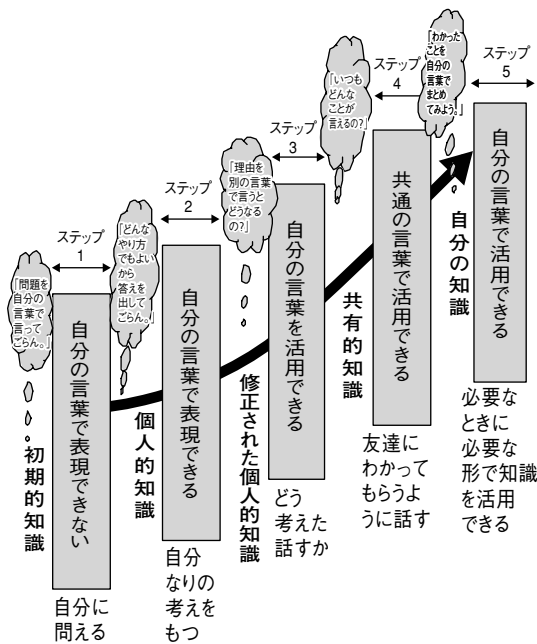


図3 筋道を立てて表現できる段階

ステップ1の自分の言葉で表現できない子に対し

て、まずは、自分に問えることから始める。自分に問えるということは、問題に対して疑問を持ったり、質問をしたりすることを通して、培われるものである。

馬場は、「授業の中で、子どもが自分なりの考えをもつためには、まず、解決の過程で、自分に問えることである。」と述べている。⁴⁾自分に問えるようになるためには、個に応じた教師の言語行動が必要になる。例えば、「乗り物の券が14枚あります。9人の子どもに1枚ずつわたすと、何枚残りますか。」では、「乗り物の券が全部で14枚あるんだな。」「子ども一人につき1枚渡すんだな。」と問題に対して場面理解ができるように、自分に問えるようになるモデルを教師が示す。そのことが、自分なりの考えをもつことにつながり、ステップ2の自分の言葉で表現することができるようになる。そして、ステップ3では、自分の表現をどう考えたか話すことを通して、筋道を立てて考える力を育成することができる。ステップ4では、自分の表現を友達にもわかってもらえるように共通した考え（一般化）につなげていき、さらに、ステップ5では、自分の言葉で活用できることを目標にしている。どの段階においても個に応じた教師の言語行動が必要となる。

次章では、算数科における表現様式、特に筆者らが着目した言語的表現について述べる。

3. 言語的表現の様式と特徴

文部科学省研究開発学校平成17年度研究開発実施報告書（東京都世田谷区立八幡山小学校）によると、「先行研究では、算数科における表現様式は、①現実的表現 ②操作的表現 ③図的表現 ④言語的表現 ⑤記号的表現 という5つに分類されることが定説になっている。それぞれの表現様式には、特有の価値があり、特に、図や記号・式などは、算数・数学科の指導内容として明確に位置づけられている。」と示されている。⁵⁾

また、平成9年度の都立教育研究所の研究紀要には、それぞれの表現様式の特徴が次のように示されている。⁶⁾

①現実的表現

「現実的表現」は、実物を用いて、現実即した操作や実験をするもので、問題の意味を理解するために効果がある。

②操作的表現

「操作的表現」は、おはじき等の半具体物をモデルとして操作する表現で、「現実的表現」と同様、この活動によって問題の意味の理解が図られる。

③図的表現

「図的表現」は、絵、図、グラフ等による表現であり、数学的な構造を明確化したり、算数・数学に

関する知識や考え方などの内容を具体から抽象までの幅広いレベルに対応して、イメージ化・視覚化して伝えたりするのはたらしきをもっている。

④言語的表現

「言語的表現」は、日常言語による表現であり、内言としての思考の様相を表出するのはたらしきがある。すなわち、頭の中で行う自己内対話としての『思考』の内容を言語によって明確化し、整理し、伝達する役割を持つものである。算数・数学の学習場面では、図や数式の意味や考えの説明を書いたり話したりする活動を主として行われている。「言語的表現」は、日常言語を用いることから、意味を明確化し、伝達する機能に優れている。したがって、「言語的表現」と他の表現との相互のよみ換えを重視して、それぞれの表現様式によって表現された内容を明確にすることが、考えを整理し、深めるために大切である。

⑤記号的表現

算数・数学で扱う記号は、数字や文字、演算記号、関係記号などで、それらを用いた数学的文章ともいえる式を中心として扱われる。「記号的表現」は、学習の対象として重要であり、とりわけ、式で表したり、式をよんだり、式を操作することが十分にできるようにすることは、算数・数学教育の大切な側面である。

筆者らは、算数・数学の学習場面では、図や数式の意味や考えを書いたり話したりする活動を主として行われていることや、「言語的表現」は、日常言語を用いることから、意味を明確化し、伝達する機能に優れていることなど、5つの表現のうち、④の「言語的表現」に着目した。

平成18年6月に文部科学省から出された、言語力育成のための教育内容の改善として「習得と探究の間にある『活用』とは、教科の言葉で書き表すことや、自分なりに書き、それを対話により深めることではないか。」と述べられている。⁷⁾

また、筆者らは、算数科だけでなく他教科との関連性という視点からも、「言語的表現」に着目している。問題を読んで場面を理解し、状況を把握することが、解決方法の見通しを持つことに有効となり、筋道を立てて考え表現できる、算数での理解力につながると考えた。

算数科の授業で言葉（言語的表現）に着目して、1つの授業実践において言語的表現の大切さについて考察した。

4. 授業実践記録による考察と例示

4. 1. 授業実践記録による考察

①対象学年 F県T小学校1年生

- ②実施日 平成18年11月16日
- ③単元名 ひきざん（2/10）
- ④本時の目標 （十何）－（1位数）で繰り下がりのあるひき算について、減加法を理解する。（知識・理解）
- ⑤既習事項 （十何）－（1位数）で繰り下がりのあるひき算について、減減法を理解する。
- ⑥前時の繰り上げ ばら³からひけないとき、ばらから先にとればいいね。

（問題提示）

かきが13こなっています。9ことります。のこりはなんこでしょう。

（中略）

T では、13並べてみてください。今日はひく数が5より大きいそうです。さあ、大きくなったら、ブロックどこから取ればいいでしょう？今日はそれを教えてもらいます。

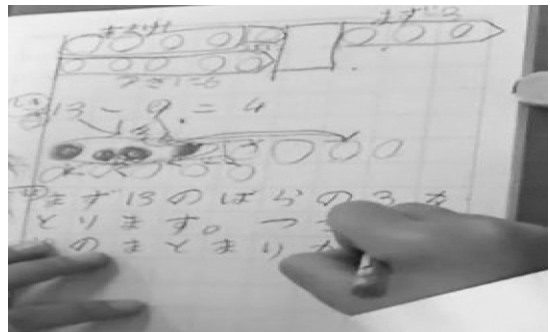
どこからとろうかな？

（自力解決の場面）

【児童の考え】

A かきが13こありました。そこでさるが木にのぼって9こたべました。のこりは、なんこでしょう。

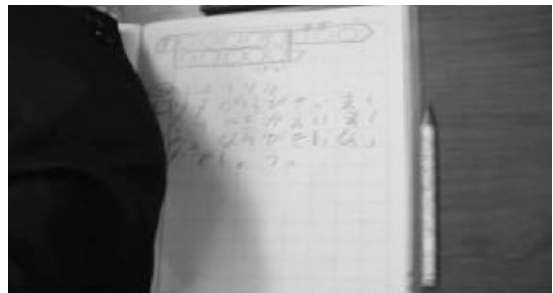
B



（記述内容）

まず、13のばらの3をとります。つぎに、10のまとまりから6をとって、4。こたえは4こ。

C



（記述内容）

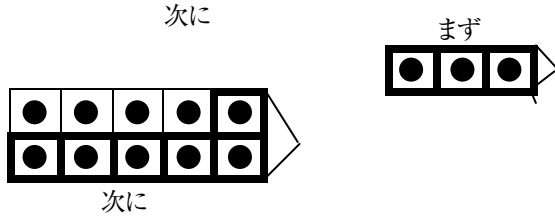
13は9と4

りすが13びきいました。9ひきかえりました。なんびきになったでしょう。

自力解決の場面では、問題場面をイメージしやすいように、自分の言葉で書き換えている児童がいた。13から9をとるには、どうすればよいか、自分の考えを図だけではなく、言葉と一緒に説明するなど、自分だけでなく友達が見てもわかりやすい表現にしていこうとする学習活動が展開されていた。

(練り上げ)

- C ブロックでやります。まず、3をこっちに出して、次にここ(10)から9を取ります。どうですか？
 C 図でやります。どうですか？



- C Iさんは、1番最後に5のまとまりから1こを取りましたね。だから、これ(図の方)も「次に」⁴を使うんじゃないですか？
 C Kさんは「Iさんは5のまとまりから1を取りましたね。」と言いましたね。
 もう一回最初からやってみます。最初にばらの3こを取ります。次に10のまとまりの5を取ります。次に5のまとまりの1を取ります。
 T いろんな取り方しましたが、全部でどこ取ったの？
 C 6こ
 C ぼくもその方がいいと思います。きのう、まず、13の3を取ってから、あまった数をひいてからひいたからまた、5のまとまりから1を取った方が、いいと思います。⁵
 T ということは、いくつといくつに分けたやり方なの？
 C このやり方ですと、ここから、6こいっぺんに取るのがむずかしいから、「次に」も使ったほうがいいと思います。
 T この考えはまとめるとどういうことになるの？

言語的表現

- C ばらさきです。
 T ばらさきだったんだね。では9はいくつといくつに分かれたの？
 C 3と6です。

ここまでは、前時のばらさきの計算方法で展開していく。ブロック図に「まず」、「次に」という言葉を書き加えることで、まず、何をするのか、次に何をするのか筋道立てて考えられ、ばらさき(減減法)の考えがより理解できていた。

- T 別の考え方でやった人いたの。Oさん、出てきて。Oさんはどんな考え方だと思う？
 C 最初、10たす3は13で、10から9をひいて1で、1+3は4だから答え4です。
 C わかった！
 T わかった？ブロックでやってみる？
 C ブロックを動かす
 C Kさんがやったことは…
 C つけたし、もう一度最初からやります。Oさんが動かしたかったのは、こういうことだと思います。



- C おー！(拍手)
 T 答えは？
 C 4です。
 T あーびっくりした。できた。みんなやってみようか？
 C 各自ブロック操作

略

- T そうすると、名前つけると何になる？
- 言語的表現
- C 気がついたことがある。11-8だったら、8を10からいっぺんに取るんじゃないかと、まず、5をとってから、3をとる方が早いんじゃないかと思いません。
 T 8はどっからとったことになるの？
 C 10からとったことです。
 T じゃ、名前は何にする？これ10から取ったの。
 C 名前は10のまとまりからたくさん何かとって、11だったら、7や8でとれるから、「10のまとまりからとれる」という名前がいいと思います。
 C 全部どんと取って、すーと動かすからどんすー⁶がいいです。 《個人の知識》
 T では、10のまとまりからどんすーにしようか。今日の大事なことは何？ 《共有的知識》
 C どんすーです。名前はどんすーだからどんと取って、すーとやれば、早く答えが見つかると思います。 《自分の知識》

授業の流れとして、この後に、「13-9は 13を10と3に分けて 10から9をひいて1 1と3で4」と

いう言い方を教師が子どもにパターン化して教えてしまうことがある。

「○は10と□に分けて 10から9をひいて1 1と□で△」「答えはどうなりますか」のように、さらに細分化された発問が続き、教え込みの授業になりがちである。しかし、この授業では、減加法のやり方を子どもの表現「どんすー」と名づけることで、10のまともりからとって、ばらをたすことが子どもにイメージでき、減加法の理解につながったと思う。

自分の表現した言葉が授業の中で使われていくことで、授業に参加する意欲がわく。また、聞いている方も、いろんな表現を鑑賞することにより、問題がより、イメージしやすくなり、理解力につながるといった。算数の学習におけるコミュニケーションにより、自分なりに考えた表現（言葉や絵など）をみんなに使ってもらえるように考えるようになって考えた。そのことが、主体的に取り組む力に結びつき、次の学習へ発展させたりする場合の重要な要素になるであろう。

4. 2. 筋道を立てて表現する力を育成するための指導例示

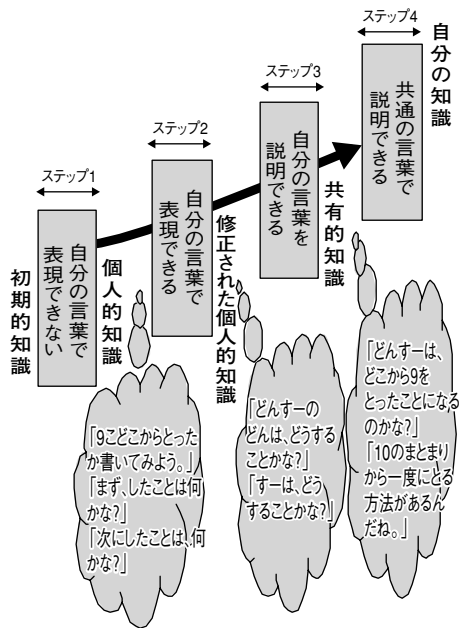


図4 筋道を立てて表現する力を育成するための指導

10のまともりから9をひいて1、1と3で4という計算の仕方について、子どもが「どんすー」と表現したことは、減加法をイメージしやすく、理解もできたと思われる。計算の仕方を自分なりの言葉で表現できていたので、次のステップとして図4にも示したように、「どんすーのどんは、どうすることかな？」「すーは、どうすることかな？」と教師の言語行動をきっかけに、自分の考えを説明できるようにすることが、筋道を立てて考える力につながるであろうと考えた。

そして、「どんすー」の表現から、だれにでもわかる共通の言葉に一般化して、さらにそのことを自分の知識として取り入れられるような、授業を展開することが大切であろう。「どんすー」という子どもの表現は、減加法を理解する上での、一つの手立てだったと思われる。このように、子どもの表現をうまくキャッチして、授業に生かすことが子どもの意欲を高め、筋道を立てて表現する力につながっていくという示唆が得られた。

5. まとめと今後の課題

本稿では、算数への意欲を高め、筋道を立てて考え、表現する力を育成する手立てについて、算数科における言語的表現に着目し、指導の方法を例示した。

特に、授業の中で、単に答えを求めめるだけでなく、なぜ、そのような答えになったのか、その考えを子どもの言葉（絵など）で表現させ、子どもの言葉で授業を作っていくことが、算数への意欲を高め、筋道を立てて考え、表現する力にもつながるとの示唆が得られた。

しかしながら、まだこれは一授業に基づく結果からの考察であり、他の授業でも同じことがいえるのかについては今後もう少し別の具体的授業を例示して考察していきたい。

また、「個人の知識・言葉」から「共通の知識・言葉」へのつなぎ方と、「自分の知識」を自分の言葉で作っていくための工夫について、研究していきたい。

謝辞

本稿では、筋道を立てて考え、表現する力の育成について、具体的実践をもとに考察した。本研究に際し、貴重な授業を提供していただいた、福井県敦賀市立中央小学校の先生方に深く感謝いたします。

註

- 1 「通過率」とは、問題ごとの正答、準正答者数の合計を解答者数で割った数値である（単位は％）解答者数には、無解答であった者の数は含め、欠席者等の数は除いている。
- 2 「自分の知識」とは、共有的知識をもとに、自分の言葉で表現し、活用できるようにした知識のことである。
- 3 13-9の問題で言えば、13を10と3に分けたとき、3のことを「ばら」と言う。
- 4 13の3から3を取って、次に10のまともりの5を取り、その次に、5のまともりの1を取るという意味である。
- 5 13-4の計算では、まず、4を3と1に分けて、

- 13から3をひいて、10から1をひいたという意味である。
- 6 13-9の計算において、「どん」は、13の中の10のまとまりから、一気に「どん」と取りさることで、10から9をひいた残りの1に、「すー」と3をもどしてくるときの動作を言語化したものである。

引用・参考文献

- 1 国立教育政策研究所 教育課程研究センター
「特定の課題に関する調査（算数・数学）調査結果（小学校・中学校）」平成18年（14-61）
- 2 重松敬一 算数・数学教育における問題解決学習の研究（2）奈良教育大学教育実践研究指導センター紀要5 1996（117-128）
- 3 古藤怜・新潟算数教育研究会 「コミュニケーションで創る新しい算数学習」 東洋館出版社 1998（17-20）
- 4 馬場敏男 「算数学習においてかく／よむ活動ができること」『生きる力をはぐくむ算数授業の創造第6巻』日本文教社1999（202-207）
- 5 東京都立世田谷区立八幡山小学校 研究開発実施報告書・第1年次 東京都立世田谷区立八幡山小学校 平成17年（15-17）
- 6 平成9年度 東京都立教育研究所紀要
- 7 文部科学省 言語力育成協力者会議配布資料 平成18年