

生涯学習としての「市民の数学」

- 実践事例の分析と考察 -

重松敬一・吉田明史
(奈良教育大学数学教育講座)
橋本勇一郎
(元高等学校教諭)

"Citizenship Mathematics" in Life Long Education
- Analysis and Consideration on Practical Research -

Keiichi SHIGEMATSU and Akeshi YOSHIDA
(Department of Mathematics Education, Nara University of Education)
Yuichiro HASHIMOTO
(Retired Teacher of Senior High School)

要旨：生涯学習の必要さが叫ばれ、カルチャーセンターが花盛りになっている。その学習内容は、華道、茶道、書道、陶芸、料理等の技術的なものがほとんどである。思考が主たる活動とする数学の中にも、生涯学習としての一翼を担えるものがあるのではないかと考えた。生涯教育としての「市民の数学」の教材内容は、どのような構造を持っているべきなのか、また、その講座運営はどのように進められるべきなのかという研究を10年間の実践を通じて研究してきた。この研究から数学も生涯学習としての一翼を担えようと考え提案したい。

キーワード：市民の数学 Citizenship mathematics、生涯学習 Life long education、公開講座 Extention lecture

1. はじめに

仕事だけに自己の人生を掛ける生き方から、自己の心を精神的豊かさで満たし、自己が向上する姿に満足感を持つような生き方が求められるようになってきた。自己の人生を豊かにし続けるために、人生を通じて学習すること（生涯学習）が必要となってきている。その内容は、華道、茶道、陶芸、手芸等の芸術関係や俳句、和歌等の文学研究、そして、パソコン講座がほとんどである。数学もこの生涯教育の一翼を担えるのではないかと考えた。その数学を「市民の数学」と呼ぶことにした。この「市民の数学」について、平成6年から平成15年まで10年間実施し、研究してきた。主として、受講した人たちへのアンケート調査、受講時の受講者の反応を観察することによって、「市民の数学」の教材の構造、講座運営の方法が正しいかどうかを確かめながら、研究を進めてきた。

講座開講時間数は、次の通りである。

平成6年 10時間、平成7年 16時間
平成8年 10時間、平成9年 16時間

平成10年 10時間、平成11年 10時間
平成12年 8時間、平成13年 8時間
平成14年 8時間、平成15年 8時間

2. 「市民の数学」の目標

「市民の数学」の目標は、市民の立場に立ったより具体的な事象を数学的に考察することを通して、数学を学ぶことの楽しさや思考する楽しさを感じさせ、学びの仲間を増やすなど、心豊かな生き方が出来るようにすることだと考える。この目標が達成されているかどうかは、「受講されて楽しかったですか」等々と設問するアンケートによって調査した。それと共に、「家族や周りの人に講座の内容を説明したり共に受講することを勧めますか」という設問のアンケート調査によっても調査した。生涯学習の学習段階には、3段階あると考えている。その第三段階にある人は、上記の「市民の数学」の目標を十分達成した人であると思えるからである。下記にその3段階を示す。

第一段階 講座を受講するだけ

- 第二段階 講座を受講する者同志で討議したり結論を話し合える
- 第三段階 講座を受講していない家族や周りの人に講座の内容を説明したり共に受講することを勧める

3. 「市民の数学」の講義方法

受講者は受講することを強制されていないので、受講者自身が、続けて受講したいと思わなければ、受講する人はいなくなる。面白いと思ったり、楽しいと思ったり、分からなかったことが分かるようになったと思ったり、今までは知らなかった人と共に受講することが楽しいと、受講者が感じることによって、講座が成立する。このことを考えて講座を展開することが必要である。もちろん、受講者が家庭の人達と話し合い、考え合える講座内容でなければならぬことは言うまでもないことである。下記に、講義するときの注意すべきポイントを示す。

受講者の色々な考え方に共感すること。

受講生の色々な考え方を発表する時間を十分に取ること。

講座の終わりには家族で考えられるような課題を提示しておくこと。

提示しておいた課題を考えてきた人には、十分な時間を取って発表してもらうこと。家族で話し合ったことなども発表してもらうこと。

少人数のグループで話しあって結論を出したり、共に相談して実験ができるようにしたりすること。

受講生の思いつきが少し間違っているても良い点があればそれを評価し発展させるようにすること。

明らかに間違っていることでも具体的な反例を示し「このような場合はうまくいかないの、もう少し広げて考えてみてはどうだろう」と言うような話し方をして、受講生にダメージを与えるような言い方をしないこと。

4. 教材選択の視点

学校数学への嫌悪感が強い受講生だけに、教材を選ぶ場合、次のような分類視点を考え、この分類の種類を多く満たす教材を選んだ。

- 分類1 日常生活の中で「初めて気が付いた」と受講生に驚きを起こすような導入で、知りたいと思う興味付けができるもの
(生活の中の数学を知る)
- 分類2 実験実習が出来、受講生が自分で確かめたいという意欲を起こさせるもの
(自分で試して数学を知る)
- 分類3 グループで互いに助け合いながら実験や実習

をし、グループ間で討議しながら楽しく学習できるもの

(協力しながら学習する数学)

分類4 その時代の科学的考えとその時代の実験道具で実験したとき、多くの工夫があったことが分かるもの

(工夫の歴史を知る)

分類5 考え方や理論の進歩が分かるもの

(理論の歴史を知る)

分類6 現在の社会で活用されている具体的事例が分かるもの

(役立っている数学を知る)

分類7 学んだ事柄をさらに発展させるとどのようになるかという発展方向が分かるもの

(生涯を通じて学習する数学を知る)

分類8 探求的課題で自らが思考を深めていくもの

(自己の思考を高める数学)

分類9 家族で考えられるもの

(家族と考える数学)

5. 受講者の状況

受講者の状況は次の通りである。

色々な年齢の人が受講している(20歳代から70歳代の男性、女性)

受講している人の数学の学習内容や深さは様々である

未知のことを学習することに喜びを感じている生活の中で積極的活動している人々である

6. 実践教材とその分類

実施してきた十年間の教材を前述の第4節での分類で分けると下記の表のようになった。その年度の講義の内容に分類項目に属するものが、1つでもあれば、「1」を付した。

	分類1	分類2	分類3	分類4	分類5	分類6	分類7	分類8	分類9
平成6年	1	1	1			1			1
平成7年	1	1	1	1			1	1	
平成8年	1	1	1				1		
平成9年	1	1	1						
平成10年	1	1	1	1	1	1		1	1
平成11年	1	1	1		1		1		1
平成12年	1	1	1		1		1	1	1
平成13年	1	1	1			1	1	1	1
平成14年	1	1	1						1
平成15年	1	1	1		1		1	1	1
合計	10	10	10	2	4	3	6	5	7

「生活の中の数学を知る」「自分で試して数学を知る」「協力しながら学習する数学」「家族と考える数学」が多かった。もう少し詳しく教材内容を次に示す。

平成6年度の教材

- ・ねずみ講の恐ろしさ(分類1、分類9)
- ・倍々の恐ろしさ(分類1、分類9)
- ・田の広さを巻尺で測る(分類1、分類2、分類3)
- ・求積の考え、ダム貯水量を求める(分類1、分類2、分類3、分類6)
- ・騙しのテクニック、壺算、釣り銭泥棒(分類1、分類9)

平成7年度の教材

- ・正多面体、準正多面体作り(分類2、分類3、分類5、分類8)
- ・色々な方法で円周率を求める(分類1、分類2、分類3、分類4、分類7)

平成8年度の教材

- ・ヒボナッチ数列、葉序、黄金分割(分類1、分類2、分類3、分類7)

平成9年度の教材

- ・グラフ電卓とCBL¹⁾を使って関数を体験する(分類1、分類2、分類3)
- ・物理の公式をCBLを使って確かめる(分類1、分類2、分類3)
- ・最適なグラフ表示を考える(分類1、分類9)

平成10年度の教材

- ・江戸の数学(分類1、分類2、分類3、分類5、分類6、分類9)

- ・新編塵劫記より(分類5、分類6)
- ・算木による計算(分類3、分類4、分類5)

平成11年度の教材

- ・小学校の教科書の中の楽しい数学(分類1、分類2、分類3、分類5、分類7、分類9)

- ・球の表面積を求める(分類1、分類2、分類3)

平成12年度の教材

- ・教科書の中の楽しい数学(前年の続き)(分類1、分類2、分類3、分類5、分類7、分類9)

- ・2組の連続する2数に関する課題(分類8)

平成13年度の教材

- ・暗号を解こう(分類1、分類5、分類7、分類8、分類9)
- ・暗号を作ろう(分類2、分類3)
- ・RSA暗号²⁾を知ろう(分類6、分類8)
- ・模擬RSA暗号の実習(分類2、分類3、分類6)

平成14年度の教材

- ・ピン球で四面体を作る(分類1、分類2、分類3、分類9)
- ・巴戦は公平か(分類1、分類2、分類9)
- ・マンホールの蓋はなぜ丸い(分類1、分類2、分類3、分類6、分類9)

- ・小さな中に無限大のものがある(分類5、分類8)
- ・どちらが高価か調べる(分類3、分類9)
- ・あなたの誕生日は何曜日か(分類1、分類2、分類9)

- ・二つの長い列車を対向させられるか(分類1、分類2、分類3、分類4、分類9)

平成15年度の教材

- ・石取りゲーム(分類2、分類3、分類9)
- ・断ち合せの問題(分類1、分類2、分類3、分類9)
- ・タイルの敷き詰め(分類1、分類2、分類3、分類9)

- ・パラドックスについて(分類1、分類3、分類5、分類7、分類9)

7. 講座の実際

7.1. 平成13年に実施した講座の報告

平成13年の教材「暗号を解こう」「RSA暗号を知ろう」の講座展開は、児童文学の探偵小説から始まり、暗号の歴史を学習し、その後、グループでの暗号を作り、他のグループがこの暗号を解くという学習をした。その後、RSA暗号の原理を学習して、RSA暗号を使い数字を送るという模擬実習をした。最後に、RSA暗号の持つ危険性までの学習をした。講座の最終日に実施したアンケート調査で、「興味がもてた」と回答した受講者は75%であった。素朴に起こる興味から高度な内容のものまでを実験実習しながら学習するものが、「市民の数学」に適するものと考えられる。この年の講座内容をさらに詳しく次に示す。³⁾

6月2日(土) 18:30~20:30

- ・暗号について
- ・「サンチャゴは雨」「トラ、トラ、トラ」「サッポロ一番、出前だ」はどんな暗号か考える。
- ・安達征一郎著の「少年探偵ハヤトとケン『暗号がいっぱい』」を読む。一番目の暗号の解説を討議しながら解説する。二番目の暗号は、次週までの課題とする。受講者は暗号文を持って帰る。

6月9日(土) 18:30~20:30

- ・前回の暗号が解けた人はいなかった。本を読み進めて、解説のヒントを得て解説した。
- ・コナン・ドイルの「シャーロック・ホームズ」のシリーズの中にある「踊る人形」を読み、ホームズは、どのようにしてこの解説をしたのかを学習した。
- ・色々な暗号について学習する。
 - 文字の書換による暗号
 - 配列を換えた暗号
 - 長い長文に暗号文を隠す方法
- ・簡単な暗号を解く

課題 1

- (1) 暗号文 「てせろおひち」
平文 「あすはくもり」
- (2) 暗号文 「よゐみんあすせむ」
平文 「????????」

課題 2

- (1) 暗号文 「12、34、62、24、76、93」
平文 「あすはくもり」
- (2) 暗号文 「62、82、16、23、62、82、55」
平文 「????????」

課題 3

- (1) 暗号文 「朝、冊、旗、粕、的、雷」
平文 「あすはくもり」
- (2) 暗号文 「肩、足、樽、糧、肩、足、幸」
平文 「????????」

・グループに分かれて、暗号文を作る。他のグループが解読を試みる。解読出来なかったので、次週までの課題となる。作られた暗号は次の通り。

グループA

解けた暗号

暗号文 す つ せ ゆ む
平文 あ か い は な

解読して欲しい暗号

暗号文 せ も む せ ぶ
平文 「??????」

グループB

解けた暗号

暗号文 H I N E I N E U
平文 な つ ま つ り

解読して欲しい暗号

暗号文 K I K A D A W I M I
N I M A T U K U
平文 「??????????」

グループC、グループD、グループEのものは省略。

6月30日(土) 18:30~20:30

- ・前回のグループで作った暗号を解読する。
- ・シーザー暗号について考える。
- ・暗号のコード化、コード暗号の解読方法を考える。
- ・乱数を加えた暗号についての学習をする。

7月7日(土) 18:30~20:30

- ・公開暗号とはどのようなものか、公開暗号の必要さ、公開暗号の原理を学ぶ。
- ・RSA暗号の原理を学ぶ。
剰余形の計算が使われている。
100桁の数を素因数分解するためには、何百年も掛かる。
剰余形で計算する時、累乗を繰り返すと、あるところで一番初めの数にもどる。
- ・RSA暗号を使って数字を送る実習をする。
素数97と89を使って公開鍵を作り、数字を送ることを試してみた。発信する時は、8633(97と89の積)

の剰余形で、送りたい数を17乗した数を送る。受信側は、受信した数を8633の剰余形で、497乗する。するとはじめの数字が現れる。17乗の17と8633の剰余形の8633は公開する。497乗の497は、自分だけの秘密とする。497は次のようにして求める。二つの素数(97、89)からそれぞれ1を引き、その最小公倍数1056を求める。 $17X - 1056Y = 1$ を満足するX、Yを求める。X = 497、Y = 8
・RSAが使われない理由の学習をする。

7.2.平成13年の受講生へのアンケートより

受講生の講座に関する感想文は次のようであった。
・現在IT化の流れの中で、パソコンをやり始めており、情報化の時代の中で興味深く受講しました。
・講座の組立が非常に良かったと思います。初歩的な暗号から、順次、高度な暗号(RSA)ものに、移っていくところが大変興味深く、受けさせて戴きました。
・未知の世界に接し、難しいながらも楽しかった。
・専門的な暗号の一部に触れ、未知の世界を垣間見たような気がして興味深かった。
・暗号を組み立てて行くことに興味がもてた。
・いろは、アイウエオ、数字の組み合わせなど、先生のお話が楽しく良く分かりました。
・世の中のいろいろな事柄には暗号があり、表だけでなく、裏があるという考え方を教えていただいたのだと思います。それが興味深かったです。

8.全受講生へのアンケート調査

8.1.平成6年から平成13年までに「市民の数学」を受講した全員へのアンケート調査

調査期間 2002年4月29日~5月15日

調査人数87名 郵送法で調査、無記名での回答
回答者 52名 (回収率59.8%)

回答者の年齢

20歳代	1名、	30歳代	5名
40歳代	9名、	50歳代	19名
60歳代	15名、	70歳代	3名

回答者の性別

女性 43名、 男性 9名

「市民の数学」を受講した年数(調査までの最長は8年)

8年	3名	7年	1名	6年	1名
5年	5名	4年	2名	3年	7名
2年	14名	1年	18名	無記入	1名

「市民の数学」を受講されて「数学は楽しいものだ」と思われていますか

大変楽しかった	23名
少し楽しかった	27名

余り楽しくなかった	2名
「数学は役にたつものだ」と思われていますか	
大変役に立つと思う	16名
少し役に立つと思う	31名
余り役に立つと思わない	5名
「市民の数学」を受講されて「自分の人生を少し豊かにした」と思われますか	
大変豊かにしたと思う	9名
少し豊かにしたと思う	34名
余り豊かにしたと思わない	8名
「市民の数学」の講座があれば、受講することをお友達にも勧められますか	
友達にも勧める	28名
分からない	20名
勧めない	3名
無回答	1名
これまで受けてこられた「学校数学」に感じられていたことと違った数学への見方、感じ方を持たれましたか(複数選択)	
考えることは楽しいと思った	42名
皆で話し合い学習できるので楽しい	38名
数学の楽しさは教え方によると思った	38名
数学でも実験して学べる者だと思った	32名
数学も生活に役立っていると思った	30名
法則性を見つけるのも数学だと思った	28名
試験がないので楽しく学べると思った	27名
易しい教材でも高度な考え方があり	
それを知ることが楽しい	22名
現在に到るまでには多くの理論の上に積み上げられてきたのだと思った	21名
色々な工夫や考え方で数学が発展してきたと思った	20名
数学は専門的な事柄の基本に	
なっていると思った	17名
これを発展させるとどうなるか	
と考えるのも数学だと思った	16名
難しいことまで学べるのは楽しい	14名
三角形の内角の和が180度にならない世界もあるのだと思った	10名

8.2. 平成14年、平成15年受講生へのアンケート調査

「市民の数学」の内容をご家族の方に話されましたか

よく話しをした	13名
少し話しをした	28名
余り話しをしなかった	9名
無記入	2名

9. 実践的示唆

アンケート調査で、「市民の数学は楽しかった」と回答した人は96%、「自分の人生を豊かにした」と回答した人は81%、「講座の内容を家族の人に話した」と回答した人は79%であった。また、「受講することを周りに人に勧める」と回答した人も54%であり、「市民の数学」の目標が達成できたと考えられる。よって、「市民の数学」も生涯学習の一翼を担えると分かった。「市民の数学」の講座実施上で大切にしなければならないことは、第3節の「市民の数学」の講義方法、第4節の教材選択の視点で述べたが、授業方法のポイントで特に大切にしなければならないことを再度確認する。

みんなが相談しながら学習できること

実験実習ができ、身をもって試すことができること

教材は、日常的な素朴な疑問の解決から出発しそれに関係する高度な内容までを学習できること

考えを深め議論し法則性などを見つけ出せること

家族みんなで色々と考えたり、話し合えること

10. 今後の課題

「市民の数学」は種明かしをするマジックに似ている。毎年受講する人がいるから、二度同じ学習はできない。このために教材探しに多くの時間を掛けなければならない。一人の担当者だけでは到底出来ないことである。多くの協力者による教材探しが必要である。

講座内容が進み、高度になると、数学以外の分野の多くのことも学習していることが必要になってくる。例えば、「RSA暗号を知ろう」では、RSA暗号が何故使用されていないのか、量子コンピュータが出来ればRSA暗号もすぐに解読されることになるのかと言う現在の最先端の事情まで知っている必要がある。

「市民の数学」に適する教材を選ぶためにも、また、その内容を講義するためにも、担当者には学問の量とその深さが必要とされる。一人の人間では到底対応できるものではない。常に多くの人の協力があってこそ、持続性のある生涯教育を担う「市民の数学」になると思える。

註

- 1) C B L グラフ電卓に接続して実データを収集し解析する機械。Calculator-Based-Laboratoryの略称
- 2) RSA暗号 桁数が大きい合成数の素因数分解が困難であることを安全性の根拠とした公開暗号

参考文献（一部のみ記載）

- 3) 吉村啓 1979 「数と暗号」 日本放送出版協会
一松信 1980 「暗号の数理」 講談社
R・Wクラーク 新庄哲夫訳 1981 「暗号の天才」 新潮社
エドワード・ローアン 豊田穰訳 1979 「盗まれた暗号」 三笠書房
長田順行 1985 「暗号」 社会思想社
長田順行 1989 「西南の役と暗号」 朝日新聞社
辻井重男 1999 「暗号と情報社会」 文芸春秋
小塚洋司 1996 「バーコードの秘密」 掌華房