

わかる数学の授業を構築するための基礎研究 (1)

吉田明史・重松敬一*

奈良教育大学教職開発講座

(平成20年5月7日受理)

Preliminary Research on Constructing of Lessons Which Students Can Understand the Contents of School Mathematics

YOSHIDA Akeshi and SHIGEMATSU Keiichi

(School of Professional Development in Education Graduate School of Education

Nara University of Education, Nara, 630-8528, Japan)

(Received May 7, 2008)

Abstract

In this article, we sort out some ideas about the understanding of mathematics in the teaching and learning processes of school mathematics. At first, we have reviewed some confusions in that processes and various previous studies that considers the kind of understanding. However, when thinking the understanding that processes of mathematics is constructed in the school, it is necessary to grasp understanding more practically, we think.

Firstly, we analyzed teacher's "Understanding that processes" by using questionnaire, and classified the understanding object. And, we recognized that the following three aspects of understanding were important to construct the understanding that processes through the research on teaching: to clarify the understanding object, to devise making the object understood and to confirm students' understanding mathematics using clear and simple method.

Key Words : the understanding teaching and learning processes, the object of understanding, the confirmation of students' understanding, school mathematics

キーワード : わかる授業
わかる対象
わかったことの確認
算数・数学

1. はじめに

筆者らは、先の研究⁽¹⁾で「わかること」について佐伯や村上らの論文をもとに考察し、「わかる授業」の改革への視点を、教師論、児童生徒論、教材論、指導過程論、授業形態論の5つの視点からとらえようとした。そして、いくつかの授業をこれらの視点で振り返り、主に次の3点が課題として浮かび上がった。

- ・各学校では、教師は当然のごとく「わかる授業」を心がけて授業をしているが、「わかる授業」とは何かということの認識が一致していない。
- ・教師自身が「わかること」と「できること」の関係を曖昧にし、「わかる」ということを無定義的に使っている。
- ・実施した授業が、本当に「わかる授業」になってい

* 数学教育講座

るのかということについての検証がなされていない。

その後、この研究を踏まえ平成19年度から3年間「わかる数学の授業を構築するための基礎研究」(科学研究費補助金(基礎研究(A))に取り組み、「わかる授業」について構造的に考究しているところである。

本稿では、昨年度の取り組みを振り返り、「わかること(理解)」について整理し、いくつかの実践授業をもとに「わかる授業」を構築するための視点を整理する。

2. 教員の「わかる授業」への意識

平成19年(2007)の5月以降、研修会等で学校を訪問するたびに、算数・数学における「わかること」につ

いて、図1に示すような調査をした。この調査は、本調査に向けた項目整理のための調査で、小学校、中学校及び高等学校の教員を対象に実施(総計68名)したものであるが、教員の意識の一端を整理することができた。

このうち、筆者らが注目したのは、①と④である。①の回答からは、(ア)教員が「わかること」の対象をどのようにとらえ、(イ)その対象についての「わかり」を実現するための授業をどのように展開しようとしているかが読み取れる。

(ア)「わかること」の対象

「何が」わかるのかという、わかることの対象については、意味、意義、必要性、根拠、説明、有用性(活用法)、解き方(求め方)、面白さといったものの外に、「自分が何をどのように理解しているか」がわかる、「わかり方」がわかるというような「メタ理解」に及ぶものもあった。先行研究でも課題としていたことであるが、「わかること」の対象は回答者によって実に多様であるものの、「計算ができる」「問題が解ける」など「できること」でもって「わかる」と受け止めている回答が、多く見られた。

(イ)「わかる授業」のとらえ方

「教師には目指す目標があり、その目標にそって授業が進められ、それが達成されたとき「わかる授業」である」という、ごく一般的な主張も見受けられる。

- ①先生にとって「わかる授業」とはどのような授業でしょうか。
 ②教材研究をされるときに、「わかる授業」をするために心がけておられることは何ですか。
 ③授業中に、児童生徒が「わかる」ためにあなたはどんな創意工夫をされていますか。
 ④授業の最後などに、児童生徒が「わかった」ことをどのようにあなたは把握されていますか。
 ⑤あなたにとって、児童生徒がわかっていないと実感するのはどんなときですか。

図1 アンケート調査

この主張の問題点は、教師が目指す目標に「わかる」という要素がどのように組み込まれていたかということにある。高等学校段階では、納得できる説明ができる授業、教師の発言スピードに生徒の認識・理解がついていっている授業、生徒が授業の狙いを読み取れる授業等、小中とは異質の回答が見受けられた。

「わかること」の対象が何かによって、「わかる授業」のとらえ方は異なるが、「必要性や意味がわかる授業」といった、(ア)の対象にかかわって「わかる授業」を説明したものの外に、本来は③の回答に属すると思われるが、次のような「わかる授業を実現するための方法」を取り上げた回答も見受けられた。

- ・「なぜ」「どうして」ということを考えさせる。(仕組みや理由、構造をつかませる。)
- ・第三者に、学んだことや自分の考えを説明させる。(納得できる説明ができる授業)
- ・既習事項を使って考えさせる、学んだことが(数学内外に)活用されていることに気付かせる。(実生活につながるような話をする。)
- ・直観的に理解(解釈)できるように導く。
- ・情意面を大切にする。(喜びを味わせる、楽しい・面白いと感じさせる、驚かせる等)

一方、④の「わかること」の把握法については、客観的事実に添って行うものと、主観的な判断によって行うものとに整理できた。

・客観的事実による把握

発言・発表の内容と量、テスト(小テストを含む)、ノート、プリント、ワークシート、振り返り等を書かせる学習感想(作文)等から把握

・主観的判断による把握

児童生徒の目の輝き、表情(わかった表情等)、態度(話についてきている、聞いていると感じ取れる態度等)

特に、小学校の教員に見られる特徴として、主観的判断に基づいた「わかること」の把握が大切にされている。多くの教科を指導している小学校教員にとって、他の教科と比較して算数の授業に見せる子どもの態度・表情等で、「わかること」を把握するという主張は一定理解できる。

ところで、④は、「…児童生徒が「わかった」ことをどのようにあなたは把握されていますか。」という問いであったが、用いる手段は示せてもそれを基に、どのように判断するかの基準まで述べているものはほとんどなかった。つまり、客観的事実をとらえても、具体的にその事実をどのような基準に基づいて「わかっている」と判断したのかは不明なままで、主観的な判断によって把握しているものと思われる。

「7割以上の生徒が、その時間の8割以上の内容を理解できたと実感できる授業。」といった、理解のとらえ方が曖昧な回答も見受けられた。なお、調査項目中②、③及び⑤は、①の項目と関連づけられるものであり、①のとらえ方によって様々な回答が寄せられた。

わかる授業をするための工夫として、②の回答は次のように整理できる。

・指導技術の工夫

表現・説明のしかたの工夫（教材教具の開発と活用、イメージを大切に例示、わかった気にさせる等）、実験の導入、板書の工夫、発問・指示の整理、共感的な応対等

・既習の内容や実生活と関連づける

・児童生徒やクラスの特徴等を想定する

・授業の構成等

考える時間を与える、考える手段をいくつももたせる、内容の精選、演習（活動）を授業の中心に据える、学習過程の流れを大切に、「わからない」を大切に、問題づくりに取り組ませる、単元のまとめとして、自分なりの言葉で、弟や妹に教えるための教科書をつくらせる等

以上の調査から、「わかること」についての整理と、「わかる授業」を展開していくための視点の整理が必要であると考えた。

3. 「わかること」について

「わかること」を「理解すること」という視点で捉えるとき、「理解」については様々な先行研究がある。

平林⁽²⁾は、「理解」の教授学的位置について、まずどの授業においても、「技能の練習」「理解」「問題解決」「問題設定」というアスペクト（相）をもっていると述べている。そして、授業の主要な「相」がどれであるかによって指導形態や指導方法（学習指導案も）が大きく変わるが、前の二つが主に学習指導要領で規定され、後の二つは教師の自主性と教授技量に任されていると述べている。このような説明の上で、「理解」そのものが人間の内的現象であるだけに、如何にして理解をうむ顕在的、具体的な活動を設定するのか、また、「理解した」ことをどのように把握するかという問題もあり、「理解」が数学教育研究上の基本問題であるとしている。

小山⁽³⁾は、理解についての講演の中で、算数・数学教育における数学的理解に関する先行研究を紹介している。筆者らがこの講演で、興味を持ったのは、R. R. Skemp (1976) が理解の様相について述べた「関係的理解 (relational understanding)」と「道具的理解 (instrumental understanding)」が、1979と1982に改善を加えていることである。(図2)

V. Byers & N. Herscovics (1977) は、「関係的理解」と「道具的理解」では内容（数学的アイデア）と形式（その表現）の区別が考慮されていないということから、「直観的理解（問題を、前もって分析することなく解決する能力：intuitive understanding）」と「形式的理解（数学的な記号や表記を適切な数学的アイデアと結びつけ、これらの数学的アイデアを一連の論理的推論に組み込む能力：formal understanding）」を付け加え、数学的理解の「四面体モデル (tetrahedral model)」を提案した。このことを受けて、R. R. Skempは、図2に示すように1979年には、 2×3 のマトリックスモデルを、1982年には、 2×4 のマトリックスモデルを提案している。

1979モデル		理解の種類		
		道具的	关系的	論理的
心的活動様式	直観的			
	反省的			

1982モデル		理解の種類			
		道具的	关系的	論理的	記号的
心的活動様式	直観的				
	反省的				

図2 R. R. Skempの「理解」

数学の「理解」の様相をとらえる際に、このようにより分析的にとらえ、理解の種類が広がっていくプロセスは興味深い。ただ、ここでは、何を理解するという対象は意識されていないで、理解そのものの種類を、活動様式をもとに分類している。

本稿で課題にしようとしている「わかる授業」の展開では、理解の種類を認識することも重要であるが、理解の対象によって理解の種類がどうなるかという疑問もある。そういった意味で、E. J. Davis (1978) がとらえる「理解」も興味深い。彼は、理解はその対象となる知識によって異なるとらえ、学校で教えられる数学的知識を数学的概念、数学的一般化、数学の手続き、数的事実の4つに分け、それぞれ2つの水準からなる次のような1つのモデルを提案している。（「」内に、順に水準1、水準2を示した。）

- ・ 数学的概念の理解
「概念の例と反例」「概念の特徴」
- ・ 数学的一般化の理解
「一般化が何をいつているかを理解すること」
「一般化がなぜ真であるかを理解すること」
- ・ 数学的手続きの理解
「手続きがいかにすばうまくいくかを理解すること」
「手続きがなぜうまくいくかを理解すること」
- ・ 数的事実の理解

「数的事実が何をいっているかを理解すること」
「数的事実がなぜ真かを理解し、そのよさがわかること」

ここで示されている「数学的知識」は、単に「知っていること」に留まらず、「よさ」という言葉が含まれているように、数学への関心も含んでいる。

本研究では、このE. J. Davis (1978) がとらえる「理解」を参考に、「わかる授業」構築のためにより実践的に「わかること」の対象を明らかにすることが必要だと考えた。そこで、国が示している学習指導要領や評価規準(参考資料)を参考に、理解について次のように整理してみた。

(1) 概念、原理、法則(定理、公式、用語)にかかわるもの

意味、必要性、意義、(成り立つ)性質・特徴、関係、仕組み・成り立ち(基にしているもの)、背景

(2) 思考・判断にかかわるもの

数学的な見方や考え方(類別できること、～の考え、考え方)、統一的・多面的な見方、調べ方、根拠

(3) 表現・処理(技能)にかかわるもの

解き方、手順、求め方、表し方、まとめ方、方法、しかた、読み方、比べ方、描き方

(4) 関心・意欲・態度にかかわるもの

活用されること、利用できること
計算で求められること、～を用いて(～を基にして)説明(表す)できること、類別できること、
・有用性、よさ
発展してきたこと、用いられてきたこと・かわり(場面)、役割(はたらき)
・面白さ、たのしさ

実際に、学習指導要領等では、「理解」という言葉は表1に示すように使われている。平成20年度では小学校で88箇所(「知ること」は「理解」に含めていない)もある。

		1	2	3	4	5	6	計
小学校	H10	5	11	15	17	17	18	83
	H20	5	13	18	21	20	11	88
		1	2	3	計			
中学校	H10	13	11	9	33			
	H20	17	12	15	44			

表1 学習指導要領の「理解」の数

学習指導要領では、大項目で「～について理解する」と述べ、その理解の具体的な対象(要素)を小項目で述べている。例えば、中学校3年では大項目で「二次方程式について理解する」と述べ、その下の項目では、「二

次方程式の必要性和意味」、「二次方程式の解の意味」として理解の対象を示している。

筆者らが整理した項目(1)～(4)は、まさにこの小項目に相当するものである。実際には、それぞれの項目に理解のレベルが存在するものと考えられるが、そこまでの考察には至っていない。

このように理解の対象を整理することによって、何をいつどのように理解させたいのかということが明確にでき、これまで曖昧にしてきた「理解」をより鮮明にとらえられると考える。また、この調査の過程で、今回の中学校学習指導要領では、必要性和意味が一体のものとして理解の対象になっていること、見出し理解するというように、数学的活動と一体化した理解の記述のあることもわかった。

4. 実践事例による「わかる授業」の考察

ここでは、筆者らと一緒に「わかる授業」の構築に取り組んでいる、奈良女子大中等教育学校 横弥直浩教諭と渋谷幕張学園中高等学校 八田弘恵教諭の実践事例を取り上げ、「わかる対象」をどのように考え、どのように授業を構築したのかについて考察する。

(1) 奈良女子大中等教育学校横教諭の取組

この取組は、単元「平行線と線分の比」における「等積変形」を身近な事象から数学化しつつ学習させるものであった。授業前に、提案された課題設定は次のようなものであった。

「右図のように、四角形ABCDの土地が折れ線EFGを境界として、二つに分けられている。点Eを通る直線を新しい境界線に改め、二つの土地の面積を変えないで変形したい。どのような境界線を引けばよいか。」

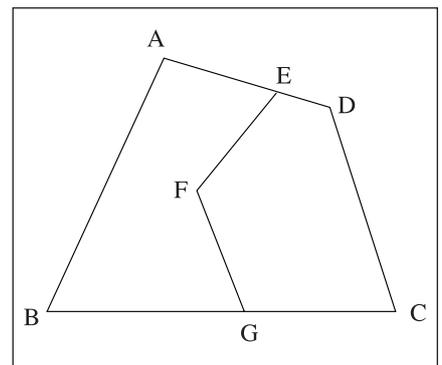


図3 土地の分割

(図3)

また、この課題の解決の後に、「点Eを通らなくてよいとしたら…」という学習過程を想定していた。この授業では、評価の四つの観点から目標が次のように示されていた。

- ・土地についての現実の問題を、等積変形の幾何の課題に数学化しようとする。(関心・意欲・態度)
- ・作図したり、試行錯誤を通して、等積変形の方法を考

える。(数学的な見方や考え方)

・五角形を四角形に、四角形を三角形に等積変形できる。
(表現・処理)

・三角形の等積変形を理解する。(知識・理解)

事前の検討会では、筆者らは次の4点について協議し合った。

- ア 課題設定と学習過程について
- イ 生徒にわかってほしいこと
- ウ わかる授業への工夫
- エ わかったことの確認方法

アについては、「点Eを通る直線」と限定して特殊な場合を考えて一般化すべきか、「点Eを通る直線」という制限を外した一般的な課題を与えて、生徒が特殊な場面から考察を進めていくようにすべきかについて協議した。その際、「点Eを通ること」を前提とすることによってそこに現れる数学的な考え方は変わってくることや、学習の過程でコンピュータを使うかどうかによっても展開は変わってくることを視点に当てた。

イについては、単に知識・理解の観点から目標に示されているものではなく、「わかる授業」という観点から授業者が提案していた「わかってほしいこと」について協議した。授業者が挙げたのは「平行線を使うと三角形の等積変形と見ることができ、いろいろな方法で等積変形が考えられること(数学的な見方や考え方)」、「図形の等積変形ができること(表現処理)」であった。

ウについては「前の授業で、台形における三角形の等積変形を学習しておく。」「点を固定して等積変形がしやすい状況で考えさせる。」「等積変形が現実問題でも役に立つことを知らせる。」「PCを使って考えても、定規と鉛筆を使って考えてもよいことにする。」との提案があった。

エについては、授業中に配布するプリントで、作図の様子や、言葉で等積変形を説明させるほか、授業アンケートを実施することとしていた。

授業前の協議では参加者がいろいろな観点で意見を述べた。この検討会は、みんなで学習指導案を作り上げるというのではなく、あくまでも授業者に様々な指導観から情報を提供するものとし、授業をどのように再構成するかは、授業者に最終判断を任せることとした。このようにした理由は、授業者の積極的な思いが授業に反映され、授業後の協議が充実すると考えたからである。

実際の授業では、課題設定は次のように変わっていた。

「土地の問題である。四角形ABCDの土地が折れ線EFGを境界として、二つに分けられている。二つの土地の面積を変えないで新しい直線を引いて二つに分けたい。どのような境界線を引けばよいか。」

授業者は当初の設定を変えるのに、ずいぶん悩んだよ

うであった。課題の一部を替えることは、事前の授業、本時の学習過程、使用するプリントの変更を迫られる。

事前の授業では、次のような問題を用意して、線分の比から面積の関係を把握させようとした。

「AD//BCである台形ABCDにおいて、対角線の交点をOとする。このとき、(1) $\triangle ABC = \triangle DBC$ であることを証明せよ。(2) $\triangle AOB = \triangle DOC$ であることを証明せよ。」
(問題に図は与えられていない)

授業では、2点EGを結ぶことに気づかせるための発問、配布プリントに複数個の図を用意して多様な解答を促すための工夫が見られた。

授業後のアンケートでは、ねらいとする「わかってほしいこと」にかかわる回答は、「等積変形を使った二等分のしかた」「平行線の有効活用」等全体の28%であったが、「数学が日々の生活に活用できる」「等積変形がいろいろなところで使える」「発想が大事」「前時のことが使える」「数学って自由だ」などの有用な回答を寄せていたのが34%あり、「わかったこと」が教師の思惑以上に広がっていた。また、「友達の意見を聞く時間のある授業(83%)」「進行速度が適当な授業(79%)」「じっくり考える時間のある授業(72%)」「自ら考えや解決法を発見できる授業(72%)」「今までの学習とのつながりがわかる授業(72%)」という回答がみられ、授業が生徒主導で進められたことが裏付けられた。

この授業で得た知見は、「授業者が事前に提案し、それについて参会予定者が自由に議論し、実際の授業実施については授業者に一任」という方法論の意義を改めて見直す契機となった。また研究メンバーの共通理解、考え方の異同を知ることができたことである。

さらに、この授業を実施して確認できたことは次の5点である。

- 1) 課題の提示のしかたの検討と具体化
- 2) 生徒の解決法に対する検討
- 3) わかる授業への取組
 - ・わかってほしいことの明確化
 - ・わかる授業への工夫
 - ・わかったかどうかの授業中、授業後の確認方法の明確化
- 4) 講義調の授業ではなく、授業における生徒同士、教師と生徒との的確なコミュニケーションの場の設定
- 5) 的確なワークシートの工夫

(2) 渋谷幕張学園中高等学校八田教諭の取組

この取組は、2直線のベクトル方程式を基に、2直線の位置関係を考えさせる授業である。授業者は「わかってほしいこと」として次の5点を挙げた。

- ・媒介変数tが変数であること
- ・媒介変数は直線ごとに異なること

- ・空間上の直線が交わるということは x 、 y 、 z 座標がすべて一致すること
 - ・方向ベクトルとは何かということ
 - ・ベクトルを使って考えることのよさ
- また、「わかるための方策」として、次の6点を挙げた。

・「直線の方程式を求めよ」という単刀直入の問題ではなく、次のような課題を設定する。

$$2直線 \frac{x+2}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{5} \dots \textcircled{1}, \frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{4} \dots \textcircled{2} \text{は、}$$

どんな位置関係にありますか。

- ・直線の方程式を導いた過程を振り返らせる。(過程を振り返ることにより、媒介変数の必要性と意味を理解させようとした。)
- ・具体的な位置関係を方向ベクトルで考察することのよさを味わわせる。
- ・授業中の誤答を取り上げ、それを活かしながら授業を進める。
- ・多くの生徒の考察を発表させ、相互の意見で理解を深めさせる。
- ・考察を書かせる→発表させる→他人の意見を聞く→さらに深く考察する、という流れを作り、じっくりと考察する時間を与える。

さらに、「わかるための評価」として、次の3点を挙げた。

- ・ワークシートを利用し生徒の思考の変容を分析する。
- ・感想を書かせたり放課後に面接を行ったりする。
- ・授業中の机間観察とワークシート及び生徒面接で聞き取ったことを基に、授業の流れの時間系列に添って、生徒のわかりかたをチェックし自己の授業改善に活かす資料として残す。(学習指導案に「わからなかった」「なんとなくわかった」「わかった」「深くわかった」を四段階の記号で記入)

授業を終えた生徒の感想では、「根本的なことを確認して、今までやっていたことの意味がわかった。」「直線の公式の意味がわかった。」「ベクトルの考え方と直線の式の関係がわかった。」といった、意味理解、関係理解などについて記述しているものが多かったが、「自分がいかに理解よりも公式の暗記に頼っていたかということがわかった。」という、自分の学習姿勢について振り返るコメントもあった。

この授業は、高等学校の授業が「表現・処理」を中心として進められることが多い中で、生徒の「わかり」を確立するために、中学校との接続を意識しているところに特徴がある。多くの授業では、直線の方程式を求めさせたり、2直線の交点を求めさせたりするが、この授業は、中学校の図形を意識させ、そこから媒介変数の必要

性、方向ベクトルの意味、方向ベクトルのよさなどの理解に重点が置かれている。対象をこのように向けたとき、自ずから授業展開に工夫が必要となり、ワークシートの示し方にも工夫が求められる。この授業のワークシートは次のように作られている。

$$2直線 \frac{x+2}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{5} \dots \textcircled{1}, \frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{4} \dots \textcircled{2}$$

がある。次の問いに答えなさい。

- 1) どんな位置関係にありますか。
- 2) その理由を説明しなさい。
- 3) ①②の直線はそれぞれどのような直線ですか。
- 4) ①の直線の方程式を作った過程を説明しなさい。
- 5) 2)で説明できなかった人は、3) 4)をもとにして2直線がどんな位置関係であるか、またその説明を書きなさい。
(ベクトルを学習してわかったことは何ですか?)
(ベクトルのよさは何だと思いますか?)

「わかる授業」を展開する上で、このワークシートのように、「考えたことの原因」「公式の成り立ちの原因」などを言葉で書かせることが、高等学校の数学においても重要である。このような問いかけは、中学校での既習内容を振り返らせ、代数と幾何の領域をまたぐ統合的な理解につながると考えられる。

また、多くの生徒は、2直線の交点を求めるために、直線①と②上の任意の点の座標をパラメータ s 、 t を使って、それぞれ $(-3s-2, 2s, 5s+2)$ ($2t-3, -t-3, 4t$)と表し、例えば、 x 座標と y 座標が一致したとして、連立方程式

$$\begin{cases} -3s-2=2t-3 \\ 2s=-t-3 \end{cases}$$

を解き、この解($t=11, s=-7$)が z 座標を一致させることにはならないと知る($5s+2 \neq 4t$)。しかし、このことから3次元空間において2直線がどのような位置関係になっているのかを理解できない生徒がいる。この授業は、このような生徒に位置関係を執拗に問うことによって、代数的に問題を処理した結果を図形的に意味付け、空間のイメージを確かにする実践例であると考えられる。

6. まとめ

授業考察の視点としてよく用いられるものに、教師、教材、子どもという枠組みがある。教師のわかるための授業構成、その要素となる教材開発・設定、そして、子どもの変容をとらえる評価のしくみというとらえ方である。先に挙げた「わかる授業」を構築する三つの視点(わかってほしいことの明確化、わかる授業への工夫、わかったかどうかの確認方法の明確化)は、これをより具体的に展開しようするものである。つまり、わかる対象が授業案に反映され、わかるための工夫が教材や教師

の指導過程に含められ、わかったことの評価を子どもの活動内容・変容の事実から捉えるということである。

本研究では、「わかること」を「理解すること」ととらえた場合、理解の種類分類に様々な見解のあることを整理した。「わかること」と「できること」の相異は、それぞれのカテゴリーを見極めることで把握できたが、「わかる授業」を構築していくためには、「わかる対象（わかってほしいこと）」を明確にすることが先決であると考えた。その対象としては前述したように「数学的な概念、原理、法則等」、「思考・判断」、「表現・処理」、「数学への関心・意欲・態度」を想定した。

「わかる対象」が明確になれば、今度は「わかる授業に向けた工夫」や「わかったことの評価の方略」を事前に考察することが重要であり、とりわけ「わかったことの評価」と「わかる対象（わかってほしいこと）」との整合性を図ることが当面の課題であると認識している。ただ、生徒が答えるアンケート内容とわからせたいことの対象が一致していることが理想であるが、アンケートに記載された記述内容から、より広い生徒の「わかり」を羅生門的に把握することも、その後の授業設計には大切な視点と言える。つまり、こちらが期待していた「わかってほしいこと」以上に、数学のすばらしさ、面白さなどを感得してくれたことを大切に、予想外の「わかり」が生まれた原因を探り授業改善に活かすことも大切であると考えたい。

7. 今後の課題

生徒に「何がわかったのか」と問うことは、「何がわからないのか」を問うに等しい。「わからないこと」が言えるようになれば、「わかっていること」と「わからないこと」との区別が付いていることであり、「わかり」のきっかけとなるものである。

「わかったことを書きなさい」と指示されて、書くことがない生徒がいる場合には、わからなければならない対象を見失っているのであり、教師が意図的にどの「わかる対象」に重点を置いて理解を促したかという授業方法に振り返って検証することが必要である。

「わかり」を確認するのに、テストを用いることもあるが、実際にはできることをもってわかると判断している場合は、わかることの対象を明確にしていないことさえある。テスト問題の改善工夫についてもより深く研究を進める必要がある。これには、国立教育政策研究所の教育課程実施状況調査や全国学力・学習調査の問題が参考となろう。

また、「わかり」を子どもたちの発言や表情、自己評価カード、ノートチェックで把握することも多い。しかし、「わかっている」と判断する基準についてどの程度

の設定が必要であるのかについても検討する必要がある。

さらに、「わかることの対象」を明らかにしたとして、「わかること」と「できること」との関係である。「わかればできる」「できればわかる」というのは本当か、ということである。筆者らの理想は図

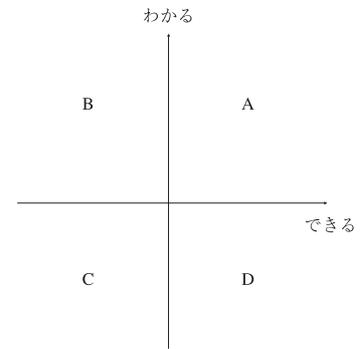


図4 「わかる」と「できる」

4で示す、Cの領域に入っている生徒が少なくとも領域BやDに、最終的にはすべての生徒がAの領域に入りたいと願うところである。しかし、実際には、表現・技能をみるテストに慣れた生徒がDの領域に入っている可能性が高いし、こだわり続けるB領域に入る生徒も予想される。この領域BやDに入っている生徒の様相を把握し、「わかること」についてのケースを集めることも必要であると考えている。

最後に、生徒の「理解」を調べるときに、単位時間や短期間の「理解の過程」を見るだけでなく、長期間にわたって理解のプロセスを調べることも必要である。その意味で、本研究では生徒の学びのプロセスを、小・中・高との接続の視点からとらえることも必要であると考えている。まだ、この部分については十分な知見は得られていないが、指導内容（系統）、指導方法（板書等のスキル、教材教具の扱い）、評価（達成把握）の観点から調査研究をする必要がある。

参考文献等

- (1) 吉田明史、重松敬一、2007、奈良教育大学紀要 第56巻 第1号 「わかる算数・数学授業の構築のための基礎的研究」
- (2) 平林一榮、1987、数学教育における活動主義的展開、東洋館出版
- (3) 小山正孝、2007.8.23、科学研究補助金による研究（代表者 吉田明史）の理論的考察を深めるために奈良教育大学にて実施した講演の資料「算数・数学教育における数学的理解に関する研究」