

奈良教育大学数学研究会会誌

飛火野

1999.6. 第 15 号

奈良教育大学数学研究会会誌刊行会

目 次

1	巻頭言	1
2	数学教室の近況報告 神保 敏弥	2
3	特集 ～ 児童の頭の中 ～	3
	・「メタ認知」の理解は算数にどう役立つか 重松 敬一	
	・ 将来の基礎・基本；数的な力を発達させること 日野 圭子	
4	研究報告	15
	・算数学習における好き嫌いの研究 島田 万樹子	
	・結び目の数学 山本 眞子	
5	自由投稿	29
	・黄金分割比 ～数の不思議～ 南 春男	
	・四角錐の体積 神保 敏弥	
	・夏の算数、数学教室を振り返って 河上 哲	
6	1998年度 卒業、修士論文	37
7	1998年度 数学研究会活動報告	63
	・算数、数学教室 竹國 賢志	
	・教育実習を終えて 興梠 友見	
	・学部旅行のスケッチ 三上 いづみ	
	・大学祭 竹國 賢志	
8	編集後記	66

ご挨拶

飛火野編集員一同

数学会員の皆様におかれましては、各方面でますますご活躍のこととお慶び申し上げます。「飛火野」も今回で15号を発行することになりました。発行にあたり、どこから手をつければ良いか、何をすれば良いのか全く見当がつかずにいた私達編集委員を支えつづけてくださった多くの先輩がたに改めて、感謝の意を表します。

今号は「教材」というテーマに基づいて先生方が書かれたものを編集いたしました。算数・数学嫌いが目立つ今日、算数・数学の授業で出会う教材一つで好きになることもあると思います。従って今号が少しでも皆様のお役に立てれば嬉しく思います。

「飛火野」15号も第5号以来続いてきた、企画、編集、発刊の全てを“学生の手で”行っていこうという考えのもとで取り組んできました。しかし本誌の在り方については今まで様々な問題が取り上げられてまいりました。私達は「飛火野」が単なる報告誌として存在するのではなく、例えば、ある研究発表を載せることにより多くの人の理解を得、そしてそこから新しい課題や研究目標を見付け出せる、そのような存在であるべきであると考えています。そして、そのときに始めて「飛火野」は今まで以上に意味のある研究誌になっていくはずですし、更なる向上を期待できるはずです。ですから私達はこれからの「飛火野」はそういうものにしていかなければならない、と考えております。

先にも述べましたが「飛火野」を作っていく上で、全てを“学生の手で”行っていく過程には幾つかの壁にぶつかることがあります。そこで会員の皆様方にもぜひ「飛火野」作に参加していただきたいと考えております。また、まだまだ不満なところも多いとは思いますが、これからもこの「飛火野」に対する相変わらぬご支援・御協力をよろしくお願い申し上げます。

数学教室からの近況報告

平成 10 年度年次幹事 神保敏弥

新緑のすがすがしい季節のなか、皆様お元気でお過ごしのことと思います。

改革の波は教育系大学にも及び、本学でも 4 年前新課程が発足し初めて卒業生が出たこの春に、新免許法にも対応し学生定員削減にも対応すべく、さらなる学部改組によって次のように変わりました。

旧	210 名	—————→	学校教育教員養成課程(定員 130 名)
中学校教員養成課程		新	教育・発達基礎コース(35 名)
小学校教員養成課程			言語・社会コース(30 名)
幼稚園教員養成課程			理数・生活科学コース(35 名)
養護学校教員養成課程			身体・表現コース(30 名)
特別教科(書道)教員養成課程			

総合文化科学課程(定員 85 名)	—————→	総合教育課程(定員 125 名)
国際文化コース		生涯学習コース(30 名)
芸術文化コース		芸術文化コース(25 名)
環境科学コース		文化財コース(20 名)
科学情報コース(25 名)		環境教育コース(20 名)
		科学情報教育コース(30 名)

(教育学部学部学生定員 295 名) —————→(教育学部学部学生定員 255 名)

学校教育教員養成課程はスリムになりより充実を期し、総合教育課程は、「教育」の文字が示すように、教育学部の中にあるソフトな新課程として再編成されました。

改組に伴って、教官の両課程への関わり方が、主担当と副担当というように明確にされました。小中の数学専攻は理数・生活科学コースに含まれました。このコースは、理科教育、数学教育、家庭科教育、技術科教育の 4 履修分野で構成されています。1 回生はコースとして学び 2 年次からは、上の履修分野か生活履修分野の一つを選択する事になります。このため数研の算数・数学夏期講習の 1 回生の関わり方が検討されています。情報数理専修は科学情報教育コース（新たに技術科も加わった）に含まれ大きな変化はありませんでした。

大学院は、「夜間コース」がさらにこの 4 月からスタートしました。学校に勤務していても夜大学院で学ぶ事ができるコースで、数学教育専攻にも一名が入学されています。

その他では、教育実践センターに、SCS「大学間通信ネットワーク」が設置されました。時代にふさわしく衛星を利用して、大学間の会議、研修会、講義（教育）などに、新しいメディアの活用が期待されます。

数学教室スタッフも学部改組のため、平成 9 年度、10 年度と実に忙しい日々を送ってきました。学部改組のため凍結されていた窪谷先生（情報数理）、菊池先生（代数学）の後任人事も解除され、10 月採用として今人事が進められています。これは学生にも私たちにとりましても待ち遠しいことの一つです。就職につきましては、情報数理の卒業生はおおむね行き先が決まりましたが、教員採用数の激減により、小中数学専攻の卒業生にとっては大変厳しい年となりました。教員志望の卒業生の多くはいま常勤講師として頑張っています。後何年かすれば、教員採用の需要が増えるとの予想を多くの人から聞いていますが、その予想が一年でも早く実現する事を願うばかりです。

最後になりましたが、今後とも数学研究会にはよろしくご支援の程お願い申し上げます。

特集

児童の頭の中

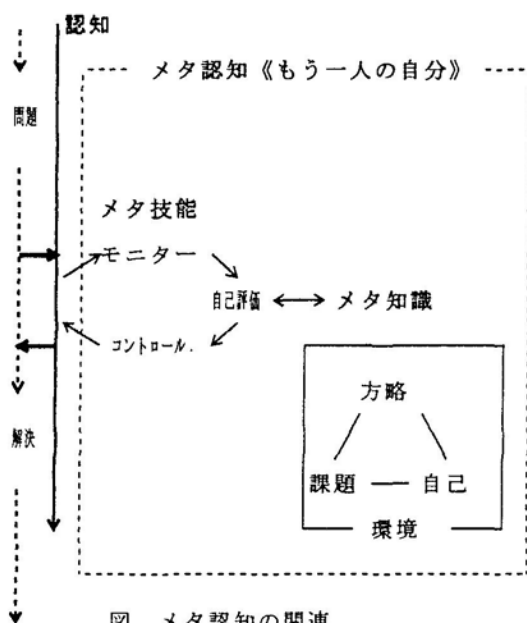


図 メタ認知の関連

2. メタ認知の特徴

(1) よいメタ認知と悪いメタ認知がある

メタ認知の働きを考えると、そのメタ認知が問題解決や学習に、より有効に働く肯定的なメタ認知と阻害的に働く否定的なメタ認知を区分して考えることができる。

「図形が好き」というのは、課題に関する肯定的なメタ知識であり、これが図形学習を楽しく支えていく。

反対に、「算数が苦手。」という否定的な自己に関するメタ知識をもっていると、例えば、授業の中で「解答に自信がもてない」という不安が積みまうことが多く、「教師や友達の解答が正しい」と思いこみ、それを聞いておくだけでよいという受け身の行動を取りがちである。このメタ知識を改善しない限り、主体的な学習への改善が図れないことになる。

(2) メタ認知は発達的に変わる

メタ認知の発達のには、小学校の中学年が大切な時期といえる。この頃に、児童自身にも、

頭の中のメタ認知（もう一人の自分）が意識され始める。

さらに、年齢の増加によってメタ認知は次のように変わる。

- ① 児童のもつ方略に関するメタ知識などが量的に増え、いろいろな問題をうまく解くことができるようになる。
- ② 児童のもつメタ知識が質的に変わり、問題解決などの場面にうまくメタ認知を働かせることができるようになる。解くだけでなく、うまく解けるようになるのはこのメタ認知の発達による。

3. メタ認知の育成（内なる教師）

メタ認知は、よい問題解決の経験とともに、授業などでの教師の説明、発問、指示、評価に関する言葉掛けが、児童の中に口癖のように蓄えられ、育成されると考えられる。その教師には、学校での実際の教師だけでなく、時として友達、自分や家庭、社会では各々の教師的存在である人が考えられる。

この意味から、メタ認知の形成過程を強調したとき、メタ認知を「内なる教師」という擬人的な表現で呼んでみたい。

この内面化においては、教師の適切なメタ認知的支援のアドバイスと、そのアドバイスによるよい問題解決や学習の経験が大切となる。

例えば、「どんなやり方でもよいから答を出してごらん。」という言葉がけで問題解決が促進されなかったときは、「今までの方法が使えないか？」、さらに思案するようなら、「昨日の方法は使えないかな。」とより直接的なメタ認知的支援を行い、問題解決の経験をした上で、方略に関するメタ知識として、「今までの方法を使うことが大切だ。」などのメタ認知が育成

される。

4. メタ認知理解からの実践的示唆

(1) 授業中に児童はメタ認知を働かせ自分の知識を作っていく

例えば、6年の児童が、「比の値を使って解決できる。」という算数の知識があり、新しい問題を解いている場面をみてみよう。

(モニター) 先生と同じか

(自己評価) ちがう

(加算のメタ知識) 「先生と同じ方法はよい方法だ。」

(コントロール) よい方法ではない

(自己評価) 自信がない

この児童は、「算数はできない。」という否定的な自己に関するメタ知識をもっていたためにこのようなメタ認知的活動が起こったものであり、自分の知識を自信をもって作れないでいる。したがって、ここでは自分の解決方法に自信がもてるような支援が必要であり、授業の最後にまとめとして確認した知識だけに依存するのではなく、それをどこでも使ってみて、例えば、「うまくいく方法はよい方法だ。」というメタ知識をうまく働かせるなど、自分の知識としていく経験をもたせることが大切であろう。

(2) メタ認知の育成には教師の言葉掛けが大切

例えば、まとめの段階で、「これはいつも言えるの？」というような教師のメタ認知的支援は、「算数では、いつも言えることが大切だ。」という課題に関するメタ知識を育成することになる。すでにこのメタ知識がある児童では、一層の強化になるであろうし、もしあまり働かなかった児童では、この支援によって、児童のメタ認知が働き、やがて、メタ認知とともに、簡単にする考え方、統合的な考え方、一般化の考え

方、発展的な考え方などを含んだ、一人一人の児童の自分の知識が育成される。

このメタ認知的支援のアドバイスには、「次に何をするといいの?」、「わからなくなったら別の方法を考えてごらん。」などがある。

(3) 児童のメタ認知の評価と支援

メタ認知は児童の内面的な活動だけに外から見ることは困難である。そこで、可能な限りメタ認知的活動を書いてもらったり、何気ない児童のつぶやきをキャッチすることが大切である。

ア 授業過程での評価

算数の学習プリントや学習ノートの記述を通して、学習における児童のメタ認知を評価することができる。

イ 長期的な学習日記などによる評価

単元、学期や一年間の学習のまとめを記述する中にでも、メタ認知的な内容の評価をすることができる。例えば、3年生の最後の学習の時間に次のようなものがあつた。

(課題に関するメタ知識) 算数は楽しいものもあるし難しいものも苦手なものもあるし得意なものもありました。

(記に関するメタ知識) まだまだもっと練習をやらなければだめ。

(記に関するメタ知識) 算数がにがて。

(加算に関するメタ知識) 分からないときはいつも最初やったやつを見てやっとできました。

メタ認知的な記述やつぶやきから、それが今の学習や今後の学習に望ましい肯定的なものなのか、改善したい否定的なものなのかを判断したい。例えば、「文章題が苦手だ。」といった否定的なメタ知識が出現するときは、文章題の構造が変わらない別の問題を与えて、児童に口頭で説明させたり、数の大きさを小さく

するなど解決の可能な場面を構成したりして、よい問題解決の経験を味わわせ、治療にあたりたい。

おわりに

メタ認知の育成や治療には、日々の授業が大切である。というのも、児童の頭の中では常にメタ認知が働き、日々の問題解決や学習を支えているからである。それだけに、中学年ぐらいからは、できるだけ児童にも頭の中のメタ認知が意識できるように、学習した内容だけでなく、「頭の中のもう一人の自分はどんなふうにささやいている？」などと児童に問いかけ、頭の中で思ったり気がついたことについて、「どこが、どうして、どうするの？」などの記述やつぶやきがなされるように、普段から積極的な働きかけを大切にしたい。

それでも、否定的なメタ知識をもっていたり、うまくメタ技能が働かないときは、教師が児童の問題解決活動のよいモデルになったり、問題解決過程を児童に代わって、「それでいい？」とモニターしたり、「別の方法を考えてごらん。」とコントロールしたりして、よい問題解決への支援をすることが大切である。

(参考文献)

重松敬一：メタ認知と算数・数学教育論，

日本数学教育学会，日本の算数・数学教育1995

「数学教育の理論化にむけて」産業図書，1995

文献紹介

将来の基礎・基本：数的な力を発達させること

Future Basics: Developing Numerical Power

A Monograph of the National Council of Supervisors of Mathematics

Randall Charles and Joanne Lobato, 1998 April

日野 圭子

新しい学習指導要領が、小・中学校は昨年の12月に、高等学校については今年の3月に告示されました。新学習指導要領では、内容の削減がメディアによって強調されています。確かに、小学校でいうと、3割程度の内容が色々な意味でなくなるわけで、それは大変なことといえます。その一方で、これだけの内容が減ることによって、これまでよりゆとりのある学習ができるようになってほしいという期待があるのも事実です。ぜひ、せっかく生まれるこのゆとりを、単にドリル練習の時間だけに使うのではなく、児童・生徒が楽しく充実感をもって算数・数学に取り組むことができるように工夫したいものです。

さて、ここで紹介するのは、そうした工夫をするときに、参考にしてほしい事柄です。表題の「数的な力」(Numerical Power)は、小学校で数と計算を指導するときに、児童が身に付けて欲しい力と言えます。この言葉は、アメリカの数学教育に携わる先生方が提案したものです。

アメリカでは、ここ10年ほどの間に、数学教育の改革(論争も)が行われています。数と計算については、紙と鉛筆ばかりによる計算技能のマスターから、数に対する感覚の育成を目指したカリキュラムや指導の提案がなされてきました。「数的な力」は、その改革を推し進めるための1つのキーワードとして提案されたのです。

以下では、彼等の述べる「数的な力」とは何なのか、そうした力を育てるためにどんな指導をしたらいいのかについて紹介します。これを読んで、今まで気付かなかったことや、「これを実際にやってみよう」と思えるような例が1つでも見つかったら嬉しいです。

数的な力があるとはどういうことか？

1. 数や演算に対する意味を発達させる。

- 数字を生活経験上の場面に結びつける。(250%を例えば成長の度合として意味づけられる)
- 数は複数の解釈を持っていることを知っている。(2/3の複数の解釈)
- 数の大きさは相対的であることを理解している。(2/3を、1/2より大きく1より小さい数、または1/3の2倍の大きさの数として解釈できる)

- 四則演算を実世界の場面で生じる行為に結び付ける。(12÷3を等分する場面や「3つづつに分ける」(包含除)場面に結びつけられる)
 - 数に対する演算の効果を理解する。(計算をせずに 0.85×36 が36よりも小さいことが分かる)
 - 数に対する適切な表現を生み出す。(1/3にあたる円の部分を正しく表わせる)
 - 演算に対する適切な表現を生み出す。(2×3を表わす絵がかける「りんごが2個ずつ入った箱が3つ」)
2. 数や演算の間の関係を探す。
- 数を異なる仕方で分解したり分離したりする。
 - 数が他の数とどう関連しているかを知っている。(25%=1/4であること等)
 - 演算が相互にどう結び付いているかを理解している。(割り算を累減で解釈できる)
3. 計算の仕方(ストラテジー)を理解し、それを適切に効果的に使う。
- アルゴリズムのステップを正しく実行し、根底にあるアイデアや使われた大切な関係を議論する。(1/2+1/3を計算するときに、なぜ分母が6だとうまく行き、9だとうまくいかないかが分かる)
 - 既習の知識やより単純な計算を使って問題の計算をやり遂げようと、意識的に努力する。(3×99=3×(100-1)として計算できる)
 - 同じ演算を含む計算であっても、それをするために様々な計算の仕方(ストラテジー)を使う。(53-27の計算を両方に3をたしたり、別のやり方を使ったりして計算できる)
 - 正確な答を求めるために、あるいは見積もるために、適切な計算技術を選択する。(237×589の計算には電卓を使うが、20×30の計算はその必要がないと思える)
 - 正確に計算する。
 - 比較的効率よく計算する。(49×6を累加で計算するよりも、(50-1)×6で計算する)
4. 数的な場面や量的な場面を理解(make sense)する。
- 数の計算は理に叶ったものであることを期待(expects)する。(単純に出てくる数字を組み合わせるのではなく、ちゃんと意味を考えて式を作る)
 - 数を、その数が測定している量に結びつける。(単に14, 5.3, 2 1/4などの数字を見るのではなく、14個のクッキー、5.3秒、2 1/4インチなどと量に結び付けて見る)
 - 四則演算を様々な量的な場面に関連づける。(同じ加法でも異なる意味があり、異なる場面で使われることが分かる)
 - 実世界の場面での量の間の関係を理解しようとする。(いつでも割合で機械的に比べるのではなく、割合で比べた方がよい場合と差で比べた方がよい場合があることが分かる)
 - 計算を実世界の場面での量に関連づける。(計算をして何が求まるのかをその場面に照らして分かる)
 - 計算結果が、与えられた数や実世界の量の文脈においておかしくないかを評価する。(結果がおかしな数になっているときにはそれが判断できる)

数的な力を育てる活動のタイプ

(分数を例にして／3～6年)

1) 分数や分数の演算の意味を発達させる

- どの長方形が4ぶんの1ずつに(Fourths)に分けられているか。どのようにわかったのかを説明しなさい。(数学的なアイデア：全体は等しい部分に分けられなくてはならない)



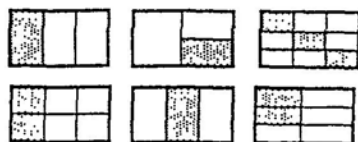
- 3つのクッキーを4人で分配したら、一人あたりどれだけもらえるか。具体物か絵を使って解きなさい。(数学的なアイデア：分数は商として解釈できる)
- $1/3$ を示す違うデザインをパターンブロックを使って3つ作りなさい。それぞれのデザインで、全体はどれになりますか。(数学的なアイデア：分数は全体との関係で理解することができる。塗られた面積はそれぞれ違うが、どれも「その全体の $1/3$ 」を表す)



- $2 \div 1/4$ を示す絵を描きなさい。(数学的なアイデア：分数の除法は、幾つ除数が被除数の中にあるかで解釈できる)
- 8をかけると、4より大きく8より小さい数になるような数を3つ挙げなさい。(数学的なアイデア：自然数に1より小さい数をかけると積は小さくなる)

2) 分数の間の関係を探る

- 料理を作るのに $3/4$ カップの砂糖がいります。ところが、1カップ、 $1/2$ カップ、 $1/3$ カップ、 $1/4$ カップ、 $1/8$ カップとテーブルスプーン ($1/16$ カップ) しかありません。これらを使って、 $3/4$ カップの砂糖をはかりとる8通りの方法を考えなさい。(数学的なアイデア：分数は他の分数に分解できる)
- 大きい長方形がケーキであるとして、黒く塗られた部分だけ食べるとすると、どの場合にケーキの $1/3$ を食べたことになるでしょう。(数学的なアイデア：大きさの等しい分数)



- 映画の上映時間は2.6時間だと書かれています。タニアは、それは2時間と6分のことだといっています。タニアの言うことは正しいでしょうか。なぜそう思うのかを説明しなさい。(1/2 = 0.5のようなベンチマークを使って有理数の意味を理解する)

3) 分数での演算

- カイトリンはピザ1枚の3/4を食べました。ジャネットは同じピザの1/8を食べました。どちらの方が沢山食べたでしょう。どれだけ沢山食べたでしょう。どうやって問題を解いたか説明しなさい。(数学的なアイデア: 分数の意味や分数の相等の知識を使って、分数の減法の方法を作り出す)
- $1/6 \times 3$ を表す絵を書きなさい。(数学的なアイデア: 分数と演算の意味についての知識を使って、分数の乗法の方法を見つける)
- ジョイは $3/4 \times 3$ の答を、まず 1×3 をして(3)、次に、3から1/4をひいて(3/4は1より1/4だけ小さいから)求めました。答は $2 \frac{3}{4}$ になりました。ジョイは正しいですか。なぜですか。(数学的なアイデア: 分配法則がメンタルな数学のストラテジーとして使える)
- 次の問題のどれを暗算で解くことができますか。どうやったのか説明しなさい。(数学的なアイデア: それぞれの分数や演算に対して適切な方法(暗算や紙と鉛筆の方法)を選び出す。分数をより単純な分数に分解することは有益なメンタルな数学のストラテジーである)

$$\begin{array}{ll} \frac{7}{8} + \frac{1}{2} & 1 - \frac{1}{8} \\ \frac{1}{3} + \frac{3}{5} & \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \\ \frac{5}{9} - \frac{1}{4} & 2\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \end{array}$$

4) 状況を理解する (make sense)

- 次のそれぞれの問題を絵や具体物を使って解きなさい。次に、それぞれの状況を表す式を書きなさい。
 1. セールで、定価8ドルのおもちゃが1/4オフの値段で売られています。どれだけお金を節約できるでしょう。
 2. パーティーで8個のケーキが残ったので持って帰りました。弟が、全部をもらおうと思って、それぞれのケーキを一口ずつ食べてしまいました。もしそれぞれを1/4ずつ食べたとすると、弟は全部でケーキをいくつ食べたことになるでしょう。
(数学的なアイデア: 分数の乗法を使って解ける異なるタイプの場面がある。1では8ドルを全体とみて1/4をかけるとよいが、2では1/4を8回加える方が場面に合っている)
- $1 \frac{1}{2} - 3/4$ を計算することで解けるような現実場面の問題 (real-world problem) を作りなさい。(数学的なアイデア: 減法の問題のそれぞれの数 ($1 \frac{1}{2}$ と $3/4$) に関わる単位は同じ)

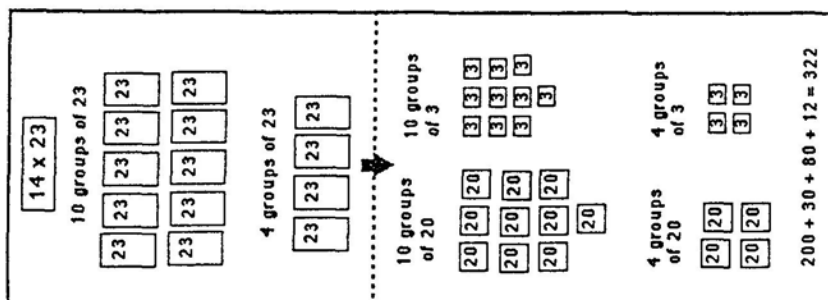
である。)

- ジョルダンは、 $3 \div 2/3$ を求めるために次のような絵を書きました。塗られた部分からわかるように、全体の3の中に $2/3$ が4つあって、1つ分残っています。ジョルダンは、答は $4\frac{1}{3}$ だと言います。彼は正しいですか。どうしてですか。(数学的なアイデア：分数で割るとき、余りは除数(被除数でない)に関わる単位で解釈されるべきである。)



数的な力を育てる指導実践について

- 1) 子どもに計算アルゴリズムや基本的なきまりを学ぶことを求める以前に、子どもの数と演算の意味を発達させ、数の間の関係を探究する十分な機会が与えられている。
- 乗法のアルゴリズムを教える前に、2位数 \times 1位数の掛け算を暗算でするやり方(例、 14×3 は14が3つあること、つまり10が3つで4も3つあること、つまり30と12だから42)を考え出したり、電卓を使ってパターンを見つけたり(例、 3×2 、 3×20 、 30×20 、 300×20 、 200×3)説明したりする。
- 複数桁の乗法は、初めに、現実場面の問題を様々なグループ化の方法を使って探究できる(例、「アナリスはひと月に50セントもらう。1年後に何セント持っているか」: "6 groups of 2 half-dollars", "1 group of 10 half-dollars and 1 group of 2 half-dollars")
- 部分の積(partial products)を探究することもできる。



- 2) 子どもに、見積りや、メンタルな数学のストラテジーを作り出す機会をしばしば与える。(見積りやメンタルな数学は記憶すべき新しいきまりとして提示されるべきではない。生徒が既に数や演算について知っていることを使い、数の関係についてのより豊かな理解を発達させる機会として与えられるべきである。)
- 見積りを行うことで、 26×35 のような積の大きさへの感覚を発達させる。 30×40 にしたり、 30×30 、 20×35 にしたりする。1つだけ見積りがあるのではなく、承認で

きる見積りの範囲があることを知らせることは大切。

3) 教師は、選んだ課題を通して、また、複数の解決アプローチで課題を解くことを奨励することによって、子どもの創造性を促進する。

- 「28セントと34セントを合計する」問題を与えた後で、標準的な方法をブロックなどを使って指導するのではなく、子どもなりの様々なやり方を使って解かせる。その中で、様々なグループ化が出てくる。十分活動をさせたあとで、それらを記録する手段として数学的な概念を使うように援助する。

4) 子どもは自分の推論を、クラスの会話の中でコミュニケーションする。

- 「 $28 + 34$ 」について：教師は、出てくる様々なアイデアの中でどれを追及するかを明確にする。生徒が自分のアイデアや方法を数学の概念を使って表現するのを援助する。異なる解釈や解法の食い違いを焦点化する。

5) 教師は子どもの「非標準的な」アイデアや「限界のある」アイデアを明確にする（こうしたアイデアは、それを無視してもなくならない。むしろ、生徒自身がその限界や困難を認識するような状況を作り出すべきである）。

- ロジャーは $\frac{5}{6}$ と $\frac{5}{9}$ を次のように図に表した。これによって、パターンプロックの操作では出てこなかった、彼の分数に対する間違っただ認識が表面化した。教師は、「もしこれがピザであって、6人でこのピザを分けるとしたらどうか」（等しい面積に分けることが大事になるような場面）という質問をして、他の子どもの反応をみた。これを通して、子ども達は、自分の数学の知識を見直すことができた。

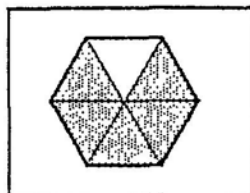
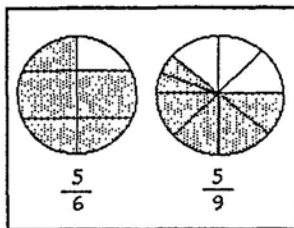


Figure 8. A representation of $\frac{5}{6}$ using pattern blocks



6) 教師の行為や態度が、「数学は理に叶っている」ことを子どもが感じる環境を作り出す。

- $3496 + 843 + 2654 + 4398$ を計算した後で見積りをさせるのは、意味がない。見積りをさせたいのであれば、「1000個の空き缶を集めるのが目標。4つのクラスで、それぞれ3496個、843個、2654個、4398個集めた。目標を達成したか」のような問題場面を与えよ。

7) 教師はできる限り、問題解決の経験を通して生徒の概念や技能を発達させる。生徒が手続き

をマスターするまで問題解決を遅らせるべきではない。

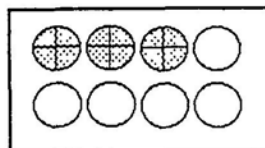
- 分数の除法の導入を「クッキーを作るのに小麦粉が3カップいる。今 $\frac{3}{4}$ カップ入るジュースのコップしかない。このコップ何倍を使えばはかれるか」のような問題の解決を通して行う。生徒は自分なりのアプローチをする→友人とそれを共有したりはったりさせたりする→それをさらに洗練する→方法を一般に通じるようにする→数学の記号を使って解法を記録する。

8) 教室での活動においてだけでなく、評価、練習、宿題をしている間であっても、子どもに概念的な理解や数的な推論を行う機会が与えられている。

- 評価課題例（「5と6の間にある数を3つ言いなさい」「3.4を示している絵を描きなさい」「 $4 \div 0.5$ によって解ける現実場面の問題を作りなさい」）

9) 教師は、子どもが数を、それが表している量に結び付けるよう援助する。

- $\frac{3}{8} \div \frac{1}{4}$ の計算を次の図のように表しながら行った（間違っている）。教師は、 $\frac{1}{4}$ は何の $\frac{1}{4}$ であるのかを聞いて（記号をそれが表している量と結び付けさせる）、子どもに自分の間違いに気付かせることができる。



10) 正しい答を確証する上で教師に頼るのではなく、確証する手段として論理や推論を使うことで、子どもの自立性を発達させるよう励ます。

- 20ドルの品物は5%のディスカウントでいくら安くなるか。何人かの生徒は $20 \div 5 = 4$ とし、また、別の生徒は1ドルが答だという。1ドルが答であることを支持するために、子どもは様々な推論を行うことができる（例、「もしディスカウントが10%なら2ドル安くなる。5%は10%の半分なので2ドルの半分の1ドルが答」「5%は $\frac{1}{20}$ 。20ドルの $\frac{1}{20}$ は1ドル」「4ドルだとするとおかしい。なぜなら、4ドルは20ドルの $\frac{1}{5}$ 、つまり20%であって、5%ではないから」）

研究報告

- ・算数学習における好き嫌いの研究
- ・結び目の数学

(2) 調査時期

1998年11月中旬～1998年12月中旬（授業観察）

1998年11月下旬（第1回アンケート）

1998年12月初旬（第2回アンケート）

1998年12月中旬（第3回アンケート）

1999年 3月中旬（第4回アンケート）

(3) 対象

奈良県内公立小学校の第4年学年29名（男16名、女13名）の児童

(4) 方法

①アンケート

アンケートは、面積の授業が始まる前の「算数についての事前調査」、面積の授業途中（a, haの単位を習う前）の「面積についての途中調査」、そして、面積の授業終了後の「面積についての事後調査」、3学期の最後に「算数についての事後調査」の計4回実施する。

アンケートは、記号を選ぶ項目と記述する項目とにわけ、児童の負担にならない程度の量で作成した。

②授業観察

授業観察は「面積」（全8時間）の授業に入る一単元前の「分数」の単元の時から観察し、児童が観察者に慣れる環境を作った。ビデオカメラは前に1台（上位群の児童2名用）、後ろに1台（全体用）を置き、観察者はMDを携帯し、授業中の注目児の声が拾えるようにした。

授業観察は、注目児（上位群、中位群、下位群の児童で算数が好きな児童1名ずつ、算数が嫌いな児童1名ずつ）をつくり、その注目児の授業中の声をMDで拾う。それと同時に観察者は教師や友達のどの言葉・行動で態度や表情が変化したかをノートに細かく書いていくようにした。

なお、授業は、プリント学習である。

授業展開については、以下の表のようになっている。

<表1>面積の授業展開

	授業展開
第1時	「じんとりゲームをしよう」という課題で教師と児童の1人が、競い、どちらが広い、調べ方をみんなで考える。
第2時	「数えなくても長方形の面積がわかる方法は？」というテーマから、長方形、正方形の面積の公式を学習する。

第3時	「ミニミニ王国のお姫様のお婿さんはだあれ？」というかわいいキャラクターを使い、「1番広い土地を持っている王子さまをお婿さんに」というテーマで、でこぼこの土地の面積の出し方をみんなで考える。
第4時	第3時までの復習をする。
第5時	「広い場所の面積を求めるにはどうすればいいか。」というテーマから、1㎡を学習する。
第6時	a, haを学習する。
第7時	K㎡を学習する。
第8時	「面積のまとめの練習をしよう」ということで、今までの復習問題をする。

③インタビュー

「面積」の授業途中（上位群で算数が好きな児童1名、中位群で算数が好きな児童1名、算数が嫌いな児童2名）、「面積」授業後（上位群で算数が好きな児童1名、中位群で算数が好きな児童1名、算数が嫌いな児童2名、上位群で算数が嫌いな児童1名、下位群で算数が好きな児童1名）に、「面積の本」（毎時間の面積の授業のプリントをつづったもの）をもとに全8時間の面積の授業を振り返ってもらい、そのとき、そのときに思ったことを細かく聞いてみた。

3. 調査結果と分析

（1）好き嫌いの変動について

計3回のアンケートから、好き嫌いに関わる項目をピックアップし、好き嫌いの変動を見てみたい。変動パターンは以下ようになった。

＜注＞ 第4回のアンケートの分析ができていないため、計3回のアンケート結果をまとめた。

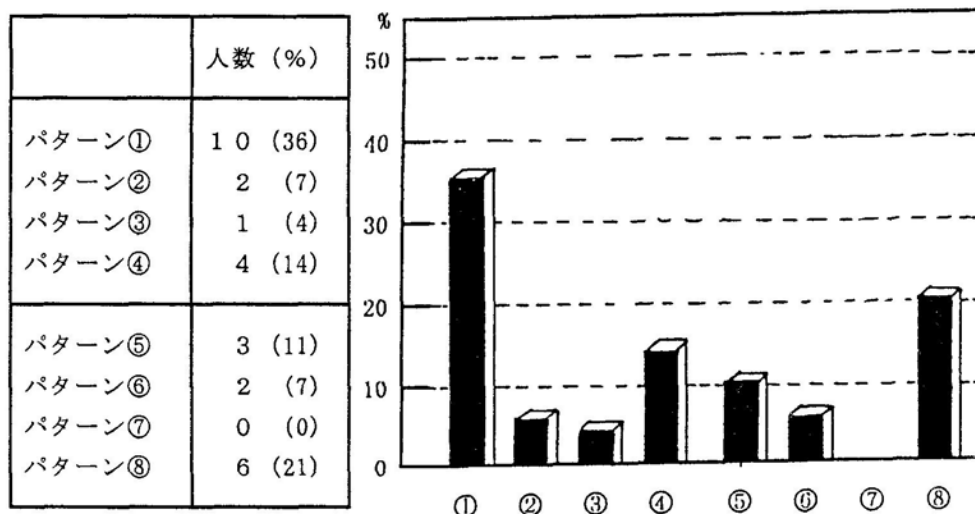
＜表2＞変動パターン

アンケート	第1回	第2回	第3回
パターン①	好き	好き	好き
パターン②	好き	好き	嫌い
パターン③	好き	嫌い	好き
パターン④	好き	嫌い	嫌い

パターン⑤	嫌い	嫌い	嫌い
パターン⑥	嫌い	嫌い	好き
パターン⑦	嫌い	好き	嫌い
パターン⑧	嫌い	好き	好き

このパターンに沿って、アンケート結果を分類する。

＜表 3＞好き嫌いの変動



＜図 1＞好き嫌いの変動

(2) 分析

6割の児童が、算数を好きである。また、好きな児童で2回目、3回目のアンケートをしても情意の変動がなかった児童は、約4割である。

算数が嫌いな児童は、そのまま面積の授業に入っても嫌いかと思っただが、授業を受けているうちに、面積をどんどん好きになっていった児童は、約3割もいた。

(3) 面積が好きになってきた理由について。

「算数は嫌だなあ。」と思いながら、面積にも取り組んだが、面積の授業を受けているうちに面積がだんだん好きになってきたという児童がいた。これは、その児童にとって授業が楽しかったからなのだろうか。

アンケートの項目で (ア)「面積の勉強のどんなところが好きか」(イ)「どんなところが嫌いか」また、(ウ)「面積の授業のどんなところが楽しいか」(エ)「どんなところが楽しくないか」と聞いてみたところ、結果は以下のようになった。

(パターン⑥、パターン⑧について)

<表 4>面積が好きになってきた理由

パターン⑥	(ア)	<ul style="list-style-type: none"> ・正方形・長方形の面積を求めることがだんだん好きになってきた ・図とかが使えるから、楽しくなってきた
	(イ)	<ul style="list-style-type: none"> ・でこぼこの面積を求めるのがややこしくて嫌いだった ・最初は難しかった
	(ウ)	<ul style="list-style-type: none"> ・面積の勉強はよくわかった。ゲーム的課題が楽しかった ・面積の勉強中はあてられて間違えることもなかったから ・面積の授業中、先生にほめられた ・授業中に使っているプリントに算数作文を載せてもらったから
	(エ)	<ul style="list-style-type: none"> ・面積の勉強は「まあまあわかった」が、でこぼこの面積が難しかった ・単位 (cm^2, m^2) なんて意味不明

パターン⑧	(ア)	<ul style="list-style-type: none"> ・面積はややこしくないのが好き ・わからなくて大嫌いな算数だが、面積は簡単で大好き ・広さを調べるのが面白くて好き ・かけ算があるので面積は好き ・簡単に求められるから好き
	(ウ)	<ul style="list-style-type: none"> ・求め方がいろいろある面積の出し方が楽しい ・ゲーム的課題や、考えることが楽しかった ・楽しいキャラクターが使われていた ・「良い間違いをした」と先生に言われてうれしかった
	(エ)	<ul style="list-style-type: none"> ・単位 (a, ha) はわからなかったのが、楽しくなかった ・公式の意味が分からない ・まとめの勉強が楽しくなかった ・公式は考えなくてもよい問題だから楽しくない ・クラス全体が先生に怒られて、がっかりした

この表から、まず一つ言えることは「面積」という内容そのものが、これらの児童にやる気を出させたことである。また、面積の嫌いな児童も、「楽しかった授業」として、

ゲーム的課題、楽しいキャラクターの使われている課題、友達と一緒に考えた問題をあげていることから、課題の設定、授業形態も算数を好きにさせるためには大切な要素だと言える。

さらに、教師の発言は、教師が一番、気をつけてやるべきことだと考える。この表からも、教師の発言は、児童の好き嫌いを左右する重要な要因であることが伺える。児童は、教師の言ったことや、行動をしっかりと見て、記憶しているのである。

(4) 個に応じた指導の工夫について

ここでは、注目児として抽出した児童（下位群で好きな児童）の面積の授業観察を通して、個に応じた指導の工夫を考察した。

この児童Kは、下位群であるが、算数は「好き」で、面積についての途中調査では、「好き」と答え、面積についての事後調査では「大嫌い」と答えている児童である。また、第4回の算数についての最終アンケートでは、算数は、「好き」と答えている。

児童Kの授業記録（面積の導入1時間）は資料1に示す。

また、授業記録から、面積の導入1時間での児童の表情、態度を情意変動グラフに示す。＜資料2＞

これは、面積の授業の導入部分の1時間しか載せていないので、この児童への指導の工夫はわかりにくいと思う。しかし、資料1からもわかるように児童はたった1時間の授業の中でもいろいろな表情をする。この児童に関して、授業中の行動や表情から何に興味を示しているのか、何を学習したのか、分析してみた。

- ① じんとりゲームという課題には興味を示している。
- ② ゲームだけに興味を示していたわけではなく、「どっちが広い？」という問いから、「数える」という行為をしているので、しっかり、考えていることがわかる。
- ③ はっきり、「数える」ということが、自分の意見として言うことができず、授業にあきてくる。
- ④ 方眼紙が配られ、最初は方眼紙を貼らずに、すかしていたが、ずれたりして具合が悪いことに自分で気づき、方眼紙を貼る。
- ⑤ プリントのキャラクターに落書きをすることから、キャラクターを自分のものにする。また、そのキャラクターを友達に認めてもらいたがる。
- ⑥ 黒板に書かれたことは、きちっと書く。意味は分かっているかもしれないが、とりあえず、プリントはうめる。

以上のことから、面積の導入部分だけではあるが、この児童Kへの指導の工夫を考えると、

- ① 課題は、ゲーム的な課題であり、ゲーム自体を楽しむものではなく、次の課題へつないでいけるものであること。
- ② 自分の意見には自信がないので、少し簡単な問題を当て、少しずつ自信を持たせ

る。

- ③ プリントのキャラクターなどに興味を持っているので、教師がプリントにコメントを書くときにキャラクターについてほめてあげる、とか興味を持っていそうな所を評価する。
- ④ 黒板に書かれたことを、とりあえず書いているという感じなので、プリントをちゃんとうめているからといって安心せず、教師は、細かな支援をしてあげる必要がある。

4. おわりに

これまで、考察してきた結果、情意の変化を微視的に見ることによって、個に応じた指導の工夫がわかってきた。

算数嫌いが増加したといっても、小学校中学年くらいまでは、算数の好き嫌いは変化している。よって、好き嫌いが固定してしまう前に、教師がそれぞれの児童の性格や、どのようなものに興味を持つかを把握し、教師も指導の工夫を図るようにすることが重要である。その結果、少しでも、“算数好き”が増えればよいと筆者は考える。

今後は、好き嫌いのメカニズムを考え、面積の単元全体の授業記録を分析し、上位群、中位群、下位群の算数が好きな児童、嫌いな児童についても指導の工夫を考えたい。

参考文献

国立教育研究所紀要第128集

小学校の算数教育・理科教育の国際比較

平成10年3月 国立教育研究所

P106～P107

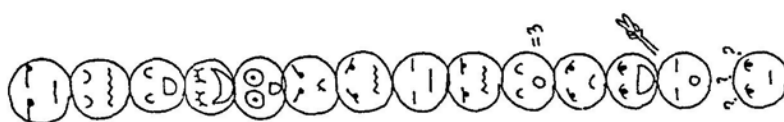
<資料1>

単元：面値の導入（第1時限）

時間：10：40～11：25

顔マーク表

気に入る
嫌そう
ややうれしそう
めっちゃうれしそう
びっくり
怒っている
困っている
つまらなそう
考えろ
安心
不安そう
得意そう
ホーとする
疑問をもつ
不思議がる



時間	学習の成れ	児童 (K) の活動	備考
10:46	話をやめましょう。 今日は面値に入ります (プリントを配る)	常を立ったままクラスの の女子と前の単元の分 数プリントのはり方を しゃべっている。 席に着く 「はよかせ！」 「もってへんわ」 T: (プリントをもっ てくる)	プリントを早く まわせと友達に 言っている。 「もってやるやろ」 と友達に言われる
10:50	月日書いた隣に 「じんとりゲームをし よう」と書いてくださ い。	名前を書く 「じんとりゲームを しよ...」 「う？」	「う」を書くのか むかないのか迷う 隣の女子に教えて もらう
10:52	(じんとりゲームが始 まる。) (教師VS児童T)	「1番小さいの」 (果敢と絶賛) 「え？次、先生？」	教師とじんとり ゲームをやって いるTの四角形 が1番小さかつ たので 教師の番が知ら ない間にきてい

「お退りマスを数えてみて」

「数えた？」

「1辺1cmの正方形は
いくつありますか、」

「作文も書いた？
Y:「書いた」
Y:「書いてないわ」

プリントのキャラクターの頭に落書き
「これ見てみー」

ちよつと、隣の友達
が気になる(チラチラ)

方眼に名前を書き、
あわせてみる、
すかさず、

ニコッ
(気づき)
「のりかしてー」

自分の意見
数えて考え

チラッと観察者を見る
黒板を見る

椅子をカタカタ
今日の星印を書きだす
「これなに？」

「先生、見えへん」
「はっぱっぱ」

いたので聞く。
しかし、「別に
煩うなくてもいいよ」という声
がかえってきた

落書きしたのを
友達にみせたい様子

しかし、作業は
しない

のりで貼らない
ためがむ

隣の友達に言う

やっとな、自分の
意見をおく

前のを書き様子
はない

星印の所の三本
線が引いてある
所に疑問を持つ
友達にしらん、
と書われる

急いでいる
Y君と先生のや

りとりを聞い
て笑う

黒板を見ながら、と
りあえず、星印を
く
T:「ここ、苦いと
きや、大事や
から」
「えー、わからん」

〜

とりあえず書く

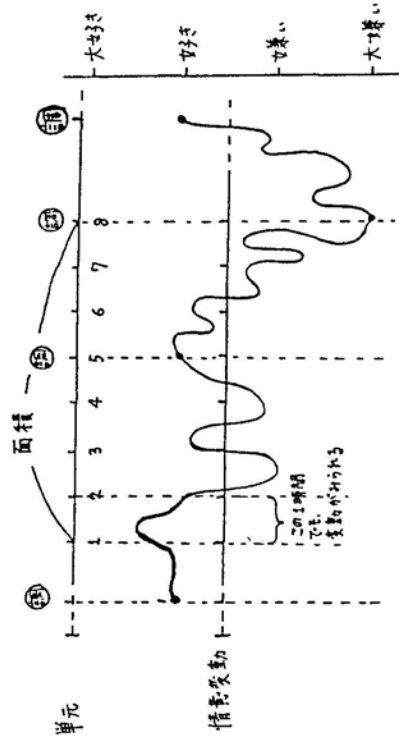
T君30個→30cm²
先生32個→32cm²

作文を書く
「うるさいな、書け
てないのに」

黒板を見て、書き
ける

せかされてイラ
イラ
ちゃんと、書か
れていることは
書く

＜資料2＞児童Kの情報変動



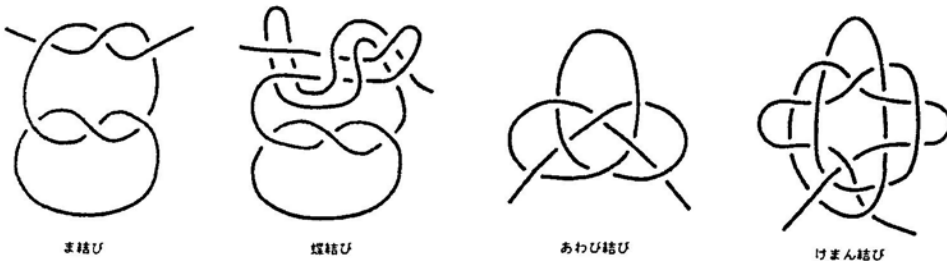
10:55	「Kくん座うなみえへんわ」	「え？」 (驚き) 座る	「どけよ、なんで立つれん」と友達に話される	11:01	「じゃあ、Nさん」 N: 隣の長さ 「他の意見の人？」 (どんな意見がでくる)	「じゃあ、Nさん」 N: 隣の長さ 「他の意見の人？」 (どんな意見がでくる)	「じゃあ、Nさん」 N: 隣の長さ 「他の意見の人？」 (どんな意見がでくる)	「じゃあ、Nさん」 N: 隣の長さ 「他の意見の人？」 (どんな意見がでくる)	「じゃあ、Nさん」 N: 隣の長さ 「他の意見の人？」 (どんな意見がでくる)
10:55	「今、どっちも5個やで」	ひたすら、きれいにプリントをぬる。	自分のプリントのじんとリザームを塗りつぶす	11:09	四角の敷、見ため、方眼のマス目 (前に出てマダネットをはらす)	四角の敷、見ため、方眼のマス目 (前に出てマダネットをはらす)	四角の敷、見ため、方眼のマス目 (前に出てマダネットをはらす)	四角の敷、見ため、方眼のマス目 (前に出てマダネットをはらす)	四角の敷、見ため、方眼のマス目 (前に出てマダネットをはらす)
10:56	「T君、6個目どうぞ」 「次は、先生ね」	「やっぱ、ここやった」 (手紙が当たったことの喜び) (喜び) きれいに塗り続ける	教師の塗った所を予想	11:09	ふちどりをしてくれに塗る	ふちどりをしてくれに塗る	ふちどりをしてくれに塗る	ふちどりをしてくれに塗る	ふちどりをしてくれに塗る
10:57	Y: 「もう先生の勝ちやで」	「考えた」 カン、カン、カン、 勝負あり！」 (喜び)	T君に考えろ、というようにいっているよう	11:10	T君に考えろ、というようにいっているよう	T君に考えろ、というようにいっているよう	T君に考えろ、というようにいっているよう	T君に考えろ、というようにいっているよう	T君に考えろ、というようにいっているよう
11:02	「T君の方が勝ってるかな」 「バツとみてどっちが正しい？」 「T君と先生どっちが勝ったかどうやってわかる？」 「まず、自分の考えの所に書いてごらん」	升目を数え出す キョロキョロします T: そばにやってくる チラッと教師を見る (喜び)	赤と黄色の大きな違うマスを数える	11:14	今から秘密の下敷きを配ります。 すかしてみてください (方眼を配る)	今から秘密の下敷きを配ります。 すかしてみてください (方眼を配る)	今から秘密の下敷きを配ります。 すかしてみてください (方眼を配る)	今から秘密の下敷きを配ります。 すかしてみてください (方眼を配る)	今から秘密の下敷きを配ります。 すかしてみてください (方眼を配る)
	「先生が勝ったか、T君が勝ったかではなくて、どうやったら調べられるか書いて			11:17					

結び目の数学

大学院 2 回 山本 眞子

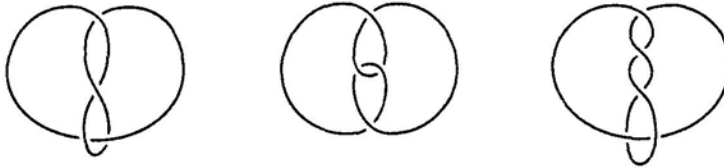
私の修士論文のテーマである「結び目理論」について少しお話をしたいと思います。

「結び目」といったら皆さんは何を思い浮かべるでしょうか。靴ひもの”蝶結び”や荷造りに使う”ひとえ結び”や”ま結び”などを思い浮かべるのではないのでしょうか。”あわ結び”、”けんま結び”とよばれる古来から伝わるあまりなじみのないものもあります。ところで、この蝶結びはひもの両端をひっぱるとほどけてしましますが、ひとえ結びはこぶが1つ、ま結びはこぶが2つできます。ここでいう「結び目」とは、これらの”結び”の両端をつなぎ合わせたひもの形の事です。つまり、1本の紐を用意し、紐にいくつかの”結び”を作ってその両端をつなぎ目がわからないようにつないだものをいいます。できた輪には端がなく、はさみを使わない限りほどくことはできません。このようなひっぱるといくつかのこぶができる輪(閉曲線)のことを、**結び目 (knot)** といいます(こぶができない普通の輪のことを自明な結び目といいます)。また、結び目の輪がいくつか絡んでできたものを**絡み目 (link)** といいます。ここでは、話を簡単にするため絡み目については触れないことにします。



紐で結び目をつくる。

「結び目理論」というのは、「結び目」の分類を行う方法について研究する数学の理論ですが、3次元の可微分多様体の分類に深く係わるということで多くの人たちによって研究されているそうです。2つの「結び目」が同じものであるか違うものであるかを見分けることは、具体的にひもで作られたものであっても大変困難なものがあります。1つの「結び目」を空間内で変形してもう1つのものに変形できるときこの2つの「結び目」は同じ（同値）であるといいますが、この概念はきわめて自然で素直に受け入れられるものと思います。



同じ結び目

それでは、2つの「結び目」が同じものであるか、違うものであるか判断するにはどうすればよいのでしょうか。中学校や高校で習った幾何では、2つの図形が同じであることをいうために、辺の長さや角の大きさなどを用いました。例えば、三角形が合同であるかどうかを判別するためには、三角形の合同条件を使います。しかし、結び目理論ではこのような長さや角の大きさといったものは当然役には立ちません。そこで2つの結び目が同値であるかないかを判別するためのメジャー（不変量）を考えなければなりません。そのためにいろいろなものが考えられてきました。結び目の解消数、橋指数、交点数とよばれる数量などがあります。また面白いものでは、結び目に対して多項式を対応させるという多項式不変量というのがあります。アレキサンダー多項式やジョーンズ多項式とよばれるものがそうです。アレキサンダー多項式は随分古いものですが、ジョーンズ多項式は1985年に発見された最も新しく強力な武器です。しかし、これらの不変量にしても完全なものではなく、区別がつかない結び目がたくさんあります。つぎに挙げる2つの結び目はアレキサンダー多項式では同値でないことがわかるけれどもジョーンズ多項式では同値であるかないか判別不可能な例です。



(A)



(B)

アレキサンダー多項式とジョーンズ多項式の詳しい説明は省略しますが、上の2つの結び目 (A) と (B) のアレキサンダー多項式はそれぞれ

$$(t^{-1} - 3 + t)^2 \quad \text{と} \quad -t^{-3} + 3t^{-2} - 5t^{-1} + 7 - 5t + 3t^2 - t^3$$

で、それらのジョーンズ多項式はともに

$$(t^{-2} - t^{-1} + 1 - t + t^2)^2$$

となり、ジョーンズ多項式は同じなので同じ結び目のように思えますが実はアレキサンダー多項式が違うので同じ結び目でないことがわかります。また、両方の多項式を用いても同じかどうか判別不可能な例がありますので挙げておきます。



完全な不変量（1つだけで全ての結び目の違いがわかるもの）を見つけることはとても困難で、いま現在も見つかっていません。

自由投稿

- 黄金分割比
- 四角錐の体積
- 夏の算数、数学教室を振り返って

黄金分割比

— 数の不思議 —

南 春男

1. "数"とりわけ自然数のひとつひとつは単純で何ら興味を覚えるものではありませんが、それらを並べた数列には不思議な性質がひそんでいるものです。ここでは、最近ある本を読んでいて教えられたことを紹介したいと思います。

2. つぎの数列

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,
..., 233, 377, 610, 987, ...

はイタリアのフィボナッチによって発見されたといわれるいわゆるフィボナッチ数列です。葉の並び具合とか樹木の枝分かれの様子などに見受けられる数の列で、植物の構造とわずかながら係わりがあるようです。実際には、フィボナッチはつぎのように兎の増殖と関連してこの数列を発見しました。まず、兎は永遠に生きるものと仮定する。さらに、1つがいの親から毎月1つがいの子兎が生まれ、子兎は生後2ヶ月で子が産めるようになるものと仮定する。1ヶ月目に、実験は新しく生まれた1つがいの兎から始められるものとする、つがいの数は2ヶ月目は1、3ヶ月目は2、4ヶ月目は3となり上に述べた数列が得られます。しかし、フィボナッチはこの数列の一般式には気づいてはいなかったようです。フィボナッチの発見から400年後、惑星の楕円運動で有名なあのケプラーが、 n ヶ月目の兎のつがいの数を f_n とすると隣接する2つの f_n

の和がそのつぎの項に等しくなること、つまり

$$f_n + f_{n+1} = f_{n+2}$$

であることを指摘しました。このことは、数学を考える上ではきわめて大切なことであると思います。ところで、上の数列で隣接する2つの数の比を順次求めて並べるとつぎのような数列が得られます。

1.00000..., 2.00000..., 1.50000...,
1.66666..., 1.60000..., 1.62500...,
1.61538..., 1.61904..., 1.61764...,
1.61818..., 1.61797..., 1.61805...,
1.61802..., 1.61803..., 1.61803...,
1.61803..., ...

この数列は神聖な比とよばれる黄金比 $1:\tau$ を与える $\tau = (\sqrt{5}+1)/2$ に収束することが知られています。ちなみに、 τ は一辺の長さが1の正五角形の対角線の長さに一致しますので、正五角形の作図法に欠かすことができない線分の長さであると云えます。

3. さて、最後に問題ですが、フィボナッチの数列は1, 1から出発しましたが、これを、例えば6, 7から出発して先の漸化式にしたがって数列を構成し、その数列の隣接する2つの数の比のつくる数列の極限をコンピュータで求めてみるとやはり1.61803... になり下4桁が一定になり安定します。6, 7を0以外の他の数の組と取り替えても同じ結果になります。

問題 これらの数列が τ に収束することを証明せよ。

それほど難しくはありませんので、どなたか証明してみてください。恥ずかしい話ですが筆者はこの事実を知りませんでした。

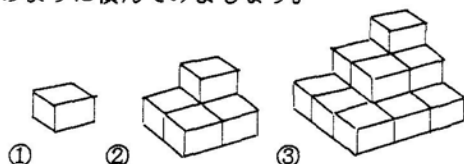
四角錐の体積

神保敏弥

「高さが等しく底面が同じ四角錐と四角柱の体積の比が 1:3」であることは、小学校の算数で教えられている。教科書ではそのような容器に水を入れて調べている。

ここでは、クラスの皆に箱を作ってもらい観察を通して 1:3 であることを少しずつ納得してもらえよう授業の流れを考えてみた。

ピラミッドの遠くからの写真を見ると四角錐に見えますね。今日はブロックの代わりに箱を作って図のように積んでみましょう。



1) それでは工作用紙 (1cm の方眼紙) で、縦 4cm、横 5cm、高さ 3cm の直方体の箱を 1 人 1 個ずつつくりましょう。(この箱を体積の単位と考えていくので、作りやすい大きさでよい)。

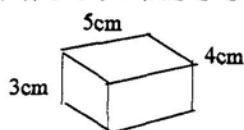
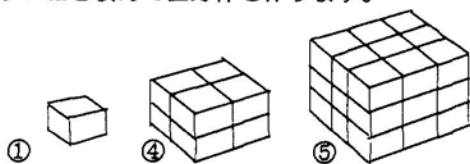


図 ②、③ではその上にそれぞれ同じ高さとなるように箱を積んで直方体を作ります。



2) ①～⑤まで箱はそれぞれ何個ありますか。

答え。 1, 1+4=5, 1+4+9=14, 8, 27 個。

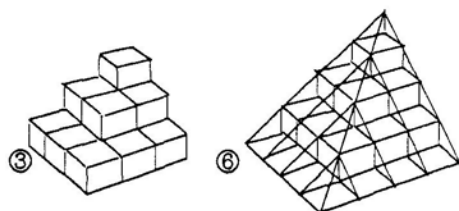
3) ①と①, ②と④, ③と⑤、それぞれ対応する箱の個数比の値はどうなりますか？

答え。 $1/1=1$, $5/8=0.625$, $14/27=0.5185\dots$

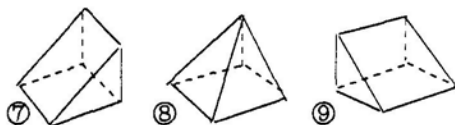
4) もう一段増やした場合はどんな比の値となるでしょう。 答え。 $30/64=0.46875$

教科書には「高さが等しく底面が同じ四角錐と四角柱の体積の比は 1:3 である」と書いてありますが、比の値は $1/3=0.333\dots$ に近づきそうもありませんね。段を増やしていくのは大変だから別のことで調べましょう。

5) さてそれでは、最初の図③の図形を元に四角錐を作りましょう。どのようにしたらよいでしょう。必要となる図形は何ですか。



答え。左側と右側は図のような三角柱で埋めればよい。角のところは小四角錐をのせればよい。



6) それでは左側の三角柱と右側の三角柱をみんなで手分けしてつくりましょう。真ん中の小四角錐は先生が作ります。

最初の直方体も今度の方も作り方はいろいろありますね。面を一つずつ作ってテープで張り合わせても良いし、展開図を用いても作れます。

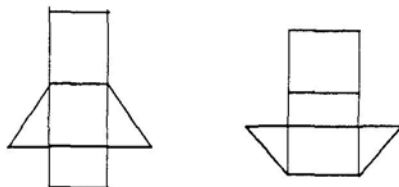
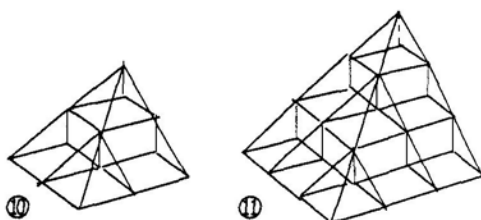
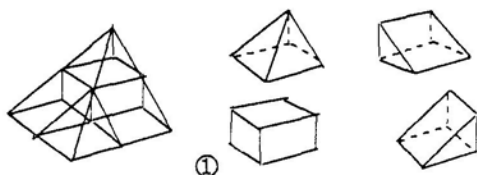


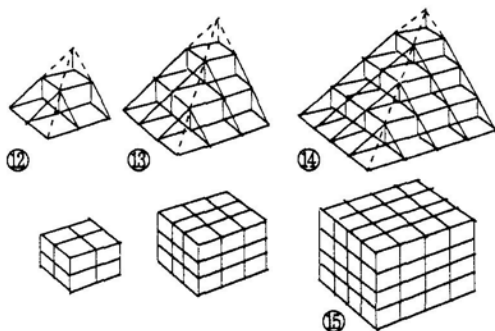
図 ①や ②を元に四角錐を作ってみましょう。



7) それぞれ四角錐の体積は直方体 ①の箱何個分以上でできているか調べましょう。



答え。①の箱に換算すると 2 個以上。次の⑩の四角錐は箱 8 個以上 (箱 5 個と三角柱の箱 6 個と小四角錐 3 個)。四角錐⑥は箱 20 個以上。



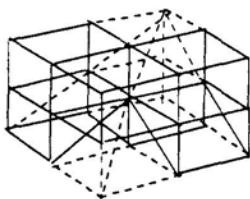
8) 今求めた数と上のような2段、3段、4段の直方体の箱の数との比の値を順に調べましょう。

答え。2/8=0.25, 8/27=0.296..., 20/64=0.3125

それぞれの四角錐と対応する直方体の体積の比はこれより大きいことがわかります。

もう少し詳しく調べてみましょう。

9) 四角錐⑩の体積は直方体①の8個分のうち何個分より小さいですか？



答え。4個分より小さい。(三角柱や四角柱の箱を積んで調べると良い)

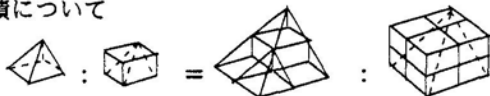
10) このことと前のことから四角錐⑩の体積は直方体④の体積の何分の1より大きく何分の1より小さいですか？

答え。2/8=1/4より大きく4/8=1/2より小さい。

11) 次に小四角錐③と直方体①の体積の比と、四角錐⑩と直方体④の体積の比は等しいですか？

答え。等しい。(同じ形の直方体に含まれていて、それから頂点を結んで作られる四角錐で形が同じだから。)(ここは直感的に認めてもらうことにする。)

体積について



高さ2段、3段、4段の四角錐の角のところの小四角錐にこのことを当てはめてみましょう。

12) 高さ2段、3段、4段の四角錐⑩, ⑪, ⑥の体積と対応する直方体④, ⑤, ⑮の体積の比の値を、より大きいとより小さいではさむようになりますか？

答え。2段では(2+2/4)/8=0.3125より大きく

(2+2/2)/8=0.375より小さい。

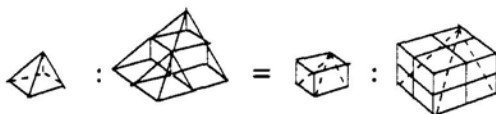
3段では

(8+3/4)/27=0.324...より大きく(8+3/2)/27=0.351...より小さい。4段の場合は(20+4/4)/64=0.328...より大きく(20+4/2)/64=0.343...より小さい。

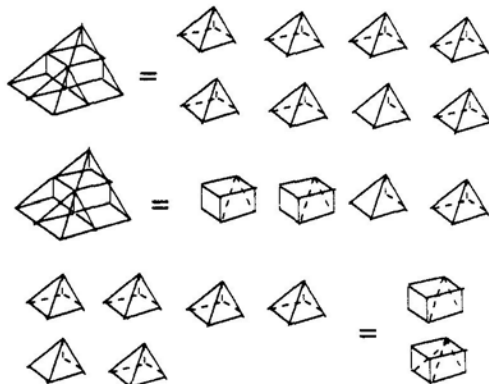
だいたい1/3=0.333...に比の値が近くなっていますね。いよいよ、正確な比の値を求めてみましょう。(実は⑫に10)の評価を繰り返しつつづけても求められるがここでのレベルを超えるので省略。)

13) まず箱①の体積と直方体④の体積の比は何でしょう。 答え。1:8

14) 四角錐⑩と四角錐⑪の体積の比は何ですか？ 答え。1:8



15) もう一度前の四角錐⑩を観察したことを使って、小四角錐と直方体の箱の体積の比が1:3となることを考えましょう。



このように箱作りを通して、特別な場合であるが、目標の「高さが等しく底面が同じ四角錐と四角柱の体積の比が1:3である」が得られました。



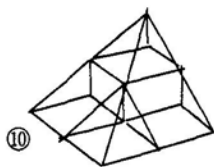
さらに底辺の長方形の上に頂点のある四角錐の場合には、上で調べたような4つの四角錐に切って考えればわかる。少し難しいが、台形台の体積を調べてみるのも面白いでしょう。

教育改革に伴って、教科を横断的につなぐ「総合演習」のような科目が現れるのを機に、題材を選び、授業の流れをどのようにすれば、生徒が、生き生きと授業に参加し興味を持ってもらえるかに、答える報告が今後多く現れるに違いない。

このような展開が期待できる例はないだろうかと考えてみたのが、ここに述べたことである。

四角錐の体積の続き

神保敏弥



四角錐 ⑩の体積は直方体の箱① 2 個分より大きく 4 個分より小さいことから、「小四角錐③の体積は①の体積の $1/4$ より大きく $1/2$ より小さい」ことを前に調べた。これを四角錐 ⑩に繰り返し用いると ③の体積は①の体積の $1/3$ の体積であることがわかったと述べた。小学生には難しいが、中学生になれば納得してもらえらると思われるので述べておこう。



四角錐 ⑩の角の小四角錐を $1/4$ と $1/2$ とで評価すると

$$2+2 \cdot (1/4) < ⑩ < 2+2 \cdot (1/2)$$

①の直方体の箱の体積を単位と考えて、1 とすれば、③の小四角錐の体積は、8 個分で割るから ③の小四角錐の体積を③で表すと、

$$(1/8) \cdot (2+2 \cdot (1/4)) < ③ < (1/8) \cdot (2+2 \cdot (1/2)).$$

$$1/4 + (1/4) \cdot (1/4) < ③ < 1/4 + (1/4) \cdot (1/2).$$

また、四角錐⑩にこの評価を適用すると、
 $2+2 \cdot \{1/4 + (1/4) \cdot (1/4)\} < ⑩ < 2+2 \cdot \{1/4 + (1/4) \cdot (1/2)\}.$
 ③の四角錐に直せば

$$1/4 + (1/4) \cdot (1/4) + (1/4) \cdot (1/4) \cdot (1/4) < ③$$

$$< 1/4 + (1/4) \cdot (1/4) + (1/4) \cdot (1/4) \cdot (1/2).$$

さらに、この評価を四角錐⑩に当てはめれば

$$2+2 \cdot \{1/4 + (1/4) \cdot (1/4) + (1/4) \cdot (1/4) \cdot (1/4)\} < ⑩$$

$$< 2+2 \cdot \{1/4 + (1/4) \cdot (1/4) + (1/4) \cdot (1/4) \cdot (1/2)\}.$$

小四角錐③の体積は次のように評価される。

$$1/4 + (1/4)^2 + (1/4)^3 + (1/4)^4 < ③$$

$$< 1/4 + (1/4)^2 + (1/4)^3 + (1/4)^4 \cdot (1/2).$$

もう一度繰り返して、小四角錐③の体積を考えれば、

$$1/4 + (1/4)^2 + (1/4)^3 + (1/4)^4 + (1/4)^5 < ③$$

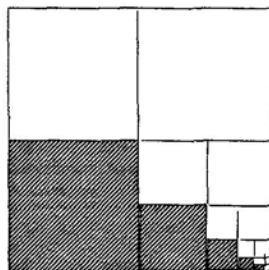
$$< 1/4 + (1/4)^2 + (1/4)^3 + (1/4)^4 + (1/4)^5 \cdot (1/2).$$

これをくり返してゆけば、直方体の箱①の体積は

$$1/4 + (1/4)^2 + (1/4)^3 + (1/4)^4 + (1/4)^5 + \dots$$

で求められることがわかる。

この級数の値を面積を用いて求めることを考えた。一辺が1の正方形を4等分してさらにその一つを4等分しこれを繰り返すと図の斜線をほどこした部分の面積がこの級数の値に当たる。

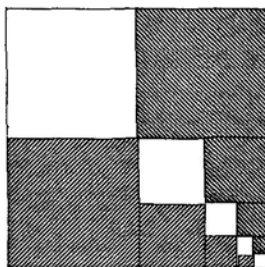


下図を見るとわかるように、それは新たに斜線を加えた部分の面積と等しく、両斜線に囲まれた空白の正方形の面積の和とも等しい。これが単位面積1の正方形の面積と等しいから

$$1/4 + (1/4)^2 + (1/4)^3 + (1/4)^4 + (1/4)^5 + \dots = 1/3.$$

であることがわる。

ゆえに四角錐の体積 ③は同じ底面と高さの直方体 ①の体積の $1/3$ である。



ここに述べたことは、すでにどこかに紹介されていることではないかと思う。しかし、近くの人達に尋ねても、そのような紹介を本などで見てないとのことでしたし、「高さが等しく底面が同じ四角錐と四角柱の体積の比が $1:3$ である」ことを、易しく説明できる方法はないかということで、自分で最近考えて、順々にいろいろ気づいて面白かったもので、なにかのときの参考にでもなればと思い、纏めておくことにしました。最後に「一太郎」の原稿に図を上手く挿入する事ができたのは、現職の嶋田氏に教えていただいたおかげで、ここに感謝いたします。

数学研究会が主体となって、夏休みの1週間（正確には現在は5日間、以前は6日間、連続して）、近隣の小学生と中学生を対象とした算数と数学の講習会を実施している。対象としている生徒数は、多い時は1000名を越える時もあったそうだが、現在は200名から300名程に落ち着いている。昭和25年の夏に第1回目の講習会が行われ、その後、毎年実施されているとのことで、そろそろ半世紀を迎える。地域に開かれた大学の伝統ある活動のひとつとして評価できる一方、継続的な実施において、多くの課題を毎年積み残している。

数学研究会は、本学のひとつの課外活動クラブという形態をとっているが、現在の実態は、小学校教員養成課程数学専攻の学生、中学校教員養成課程数学専攻の学生および科学情報コース情報数理専修の学生を中心として、数学教育専攻の大学院生やそれらの卒業生と修了生から構成されており、数学教室の教官は、その顧問として位置付けられている。卒業生等も数学研究会会員なので、毎年発行される会員名簿によると、会員数は1000名を越えており、毎年の数学研究会総会の開催案内の送付だけでも、財政的には勿論、労力の上からも、その維持が困難になってきている。会員の中には、現職の教諭や校長だけでなく、既にそれらを経験されて定年退職されている方々もおられ、陰に陽に、数学研究会の諸活動の応援をして頂いている。夏の算数数学教室という講習会での活動報告は、数学研究会が毎年発行している本誌に掲載されている。

講習会の具体的な活動内容はその年によって少しずつ異なっているので一概に言えない部分もあるが、その概略を報告しておく。

講習会の活動の実質的な担い手は、現在は、数学教室関連の1回生と2回生の学部学生となっている。以前はすべての回生の学生がこの活動を担っていたが、いつの頃からか1、2回生が中心となっている。2回生が前年の経験を活かし、企画や計画を中心に活動し、1回生は主として「先生」を体験する。大学入学後4ヶ月程で、多くの小学生や中学生と直接触れ合いそこで「先生」を経験することは、新鮮な感動と教育に対する真摯な態度が生まれているようである。数学教室の年次幹事は数学研究会の顧問という立場からこれらの活動全般を見守り、数学教室の他の教官は個々の立場から必要に応じてアドバイスや激励をしている。また、活動中の突然の事故に備え、毎日の担当者を教室会議で決めている。3回生以上の学生も必要に応じて相談にのったりアドバイスをしているようである。卒業した会員からもこの活動をより充実させたものとするための援助を申し出て下さる方もいる。

準備の早い段階で、まず、学年担当とクラス担当を決める。対象とする生徒は小学校3年生から6年生までと中学校1年生から3年生までである。各クラスには、少なくとも1回生と2回生の2人が担当するようにしている。各クラスの生徒数は10名から30名程

度のものである。その後、教材研究と教科書作りを開始する。毎年、手作りの教科書を教材としているようである。各学年の進度を念頭において復習中心にするか予習中心にするか、進度と無関係に興味ある教材を作るかあれこれ試行錯誤しているようである。

次に講習会の実施場所（教室）と実施日時を決める。これは、実施責任者と学生課との交渉により毎年決められている。種々の理由から、その年の実施が困難かと思われるケースが何度かあった。主たる理由は、国立大学の施設を利用するためのルールとの適合性と休み時間の生徒達の元気の良い騒音である。これらの諸問題は、今後、地域に開かれた大学の活動を現実に実施しようとする時に生ずるであろう問題を暗示している。ひとつには、活動に必要な経費をどのような形態で補助できるか、また、どのような団体（個人）に施設の利用を許可するか、施設の許可にあたり利用希望が多くなった場合の調整（優先順位）をどうするかなど解決しておかなければならない多くの問題がある。実際、夏休みには、多くの研究会、講習会、公開講座が実施されている関係から、ここ数年は、算数数学教室の講習会は、8月15日のお盆の時期を含む5日間に固定されている。既に、実施時期の選択の余地は無い状況である。また、附属小学校の施設の利用を申請した年もあったが認められなかった。ともかく、実施教室の確保の問題は、毎年頭の痛い問題であるが、学生課や事務局の配慮と寛容のおかげでなんとか解決してきていると思われる。

さて、その次は、講習会の案内状の作成と配布である。配布が例年より遅れると毎年楽しみにしている生徒（親）から問い合わせの電話がかかってくる。また、案内状に不備があると、質問の電話がかかってくる。大学に電話がかかってきた場合、交換手がどこに接続すべきか（問い合わせたものか）その都度判断しなくてはいけないケースがあり、大変迷惑をかけたこともある。教官の方も電話の応対と実施責任者との連絡で忙殺されることもある。現在は、過去の教訓を活かし、講習期間外の問い合わせはすべて郵便によること、期間中の連絡は電話番号を時間帯とともに指定しその電話のところに誰かが待機する方法をとっている。案内状の配布は、近隣の小学校や中学校に依頼する方式をとっているようだが、学校によってその対応がまちまちである。本講習会の意義をよく理解してくれている校長先生のいる学校では、クラス担任を通して生徒ひとりひとりに案内状が配布されるが、多くの学校では、学校の中での配布が拒否されたり、曖昧にされたりする。このような場合、校門の近くで時間帯を見計らって、案内状を生徒ひとりひとりに配布しているそうである。教育委員会の認可のないものは受け取れないとある校長先生に言われショックであったとかひとりひとりの生徒に配布しても受け取ってもらえない生徒がいるとかの報告が毎年ある。教官の方で、もう少し応援した方が良いのか、このまま社会の厳しさを体験させた方が良いのか判断の難しいところである。受け付けの方は、日時と場所を指定して一斉に実行している。以上を地域に開かれた大学の活動の先行事例と解釈するとすれば、社会の不特定多数の人達への案内と宣伝から始まり受け付け事務にいたるまでには、途中の問い合わせへの対応を含め、大変な労力が必要とされる覚悟をしておかなければいけないと推測される。

さて、本番の講習会である。毎日、午前9時から正午までの3時間が講習会の時間帯である。予定していた「先生」が都合により出席できないとか、予想していなかったことが次々と生じて、大変な5日間のようなものである。しかし、「先生」にとっても参加した生徒達にとっても、大変充実した貴重な5日間と評価できると思う。以下、実施者（学生）の声に耳を少し傾けてみると次のような感想を抱いている。まず、子供のすさまじいパワーに圧倒されそうになるとのこと。また、子供の素直さに感動し自分が失いかけていたものを発見したという報告もある。実際の授業については、面白い授業や分かり易い授業にしよう自分なりに頑張ってみたがうまくいったかどうかの不安と反省。どのようにすれば生徒の気持ちを引き付けられるのかという試行錯誤。異なる学校から来ている生徒達に、その進度や学力の違いを前提にどの程度の授業内容とスピードで臨めば良いのか。などなど、教えることの難しさが良く分かった、とか、教師という職業を真剣に考える機会になった、とのこと。すべての活動を通しては、協力していくことの重要性、友達の大切さ、責任のある立場の大変さ、出会いの大切さなどを実感したとのこと。最後に印象的な報告を一つ。「まだまだ未熟な自分達とその生徒だからこそ生まれる感情や親しみを感じることも忘れてはならない。」

夏の算数数学教室開始の頃

夏の算数数学教室開始の頃の様子について、細谷義孝先生（奈良学芸大学一期生）に伺った。昭和24年（1949年）4月に奈良学芸大学が発足したが、その年に入学してきた学生（一期生）の理科に所属する学生が中心になって、翌年の4月に数学研究会というクラブを作ったそうです。当時は、理科の中に数学専攻があって、2年生から3年生に進級する際に、各専攻に別れていたので、数学専攻と無関係に数学を愛好する学生が自主的に集まって数学研究会を構成していたようです。そして、その年、昭和25年（1950年）の夏に算数数学教室を実施したそうです。実施にあたりいろいろと苦勞されたようですが、当時の教官だった松村先生、小川先生、坂口先生の励ましと応援もあり、なんとか実現できたそうです。実施場所（教室）は附属小学校の教室を借り、案内状の配布は各教官の卒業生（教諭）に依頼したそうです。当時から講習会は午前9時から12時までの3時間だったそうですが、午後は4時頃まで希望する生徒の個人指導も行っていたそうです。また、反省会の結果、生徒達との親睦を深める目的で、皆でハイキングを実施したこともあるそうです。第1回目は300名程度の生徒が集まったとのことですが、2回目と3回目の生徒数は、1000名を越えていたとのこと。先生をする人の数が不足、文系の学生にも応援を依頼したそうです。社会に出て、この数学研究会での活動の経験が貴重であったことや数学研究会の会員であることのメリットは大きかったことなどを話されていました。細谷先生は今も数学研究会総会には毎回出席され、数学研究会の活動を温かく見守って下さっている方の一人です。

1998年度
卒業・修士論文

数列の幾何

小学校課程数学専攻 林 俊樹
情報数理専修 藤井 良彦
中学校課程数学専攻 佐々木 良子

カオスの意味は混沌で、完全に秩序のない状態を云う。例えば、木の葉の落下は、風の影響や木の葉の落下と回転による空気の乱れの影響などを受けるために、木の葉の向きの変化は、全く無秩序で極めて複雑でありカオス的であると云える。近年の数学や物理では、決定論的法則に従うにもかかわらず、それがからみ合って非線形のために起こる不規則で予測できない現象がカオスと定義されている。ここでは、数列を用いて表されるこのようなカオス現象について考えた。

1. パイこね変換

数列のカオスに入る前に、先ず数学的なカオスの原理であるパイこね変換を見ていく。

単位正方形 X を考える。横にまっすぐに10倍に延ばす。それを単位1の長さで10個に区切り左のものを一番下にして、順番に下から積み上げる。これらの操作をひとまとめにして、それを T で表す。これを“パイこね”または“パイこね変換”と云う。数学的に定義すると T は単位正方形 X の次のような写像になる。単位正方形の点 P を座標を使って $P = (x, y)$, $0 \leq x < 1$, $0 \leq y < 1$ と表すと10倍の引き延ばす操作により点 P は $Q = (10x, 0.1y)$ に移る。したがって操作 T によって移る点 $T(P)$ は一般的に $k \leq 10x < k+1$ ($k = 0, 1, \dots, 9$) とすると、 $T(P) = (10x - k, 0.k + 0.1y)$ と表せる。例えば、

$$P = (0.31415926\dots, 0.14142135\dots)$$

という初期値をとり T の操作を行うと

$$P = (0.31415926\dots, 0.14142135\dots)$$

\mapsto

$$T(P) = (0.1415926\dots, 0.314142135\dots)$$

\mapsto

$$T^2(P) = (0.415926\dots, 0.1314142135\dots)$$

$\mapsto \dots \mapsto$

$$T^7(P) = (0.6\dots, 0.295141314142135\dots)$$

とすると $T^8(P)$ ですでに x 座標は分からなくなる。このように $T^k(P)$ の将来の位置が急速に分からなくなる。このような状態が最も典型的な一つカオスの例であると云われている。

上に述べたパイこね変換では、10倍に延ばして10個に切り積み重ねたのに比べて半分に分けて重ねる方法がある。これをくり返してパイをこねて混ぜる方法は“折り畳みパイこね変換”と云われ、これからすすめる数列のカオスの原点になっている。

2. 3周期点とカオス

実際には、折り畳みパイこね変換に代わるものとして2次関数

$$f(x) = x^2 + c \quad (c \text{ は実定数})$$

によって変換される場合を考える。具体的には、つぎのように f から作られる漸化式

$$(M) \quad \begin{cases} a_{n+1} = a_n^2 + c & (n \geq 0) \\ a_0 = 0 \end{cases}$$

c を用いて定義される数列 $\{a_n\}_{n \geq 0}$ の収束の様子を作図的に観察していく。

まず、 $c > \frac{1}{4}$, $c < -2$ のとき発散するので、興味あるのは $\frac{1}{4} \geq c \geq -2$ の場合である。 c の値を $\frac{1}{4}$ から少しずつ小さくしていくとき、関数 f は次のような振る舞いをすることが観察される。

1. $-\frac{3}{4} \leq c \leq \frac{1}{4}$ のとき、一意的に 1 点 a に収束する。

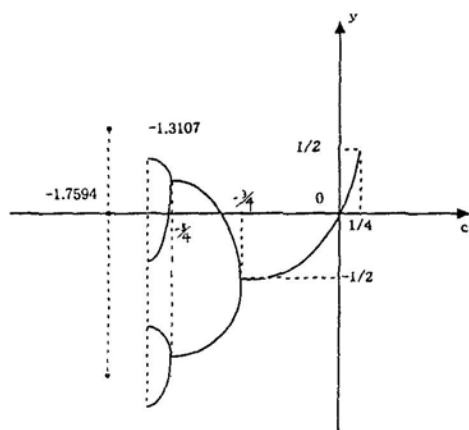
2. $-\frac{5}{4} \leq c < -\frac{3}{4}$ のとき、振動する。

収束点 b_1, b_2 は関数 f の 2 周期点とよばれる。

3. $c_4 = -1.3107\cdots \leq c < -\frac{5}{4}$ のとき f の 4 周期点と云う。

今まで、 f の固定点 (1 周期点)、2 周期点、4 周期点とみてきたのであるが、 c_4 よりほんの少し小さく c の値をとると、かなり複雑な振る舞いをし何周期点が現れるか分からない。ただ、3 周期点が現れないことはグラフから観察される。そこで 3 周期点をもつときの最も大きな c の値を探すことにすると、

$c = -\frac{7}{4}$ のとき、初めて 3 周期点が現れることが分かった。

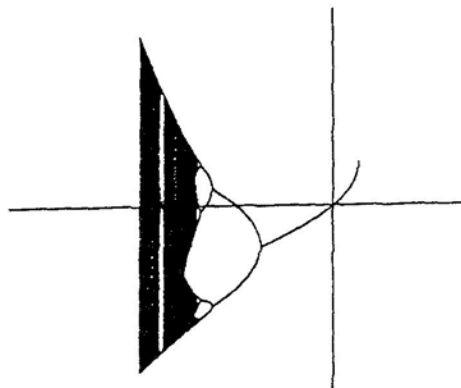


次に、 $-\frac{7}{4} < c < c_4$ の間ではどのような状況になっているのか？ これを考えていくわけであるがシャルコフスキーの定理によれば連続写像 $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ が 3 周期点をもてばすべての周期 k の周期点をもつことが知られている。

いま上で 3 周期点の存在は確認できたので、この定理より任意の周期 k をもつ周期点が現れる c の値が存在するはずである。

そこでそれぞれの周期点になる c の値をグラフ化して状況を見ながら近似計算で求めてみる。 n 周期点の場合 f で n 回移したら元に戻るので $f^n(x) = x$ を解けばよい。

このようにして求めてグラフ化した結果、次のようなグラフになった。



図のように、 $-2 < c < c_4$ の範囲では不規則で予測しがたい。このような特徴が先に述べたカオスとよばれる現象である。

3. 吸引鉢と直接鉢

次に、数列 (M) の初期値 $\alpha = a_0$ の値をいろいろと取りかえたときの数列

$$\{f^n(\alpha)\}_{n \geq 0} \quad (*)$$

の収束や発散の様子を、2 つの関数 $y = f^n(x)$ と $y = x$ のグラフの関係を通して観察していく。

$c > \frac{1}{4}$ のときは、2 つの関数 $y = f(x)$ と $y = x$ のグラフが交わらないことから、すべての初期値に対して、数列 $(*)$ は発散することが分かる。

$c \leq \frac{1}{4}$ の場合、 α が $|\alpha| > b$ の範囲では $c > \frac{1}{4}$ の場合と同じような理由で発散し、 $-b \leq \alpha \leq b$ の範囲では分岐的に収束することが観察される。 $-b \leq \alpha \leq b$ の範囲について少し詳しくみていく。

定義: a が (超) 吸引固定点のとき

$$W(a) = \{\alpha : f^n(\alpha) \rightarrow a \ (n \rightarrow \infty)\}$$

$W(a)$ を a の (超) 吸引鉢とよぶ。また、 a を含み $W(a)$ に含まれる最大の連結開集合のことを、 a の直接鉢といい、 $A(a)$ と書く。さらに、

$$K = \{\alpha : |f^n(\alpha)| < \infty \ (n \geq 1)\}$$

とおく。

例えば、 c の範囲が $-\frac{3}{4} \leq c \leq \frac{1}{4}$ では、

$$W(a) = A(a) = (-b, b), \quad K = [-b, b]$$

となる。

$c < -2$ のときの K の集合が興味深いので、この場合を考える。 $I = [-b, b]$ とおくと当然

$$K \subset I$$

であるが、結果的には I から数列 (*) が発散する次のような初期値の集合 A_{ni} を取り除いて、残った集合が K になる。

$$A_{ni} = \{\alpha \in I_{(n-1)i} : |f^n(\alpha)| > b\}$$

$$(i = 1, 2, \dots, 2^{n-1})$$

とし、 I から A_{ni} を除いた残りの閉区間を

$$I_{ni} = I - A_{ni} \ (i = 1, 2, \dots, 2^n)$$

とする。また、

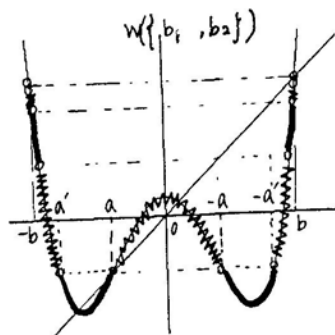
$$\bigcup_{i=1}^{2^{n-1}} A_{ni} = A^{(n)}, \quad \bigcup_{i=1}^{2^{n-1}} I_{ni} = I^{(n)}$$

と表わすと、

$$K = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^{(n)} = I - \bigcap_{n=1}^{\infty} A^{(n)}$$

となることが観察される。このとき、 K はカントール集合と同相になるが分かる。

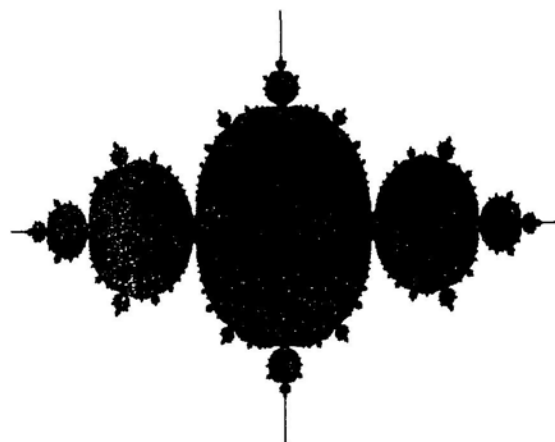
吸引鉢については、 $-\frac{5}{4} \leq c \leq -\frac{3}{4}$ の場合、図を見てみる。



結局、 $[-b, b]$ から固定点 a, b に収束する点 α を除いたものとなりこのような式で表される。

$$W(\{b_1, b_2\}) = (-b, b) - \bigcup_{n \geq 0} f^{-n}(\{a\})$$

この図を複素数の範囲にまで拡張するとこの図の境界全体はジュリア集合とよばれるものとなる。



1998年度 卒業論文
浅井研究室
「応用代数学 ー符号理論の基礎ー」
小学校課程数学専攻 951207-4
梶井 美紀

【卒業論文の概要】

- 第1章 群
- 第2章 環
- 第3章 有限体
- 第4章 符号理論の基礎

『符号理論とは』

現代の情報化社会の中で、パソコン通信や携帯電話など、どのような通信システムにおいても、情報は伝達されて受信される。情報やメッセージは、ある種類の通信路（有線、空間、水中など）を通して送信者から受信者に伝達されている。この通信路には普通、人工、自然を問わず妨害や雑音が入ってくるので、メッセージが正確に伝わることは難しい。そこで、この通信システムは、受信されたメッセージから雑音を取り除いて解読し、しかも伝達されたメッセージを正しく再生するものであることが必要である。

符号理論とは、計算機が誤作動なく計算を完了したり、情報が通信路を通して伝達する時に雑音によって損なわれないようにするためのものである。つまり、計算機系や通信系において情報を正確かつ迅速に伝達・処理することを目的としたものである。

デジタル伝送システムでは、伝送しようとする k ビットの情報に m ビットの誤り検査ビットを付け加え、 $n = k + m$ ビットの符号語を構成して伝送する。例えば、1 ビットのデータをそのまま送ると誤りが心配なので、同じものを4回繰り返して、0 に対しては (0000)、1 に対しては (1111) をビット列として送ることにする。このとき、もし、送られてきたビット列が (1011) の場合、これは有り得ないビット列なので、誤りが起きたことが分かる。送ったものが (0000)、(1111) の

どちらであったのかを考え、(1111) と推定する。

このように符号理論では、送られてきたビット列に誤りが起きたとき、その受信したビット列を有り得るビット列の中から「正しいと思われる」ものに置き換えることによって、誤り訂正がなされる。つまり、起きやすい誤りに対し常に訂正ができ、その方法も簡単であるように工夫するのが符号理論である。符号理論では、ディジタル化された情報を取り扱う。

『通信系について』

情報の発生源や、それをディジタル化する部分を含めて情報源という。ここでは、送りたい情報を2進数のビット列(情報ビット列)として発生させる。

符号器では、情報源で発生された情報ビット列を k ビットごとに区切って扱う。これを通報といい、 $i = (i_1 \cdots i_k)$ で表す。ここでは、 $m = n - k$ ビットの余分なビットが付け加えられ、通報 i に対応した n ビット ($n > k$) のビット列 $w = (x_1 \cdots x_n)$ を出力することになる。このとき、 n を符号長、 k を情報ビット数、 w を符号語、この操作を符号化という。

通信路は、送信語 $w = (x_1 \cdots x_n)$ が入力されると、 n ビットの受信語 $y = (y_1 \cdots y_n)$ を出力する。このとき、ある確率で誤りが起こる。

復号器では、受信した y をもとにして送信された符号語を推定し、送信語 w の推定値を得る。

最後になりましたが、4年間御指導下さいました諸先生方、ゼミ・卒業論文等で大変お世話になりました浅井先生に心より感謝いたします。ありがとうございました。

フーリエ近似とはなんぞや
 ～フーリエ近似で四国を描く～
 河上研究室
 小学校課程数学専攻 浜村新一

<はじめに>

近似の方法としてまずあげられるのは、マクローリン展開を用いる方法である。これは原点の近くでは、近似の精度が高いが原点から遠いところでは良い近似になっている保障はない。そこで私はフーリエ近似というものに目をつけました。このフーリエ近似はフーリエ展開を用いるもので、係数の値が積分によって求められるので全体的に近似していくことができます。フーリエ近似を考える意味で四国の海岸線を例にとって、第 n 次近似はどのような形になるのか、普通一般に人間が描く四国の略地図とは第何次近似ぐらいなのかなどを考察していきます。

<フーリエ展開とは>

フランスの物理学者であるフーリエは三角関数の重ね合わせにより、任意の関数を表現出来ることを発見した。これは閉区間

$[0, T]$ 上の関数 $f(t)$ に対し角速度 $\omega = \frac{2\pi}{T}$

とすると $f(t)$ のフーリエ展開の第 m 次近似は、

$$A_0 + \sum_{n=1}^m (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \times \cos n\omega t$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \times \sin n\omega t$$

という式で表される。

(第1次近似)



(第2次近似)



(第3次近似)



(第5次近似)



(第10次近似)



(第20次近似)



(最高近似)



<おわりに>

フーリエ近似はフーリエ展開を用いるので係数の値が積分によって求められ、全体的に近似していくことができるので第1次近似でも一応それらしい形はしているし、最高近似の時の四国は元の形とほとんど同じになりました。私はこの研究でフーリエ近似のすばらしさというものを自分の力で感じ、勉強することの楽しさというものを思い起こすことができました。これで満足することなくフーリエ級数の知識、数学の知識をよりいっそう深めていきたいです。

平成11年度 卒業論文

乱歩 (Random walk)

～フーリエ級数の応用～

河上研究室

小学校課程数学専攻 大川 恵美

はじめに

今回、私が「乱歩」を卒論のテーマに選んだきっかけは、河上先生に「乱歩とは、例えば酔っ払った人が碁盤の目のような道を歩くとき、どのような歩き方をするのか、ということ」を数学的に考えたものであり、そのうちもう一度最初の地点に戻ってくる確率をフーリエ級数を使って表すことが出来る。」と教えていただき、興味を持ったからです。

乱歩について

いま、整数に値をとる確率変数 X に対し、 $P(X=n)=p(n)$ とおくと、確率列 $\{p(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ が得られる。ここで、 $\{p(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}=P$ とする。この P に対し $\sum_{n \in \mathbb{Z}} p(n) e^{in\theta} = \hat{p}(\theta)$ とおくと $[0, 2\pi]$ 上の θ の関数 $\hat{p}(\theta)$ が定義できる。このとき、 $p(n)$ は $\hat{p}(\theta)$ のフーリエ係数として

$$p(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{p}(\theta) e^{-in\theta} d\theta$$

で与えられる。

ここでは、 $n \neq \pm 1$ のとき $p(n)=0$ となる X を考える。 X_1, X_2, \dots, X_n が X と同じ分布で互いに独立のとき

$$\begin{cases} S_0=0, S_1=X_1, S_2=X_1+X_2 \\ S_n=X_1+X_2+\dots+X_n, \dots \end{cases}$$

とおく。このとき、 $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ を乱歩 (Random walk・酔歩) という。

わたしは、この乱歩のうち、公平な乱歩の場合の $P(S_n=0)$ について考えました。

$$\begin{pmatrix} P(S_n=0) \text{ というのは、} n \text{ 回目に} 0 \\ \text{の点に戻ってくる確率のことである} \end{pmatrix}$$

乱歩の分布の様子は、定積分を使い、

$$P(S_n=0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{p}(\theta)^n d\theta$$

と、できる。ここで $\hat{p}(\theta)$ がいくらであるのかを考える。

$$\begin{aligned} \hat{p}(\theta) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} p(n) e^{in\theta} \\ &= \frac{e^{-i\theta}}{2} + \frac{e^{i\theta}}{2} \\ &= \cos \theta \end{aligned}$$

よって、これを代入して計算していく。

$$P(S_n=0) = \frac{n-1}{n} \times \frac{n-3}{n-2} \times \dots \times \frac{1}{2} \quad (n \text{ は偶数})$$

よって公平な乱歩の場合の原点に戻ってくる確率は以上のように表される。

おわりに

今回、公平な1次元の乱歩の場合についてのみ考えていきましたが、ほかにもいろいろな場合(高次元)について考えていけば、この考え方の有効性が分かる、と思いました。

最後になりましたが、今までご指導いただきました諸先生方、本当にありがとうございました。

ラプラス変換と微分方程式

河上研究室

小学校課程数学専攻 松本 美香

はじめに

微分方程式には、「微分方程式の解き方」というものがおのおのの問題に応じてあり、一般にはラプラス変換を用いられずに解かれます。しかし私はラプラス変換を勉強し、「ラプラス変換を使う微分方程式の解き方」を知りました。

たしかに、従来通りの解法を用いたほうが簡単に解ける場合も多かったです。ラプラス変換には性質も多くあるし、なによりその変換自体新しく耳にするものだったので最初はとまどいもありましたが、なれていくうちにラプラス変換のもつ単純さに気がきました。そしてなにより、今まで（私は）解くことのできなかった問題をもラプラス変換により、解くことができたのです。

微分方程式

$$Y'' + 3Y' + 2Y = t^2 e^t \quad (Y = Y(t))$$

について

私はこの微分方程式を目にしたとき、その解法を思いつきませんでした。なぜなら

$$\lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0$$

という特性方程式を解き、 $\lambda = -1, -2$ を得、

$$\text{一般解 } Y = c_1 e^{-t} + c_2 e^{-2t}$$

を求めることはできましたが、その一般解と足し合わさなければならない特殊解を求めることはできなかったからです。

しかし、ラプラス変換を使うとそんなことは問題ではありませんでした。ラプラス変換には一般解も特殊解も関係なかったからです。

ラプラス変換を使う解法ではまず、与式の両辺のラプラス変換し、

$$y(s) = \frac{2 + (sY(0) + 3Y(0) + Y'(0))(s-1)}{(s-1)^3 (s+1)(s+2)}$$

を得ます

そして $Y(0) = A$, $Y'(0) = B$ とおき、

これの右辺を部分分数にばらすと

$$y(s) = \frac{2}{6(s-1)^3} - \frac{5}{18(s-1)^2} + \frac{19}{108(s-1)}$$

$$+ \frac{24A+12B-5}{12(s+1)} + \frac{-27A-27B+5}{27(s+2)}$$

となります

ここで逆ラプラス変換を用いると

$$\begin{aligned} Y(t) &= L^{-1}\{y(s)\}(t) \\ &= \frac{1}{6} t^2 e^t - \frac{5}{18} t e^t + \frac{19}{108} e^t \\ &\quad + \frac{24A+12B-5}{12} e^{-t} + \frac{-27A-27B+5}{27} e^{-2t} \end{aligned}$$

となり、微分方程式を解くことができた。

おわりに

さらに上記のように解の形がわかると、次回似たような微分方程式を解く際、従来の解法で解くことができます。特殊解を求めることができるのです。ラプラス変換を勉強し、微分方程式のはばまで拡張された気がしました。

さいごにみなさま、4年間本当にありがとうございました。感謝の気持ちでいっぱいです。

参考文献

- ・フーリエ展開 竹之内 脩 著
- ・ラプラス変換 スピーゲル 著

複素積分

～ 曲線の関数としての線積分 ～

神保研究室

井上 友成・笠井 俊吾・山本 武史

はじめに

複素解析学は、19世紀にコーシーや、ワイエルシュトラス、リーマンなどの優れた数学者によって研究された。それらの成果が20世紀にひきつがれ、数学近代化の道を辿り発展してきた。そして、近代化の過程において位相空間や代数関数、関数解析などの分野と深く関わりをもつに至っている。また数学だけでなく自然科学、工学の多くの分野において重要なものとなっている。現在、高校数学に複素平面などが導入されており、私たちは実変数の微分積分学だけでなく、その延長として複素解析学を学ぼうと思った。

私たちは参考文献1をゼミのテキストとした。

(卒業論文構成)

序文

第1章 複素数

1. 複素数の代数
2. 複素数の幾何学的表示

第2章 複素関数

1. 解析関数の概念の導入
2. 整級数の基本的性質
3. 指数関数と三角関数

第3章 複素積分

1. 基礎的諸定理
2. コーシーの積分公式

ここでは、曲線の関数としての線積分について取り上げる。

1 曲線の関数としての線積分

アールフォールスの本は複素関数論の講義(テキストは[3])とは、内容の構成順(説明順)、説明の仕方などが異なり興味を引かれた。ここでは、その一部を紹介する。

$p(x, y), q(x, y)$ を平面 \mathbb{R}^2 の領域 Ω で連続関数とすると、 Ω 内の区分的に滑らかな曲線 $\gamma : x = \phi(t), y = \psi(t), a \leq t \leq b$ に対して、次の線積分が定義される。

定義1

$$\int_{\gamma} (p dx + q dy) = \int_a^b p(\phi(t), \psi(t)) \phi'(t) dt + \int_a^b q(\phi(t), \psi(t)) \psi'(t) dt$$

と定める。

ここでは、次の設定で考える。

関数 p, q を固定し曲線上の積分値が曲線の両端点だけで決まると仮定する。 γ が Ω の中を自由に変わるとすると、写像 $\gamma \rightarrow \int_{\gamma} (p dx + q dy)$ は曲線 γ の関数(汎関数)と見られる。この設定のもとでは、任意の開曲線 γ 上で

$$\int_{\gamma} (p dx + q dy) = 0$$

となる。逆もいえる。このとき関数 p, q はどのような性質をもつかについては、次の定理がある。

定理1

Ω 内で定義された線積分 $\int_{\gamma} (p dx + q dy)$ が γ の端点でのみ決まる。
 $\iff \Omega$ で $\frac{\partial U}{\partial x} = p, \frac{\partial U}{\partial y} = q$ を満たすような関数 $U(x, y)$ が存在する。

(証明) 十分性

γ 上で $U(x, y)$ は t の関数で、
 $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt}$ であるので、

$$\begin{aligned} \int_{\gamma} (p dx + q dy) &= \int_a^b \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} \right) dt \\ &= \int_a^b \left(\frac{\partial U}{\partial x} \cdot x'(t) + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot y'(t) \right) dt \\ &= \int_a^b \frac{d}{dt} U(x(t), y(t)) dt \\ &= U(x(b), y(b)) - U(x(a), y(a)) \end{aligned}$$

必要性は略。

全微分の形 $dU = (\partial U / \partial x) dx + (\partial U / \partial y) dy$ で書くことのできる式 $p dx + q dy$ を完全微分と

いう。

\mathbb{C} の領域 Ω 上の複素連続関数 $f(z)$ に対して $f(z)dz = f(z)dx + if(z)dy$ が完全微分になるときは、 Ω 上のある関数 $F(z)$ があり、

$$\frac{\partial F(z)}{\partial x} = f(z), \frac{\partial F(z)}{\partial y} = if(z)$$

と表される。このとき、 $F(z)$ はコーシー・リーマンの方程式

$$\frac{\partial F(z)}{\partial x} = -i \frac{\partial F(z)}{\partial y}$$

をみたす。 $f(z)$ は仮定より連続だから $F(z)$ は解析的で導関数が $f(z)$ になる。

定理 2

連続関数 $f(z)$ の積分 $\int_{\gamma} f(z)dz$ が γ の端点のみで定まるための必要十分条件は $f(z)$ が Ω での解析関数の導関数になることである。

このあとに、 $f(z)$ が実は解析関数であるということが示される。このように、参考文献 [3] とは説明の順序が逆になっていた。

2 関数 $f(z)$ の零点の個数

ここでは、卒論発表で取り上げたところを紹介する。まず、対数関数の定義からはじめる。

定義 2

$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) = re^{i\theta}$ ($r > 0, -\pi \leq \theta < \pi$) に対して、
 $\log z = \log r + i \arg z$
 $= \log r + i(\theta + 2n\pi)$ (n は整数)
 と定められる。

したがって、対数関数は無限多価関数といわれる。定義域を適当に制限すれば、対数関数は無限に多くの (一価) 関数の集まりにすることができる。この中で普通は、対数関数として、 $n=0$ の場合が用いられる。少しコメントが必要だが

性質

$$\begin{aligned} \log(z_1 z_2) &= \log z_1 + \log z_2. \\ \arg(z_1 z_2) &= \arg z_1 + \arg z_2. \\ \frac{d \log z}{dz} &= \frac{1}{z}. \end{aligned}$$

(例 1) 円 C が囲む領域の閉包が a を含まないとき、 $\frac{1}{z-a}$ の原始関数としては、 $\log(z-a)$ の一価解析的な枝が定義できるので、前節の結果から

$$\int_C \frac{dz}{z-a} = 0.$$

一方円を $z = a + \rho e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$ で表せば、

$$\int_C \frac{dz}{z-a} = \int_0^{2\pi} \frac{i\rho e^{it}}{(a + \rho e^{it}) - a} dt = 2\pi i$$

となる。また点 a が円の内部にあれば、円の中心でなくとも積分は同じ値をもつ。

(例 2) $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ とし、 D の周を C とする。 $\alpha_1, \alpha_2 \in D, \alpha_3 \notin \bar{D}$ に対して

$$f(z) = a(z - \alpha_1)(z - \alpha_2)^2(z - \alpha_3)$$

を考えてみる。このとき $f(z) = 0$ の円 C 内の零点の個数 (重複点を数える) 3 を求めるために偏角の変化の総和を計算してみた。 C 上に分点 $z_0, z_1, \dots, z_n = z_0$ をとると

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_C d(\arg f(z)) \\ &= \frac{1}{2\pi} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \{\arg f(z_j) - \arg f(z_{j-1})\} \\ &= \frac{1}{2\pi} \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sum_{j=1}^n \{\arg(z_j - \alpha_1) - \arg(z_{j-1} - \alpha_1)\} \right. \\ & \quad + 2 \sum_{j=1}^n \{\arg(z_j - \alpha_2) - \arg(z_{j-1} - \alpha_2)\} \\ & \quad \left. + \sum_{j=1}^n \{\arg(z_j - \alpha_3) - \arg(z_{j-1} - \alpha_3)\} \right] = 3. \end{aligned}$$

対数関数を一価なところで微分すれば、

$$(\log f(z))' = \frac{f'(z)}{f(z)}.$$

それゆえ、一価関数のつながりとしての対数関数

が少し気かりであるがラフに計算してみると

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi i} \int_C d \log f(z) \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_C d \log |f(z)| + \frac{1}{2\pi} \int_C d \arg f(z) \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f'(z)}{f(z)} dz \end{aligned}$$

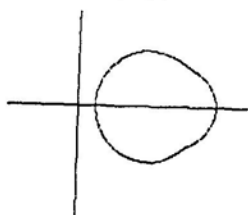
そこで、最後の式を求めると

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f'(z)}{f(z)} dz \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_C \left\{ \frac{1}{z-\alpha_1} + \frac{2}{z-\alpha_2} + \frac{1}{z-\alpha_3} \right\} dz \\ &= 3 \end{aligned}$$

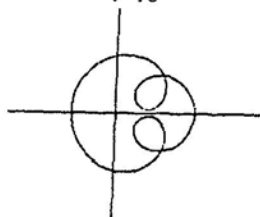
これからでも、 $f(z)$ の C 内の零点の個数がえられた。

パソコンによっていくつかの関数を取り上げ、円周の像を描かせてみた。 $f(z)$ の零点の個数は、像が原点の周りを何周していくかの回転数で視覚的に確かめられた。また円周の半径を変えることで零点の個数が変化して内容がよく理解できた。周上に $f(z)$ の零点がのっている場合には、円の像が原点を通り都合の悪いこともわかった。プログラムは N88-BASIC を用いて描いた。点の動きがみられる点などが良かったが、数理ソフト (Mathematica など) を用いればもっと手軽に調べられたかもしれない。

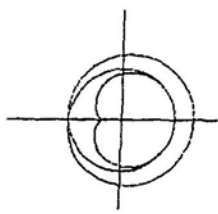
unit= 55
? .32



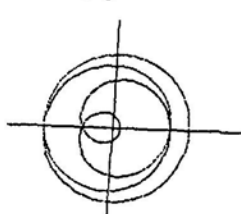
unit= 20
? .8



unit= 2.2
? 2

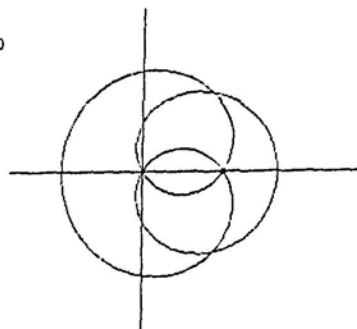


unit= .5
? 3



```
5 'f(z)=z^4+2z^3-z^2+2z+1
10 SCREEN 3:CLS 3
20 LINE (300,10)-(300,390)
30 LINE (100,200)-(500,200)
40 PI=3.14159
45 UNIT=.5: PRINT "unit=";UNIT
50 INPUT R
60 FOR T=0 TO 2*PI STEP .005
70 U=R*R*R*R*COS(4*T)+2*R*R*R*COS(3*T)
75 U=U-R*R*COS(2*T)+2*R*COS(T)+1
80 V=R*R*R*R*SIN(4*T)+2*R*R*R*SIN(3*T)
85 V=V-R*R*SIN(2*T)+2*R*SIN(T)
100 X=UNIT*U+300
110 Y=-UNIT*V+200
120 PSET (X,Y)
130 NEXT T
140 END
```

unit= 20
? 1



この一般化は次の偏角の原理である。ただし、ここまでは関数 $f(z)$ の零点の個数を考えていたので、以下では $N_\infty = 0$ に当たる。

偏角の原理

D を単純閉曲線 C で囲まれた領域とする。 $f(z)$ を D で有理形とし、 C 上で正則で、かつ零点と極がないとする。このとき、次の関係式が成り立つ。

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f'(z)}{f(z)} dz = N_0 - N_\infty$$

ただし、 $f(z)$ の D 内の零点の総数を N_0 、極の総数を N_∞ とする。

<参考文献>

1. L.V. アールフォルス著、笠原 乾吉 訳：複素解析、現代数学社
2. 阪井 章 著：複素解析学入門、新曜社
3. 藤家 龍雄 著：複素解析学、朝倉書店

「算数教育と総合学習との
連携に関する研究」
小学校教員養成課程 数学専攻
山上 真一

はじめに

教育実習に行き感じてきたこと、現在の学校ではどのような教育が行われているのか、子どもたちの置かれている環境はどのような状況なのかといったことをあまりに知らないということでした。

また子どもにとっての学校とは勉強だけの場所ではなく、教師にとっても勉強を教えるだけでなくということも改めて感じました。

それに現状の受験教育・知識注入的と言われている教育が行き詰まりつつあり、いじめ不登校など子どもの問題行動の増加などから、現在の教育の是非が問われてきている。

実際に「ゆとり、生きる力」というテーマで教育改革が実施されます。その柱となるであろう「総合的な学習の時間」が、どのように学校で取り扱われるのだろうか、それにともなって、教科学習は影響をうけるのだろうか、その中でも算数・数学教育がどうかかわっていくことができるのだろうか考えてみることにしました。

序章 はじめに

第1章 学校教育の課題と改善

- § 1 現在の子どもの像
- § 2 課題・問題点
- § 3 新指導要領と総合的な学習の時間

第2章 算数教育史・総合学習の歴史

- § 1 諸外国の総合学習の歴史
- § 2 わが国における総合学習の歴史
- § 3 算数教育史

第3章 総合学習の実践から

- § 1 総合学習の考え方と教科学習
- § 2 諸外国での総合学習の考え方
- § 3 日本の研究実践での総合学習

第4章 総合学習の可能性と算数教育との関連

- § 1 子どもに必要な経験
- § 2 今後の総合学習について
- § 3 算数と総合学習の関係

終章 おわりに

研究内容

「総合的な学習の時間」は自己形成の育成

「学ぶ者の論理」で「総合的な学習の時間」を活用していかなければならない。

子ども主体の活動の中で、その場その場の必要に応じての問題解決の力がつくだけでなく、何よりも「自分自身の興味・関心に基づく主体的な行動力」が育つはずである。

自分でやってみたいこと（目的）に自分なりに取り組む過程でよりよい取り組み方（方法）が見え、身についてくる。そのための振り返り（内容）も大切。このような学習を通して、授業自身が自分らしく生きていくための「学び方」につながる学力が育っていくはずであると考えられる。

○総合学習と算数の関わり方

- ・算数を「総合学習」の活動過程で利用する
- ・総合学習で学習内容を算数の授業で活用する
- ・総合学習の学習経験を算数の授業で用いる

◎総合学習との関連で、いままでできなかった算数・数学の学習ができるようになるのではない。教科の側からも総合学習はさまざまな可能性をもっている。そして総合学習を考えることで、教科の本質、数学・算数教育で何を教えるのかということを見つめなおすことになる。また「学校教育で求められるもの、必要なものは何か」という根本的な部分を改めて考えていくことも必要になってくるであろう。つまり「総合学習」の導入は、新しいものが入ってくるという単純なことでなく、既存の学習、学校教育の枠組みの見直し・改善の必要をとまなうものとなる。いままでの教科学習の縦の関係だけでなく、他教科との横の関係を深めていく「学校教育の総合」への最初のステップと言っているのではない。

おわりに

この研究を通して、これからの学校教育の方向が見えてきた。同時にたくさんの知識も得られた。「総合学習」と「教科学習」との関連の重要性、教科学習の必要性など。

しかし「総合学習」を抽象的なイメージでしか捕まえきれなかったことが残念である。実際に各学校で「総合的な学習の時間」が定着するには時間がかかるであろうが、自分もこの研究で得たものを土台にして何らかの形でかわりをもちつづけていきたいと思っています。

「子どもと保護者のコミュニケーションによる
学習への影響の研究」
～算数を手がかりにして～
小学校課程数学専攻 重松研究室 木村 恵美

◇はじめに

最近、「キレル子ども」「学級崩壊」という言葉を新聞、雑誌、テレビで嫌になるほど耳にし、思いがけない凶悪な少年犯罪も多発している。このような現状から、子ども達が心身共に健康に育つためには「家庭」が欠かせないと考え、そこでの親子のコミュニケーションはどうなっているのかに興味を持った。

現在、家庭教師をしている家は、親子がとてよくコミュニケーションをとっており、子どもは算数において、日常生活の事象と結び付けて考えるなどとても豊かな発想が出来る。子どもと話をしているうちに、親との普段のコミュニケーションの中で、そういう発想が出来るということを知った。

このように、学習という側面から見ても親子のコミュニケーションは大事なのではないかと思ひ、現在親子のコミュニケーションはどれくらいとれているのかを算数を手がかりにして考えていくことにする。そのために、算数アンケートや、さらにもっと詳しく聞き出すために事例研究を行う。そしてその結果を踏まえて、教師になった際、どのようにすれば親子のコミュニケーションの橋渡しが出来るのか、取り組みを考えることを課題とする。

◇卒業論文の構成

はじめに

第1章 子どもが置かれている状況

(家庭教育を中心として)

- § 1 児童・生徒の問題行動の状況
- § 2 子どもたちが感じている現状
- § 3 調査結果から見る今後の課題

第2章 子どもと保護者のコミュニケーション
(算数を通して)

§ 1 コミュニケーション(親子関係を中心)の必要性

§ 2 算数教育とコミュニケーション

§ 3 子どもと保護者の算数コミュニケーション

第3章 算数に関する子どもと保護者の意識調査

§ 1 第1回目アンケート

§ 2 第2回目アンケート

§ 3 結果を通してみるコミュニケーションがよくとれている事例

第4章 子どもと保護者を繋ぐコミュニケーションの在り方の提案

§ 1 事例研究

§ 2 親子で取り組む算数

§ 3 子ども・保護者・教師で作る授業

おわりに

◇おわりに

今回、親子のコミュニケーションというテーマを算数という教科を通してみてきた。親子のコミュニケーションは大事だと皆知っており、自分自身も大事だと考えてきたが、それを定義することがこんなに難しいものかというのが論文を書き終えての感想である。

当然のことだが、「家庭」「親子関係」は百あれば百通りのパターンがあり、そういう絶対的な価値を持たないものに対する基準を自分自身の見方で決めなくてはならない。「当然親はこういう方法を取るべきであろう」と考えていても、各家庭の環境や子どもの性格によって大きく変わることによって気付かされることがたくさんあった。それは自分の考えが浅はかだったのに対し、親が子どものことを本当に深く考えて育てているのだと感じたからである。

今後、どの親にも子ども一人ひとりに対する深い愛情があることを受けとめ、自分が親になったときには子どもにもそのように接したいのと同時に、教師になった際には、そういう親の思いをしっかり受けとめた上で、子どもを預かっていきたい強く思う。

「幼児期の教育における環境についての研究
～積み木を通して～」

幼稚園教員養成課程自然(数学)専攻
重松研究室 953014-5 寺町 歩

〈はじめに〉

幼児期の教育においては、遊びの充実を図り、体験的な遊びを通して生きる力の基礎を培うことが指摘されている。そのため、幼児の主体的な活動を確保するための指導の計画、つまり、環境構成のあり方の見直しが問われている。環境は、幼児が幼稚園でより充実した生活を送るために、1日1日の活動1つ1つが子どもたちの中に潜んでいる可能性を引き出せるよう、子どもの思いと保育者の願いを明確にして設定されるものである。

私は実習において、保育の遊びの中での環境構成というものが一体何であるのかに悩まされ、それを行うことの難しさも身をもって感じた。しかし、それが幼稚園教育における子どもの成長、発達を支える基本であることに気づいた時、幼稚園教育というものを初めて知り、感動すら覚えた。

このような思いから、この研究で幼児期の教育における環境というものに注目し、そのあり方や構成について、そして環境が持つ様々な役割と教育的な価値を積み木という子どもの遊ぶ場に欠かすことのできないおもちゃを通して考えていく。

〈卒業論文の構成〉

はじめに

第1章 幼児期の教育

§1 幼児期の教育の現状

§2 これからの幼稚園教育の在り方について

第2章 幼児期の教育と環境

§1 環境について

§2 幼稚園教育と環境

§3 環境の構成

§4 環境の在り方

第3章 環境としての積み木

§1 フレーベルの恩物

§2 積み木遊びについて

第4章 教材研究 ～積み木で遊ぼう～

§1 目的

§2 内容

おわりに

参考文献

〈研究の概要〉

第1章 幼児期の教育の現状と幼稚園教育要領改訂へこれからの幼稚園教育について述べる。

第2章 幼児と教育と幼稚園教育における環境について、そのあり方や関係を述べる。

第3章 物的環境としての園具・教具を見直すために積み木を取り上げ、具体的な積み木遊びやその教育的価値などを考えていく。

第4章 第3章の積み木遊びの考察をもとに手引き書の作成

〈おわりに〉

本研究を通して、子どもと環境とのかかわりあいによる教育というものを、感覚的にではあるが少しずつわかりかけてきたように感じている。保育者は環境それぞれが持つ教育的な価値を理解し、幼児の活動においてそれらが様々な発達を促す要素を持ちかねているということ意識して保育を行うことが望ましい。そのためにも、様々な視点で物事を見抜く力、つまり様々な角度から一人一人の子どもをとらえることができる力が必要である。教材研究で作成した手引き「積み木で遊ぼう」は、そのような保育者に必要な視点と力を身につけ、環境構成と援助に役立てられることを期待している。

幼稚園教育要領の改定に伴い、幼児期の教育において考えるべき環境の課題はこれまで以上にありと考えられる。今後、これに止まる事なく、本研究をもとに実践につなげ、さらに研究を深め、より良い保育を目指していきたい。

最後になりましたが、重松敬一教官をはじめ、4年間御指導、御協力いただきました諸先生方に心から感謝いたします。ありがとうございました。

幼児の数学的認識について

幼稚園教員養成課程自然コース数学専攻 重松研究室

No. 953021-8 渡部 裕子

はじめに

幼児期の生活の中心は遊びである。幼児期の遊びは、心身の調和のとれた発達の基礎を養う上で重要である。そのため、幼児教育の場の一つである幼稚園では、遊びを重視した教育がなされている。

幼児が環境とかかわり、必要な体験を得るために、自発的な遊びを引き出すことが求められる。教育の場である幼稚園において遊びを引き出し自在に展開されるには、適切な教育的配慮が必要になる。

そこで本研究では、数学的認識を養う教育的配慮について詳しく見ていきたいと思う。そのために、1日の幼児たちの活動に密着し、どういった場面で、どういった数学的認識が見られ、養うことができるのかをそこから得られた結果をもとに、数学的認識について考察した。

卒業論文の構成

はじめに

第一章 幼児期の教育の現状

§ 1. 現在の幼児教育

(1) 現状

(2) 幼稚園教育要領現行

§ 2. これからの幼稚園教育

第二章 幼児期における数学的認識の発達

§ 1. 幼児と数学的認識

§ 2. 数学的認識の発達

§ 3. 一日の保育における数学的認識

第三章 数学的認識の発達と指導

§ 1. 数学的認識の保育計画案

§ 2. 数学的認識の指導の研究

第四章 教材研究

§ 1. 目的

§ 2. 作成

おわりに

参考文献

1. 数学的認識

数学的認識は、主に数・量・図形・空間・時間の5つに分けられる。その4つに当てはまらないものをその他として以下のように分けてみた。

(1) 数

数唱、計数、集合数、順序数、数字の読み、数字の書き、加法、減法、乗法、除法

(2) 量

大小、多少、長さ、高さ、深さ、太細、広さ、角度、重さ、かさ、速さ

(3) 図形

平面図形、立体図形

(4) 空間

上下、左右、前後、遠近

(5) 時間

時刻、時間、

(6) その他

論理的思考～肯定・否定・仮定～、比較、集合、順序関係

2. 1日の保育における数学的認識

この分析を通して、1日の幼稚園での生活の中で子どもたちは、数多くの数量関係を体験している。したがって、このような認識があるかどうかを保育者が知っているかどうかによって子どもに対する接し方、言葉かけ（援助の仕方）に違いがあるとと思われる。

左不変ベクトル場と1パラメーター部分群

数学教育専攻
横田尚之

1. 平面の原点の周りの回転全体の集まりは、2つの回転 A, B を続けて行う操作 AB を積として群をなす。この集合 $SO(2)$ は平面の回転群とよばれるもので、図形的には原点を中心とする半径1の円になる。同じように空間における回転群 $SO(3)$ が考えられるが、これは9次元のユークリッド空間において6つの代数方程式で記述される3次元の曲面になる。実際には、3次元の実射影空間になることが知られている。ここでは、この3次の回転群 $SO(3)$ の微分幾何的考察をおこなうとともに、そのことを通して座標関数の意義と微分・積分の概念ならびにそれらがもつ相互の関連性について考えてみた。以下にその概要を述べる。

2. 曲面 M 上に接ベクトルが、滑らかに分布しているものを M のベクトル場といい、これを X で表す。この X が各点で与えるベクトルを接ベクトルとしてもつ曲線を X の積分曲線という。ここでは特に、 M が群構造をもつものを考える。一般に、曲面で群構造をもつもの、つまり多様体構造と群構造を併せもつ曲面を Lie 群という。

M の単位元 e における接ベクトルを v とすれば、任意の点 g における接ベクトルが左移動によって与えられる。それを、 $L_{g*}v$ と書く。このように作られる M 上のベクトル場 X を、左不変ベクトル場といい、その単位元 e を通る積分曲線を1パラメーター部分群という。これを $\{\varphi(t)|t \in \mathbb{R}\}$ と書く。ここでは、 $M = SO(3)$ の場合にその左不変ベクトル場とその1パラメーター部分群を具体的に求めた。

3. 方法であるが、局所座標関数を用いた直接的計算により求めようとすると大変複雑になったので、この方法はあきらめることにした。結果としては、 $SO(3)$ 上の左不変ベクトル場を一般線型群 $GL(3, \mathbb{R})$ に拡張してその形を具体的に記述することによりその1パラメーター部分群を求めることができたが、はじめの方法を途中で放棄してしまったことが少し残念に思われる。

ここで $SO(2)$ についてその直接的方法を説明しておく。

$$SO(2) = \left\{ x = \begin{pmatrix} x_1 & -x_2 \\ x_2 & x_1 \end{pmatrix} \mid x_1^2 + x_2^2 = 1 \right\}$$

と書くとき、元 x に xy -平面の点 (x_1, x_2) を対応させると $SO(2)$ は平面の単位円とみなすことができる。単位元 $e = (1, 0)$ における接ベクトル $v = (0, a)$ を1つとると、これを正の方向に回転することにより各点 x の接ベクトル $L_{x*}v = x \begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}$ が得られる。これが $SO(2)$ 上の左不変ベクトル場 X である。このとき、

$$\varphi(t) = (\cos ta, \sin ta)$$

とおけば、これが求める X の1パラメーター部分群であることが次のように確かめられる。加法定理を用いると $\varphi(s+t) = \varphi(s)\varphi(t)$ が得られる。従って $\{\varphi(t)|t \in \mathbb{R}\}$ は $SO(2)$ の部分群になる。 $\varphi(t)$ が X の積分曲線であることを見るために $SO(2)$ を4枚の標準的な座標近傍で覆う。いま、点 $x = (x_1, x_2)$ が xy -平面の第1象限にあるとして x を x_2 に対応させるとき、

$$X_x = ax_1 \frac{\partial}{\partial x_2}$$

と表せる。 $\varphi(t)$ が X の積分曲線であるためには、 $\varphi(t) = (\varphi_1(t), \varphi_2(t))$ とおくとき $\varphi_2(t)' = a\varphi_1(t)$ が確かめられればよい。ところが $(\sin ta)' = a \cos ta$ であるから明らかにこれを満たす。

平成 10 年度 修士論文
有 限 鏡 映 群
数学教育専攻 数学専修
酒 井 道 太

1 序文

豪壮な王宮、芸術性の高さを誇る華麗な大聖堂から、細工の見事なステンドグラス、幻想的で繊細な美しさをもつ天井画、精緻な細工がすばらしい壁画の装飾模様まで、「これぞ、傑作」と賞賛されるものが、ヨーロッパに限らず、私が青年海外協力隊として派遣されたエクアドル共和国をはじめとする南米の国々にも存在する。そして、それらは旅する人々の心を惹きつける。

しかし、これらの芸術品は、何故美しいのだろうか。これらのもつ共通の特徴の一つとして「シンメトリー (symmetry)」を挙げることができる。シンメトリーとは、釣合の取れていることである。狭義では、左右対称を指す。

確かにシンメトリー (対称性) のあるものは美しく感じられる。ギリシャ時代に完全な形とされた円は中心に対して点対称であるし、多くの建築物は左右対称に作られている。正多角形は回転によってぴったり重なるという、広い意味でのシンメトリーを持っている。このように、美的感覚と密接不可分な関係にあるシンメトリーを抽象的に研究する学問が、群論と呼ばれる数学の一分野である。

群論は、二人の若き天才数学者によって発見された。その一人はノルウェーのアーベル、もう一人は、卒業論文で扱った、フランスのガロアである。

五次以上の方程式の解法は長い間未解決の問題であったが、両者は群論のコンセプトを用いて、この問題を解決した。すなわち、五次以上の方程式の一般的解法は存在しないということを、方程式の解のシンメトリーの性質から示した。

シンメトリーを捉えるために誕生したこの群論は、当然のことながら数学にとどまらず、広く自然界のシンメトリーの研究に発展した。

例えば、群は結晶や分子のシンメトリーの研究に応用され、分子の形や動的な性質を理解する上で不可欠な道具となった。又、素粒子のシンメトリーの研究から、知られていなかった粒子の存在と性質が予言され、その通りであることが後に実証された。

本論文では、以上のような具体的な研究にも有用な次元、すなわち 2 次元、3 次元における回転群、鏡映群の性質について考える。特に、直交群の部分群であり、鏡映によって生成される群をコクセター群と呼び、議論を進める。

2 鏡映とは

2.1 2次元空間における鏡映

\mathbb{R}^2 上で、単位円を考える。基本ベクトルを x_1, x_2 とする。このとき

$$x_1 \perp x_2$$

であり、 $|x_1| = |x_2| = 1$ である。任意の x に対して、直線 l に関する鏡映 T は、任意の $k (\neq 0)$ について、直線 l を $y = kx_1$ とおけば

$$Tx = x - 2(x, x_2)x_2$$

とかける。2次元空間では、鏡映とは線対称のことである。

2.2 3次元空間における鏡映

次に \mathbb{R}^3 で考える。平面 \mathcal{P} に直交する直線は \mathcal{P} の直交補空間と呼ばれ、 \mathcal{P}^\perp で表す。 x_1 を \mathcal{P}^\perp の単位ベクトルとなるように選ぶと、任意の x に対して、平面 \mathcal{P} に関する鏡映 S は

$$Sx = x - 2(x, x_1)x_1$$

とかける。3次元空間では、鏡映とは面对称のことである。

3 有限鏡映群とは

鏡映から生成される群で、全体の個数が有限な群を有限鏡映群という。

合同変換は、距離を変えない変換で、鏡映、回転、鏡映と回転の合成から成る。 V における原点を動かさない合同変換全体の群を $\mathcal{O}(V)$ で表す。 $\mathcal{O}(V)$ を直交群という。

4 基本領域

有限鏡映群の場合には鏡映 (3次元空間でいうと、面对称) の面によって囲まれた空間が基本領域になる。

一般的に基本領域について述べる。

\mathcal{G} を $\mathcal{O}(V)$ の有限部分群、 F を V の部分集合とすると、 F が \mathcal{G} の基本領域であるとは、

1. F は開集合
2. $F \cap TF = \emptyset, 1 \neq T \in \mathcal{G}$
3. $V = \bigcup \{(TF)^- : T \in \mathcal{G}\}$

を満たすときである。より一般的には X を G の下で不変な V の部分集合、 F を X の部分集合とすると、 F が X における G の基本領域であるとは、

1. F は X の中で相対的に開集合
2. $F \cap TF = \phi, 1 \neq T \in G$
3. $X = \cup \{(TF)^- : T \in G\}$

を満たすときである。

ここでは、一般的に有限群の基本領域の求め方について述べる。

$G(\neq 1)$ を $O(V)$ の有限部分群と仮定すると、 $T(\in G)$ は一次変換で、集合

$$V_T = \{x \in V : Tx = x\}$$

は V の部分空間である。(何故ならば、 V_T は $(T-1)$ の核である。もし、 $T \neq 1$ ならば V_T は真部分空間である。)

$$V \neq \bigcup \{V_T : 1 \neq T \in G\}$$

G の単位元でない元によって固定されない点 $x_0 \in V$ を選ぶと、

$$\text{Stab}(x_0) = 1$$

である。

$$|\text{Orb}(x_0)| = [G : 1] = |G|$$

である。 $|G| = N$ と仮定する。 G の元 $T_0 = 1, T_1, \dots, T_{N-1}$ を適当に選んで、

$$x_i = T_i x_0 \quad (0 \leq i \leq N-1)$$

とすれば

$$\text{Orb}(x_0) = \{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$$

線分 $[x_0 x_i]$ ($i \neq 0$) は

$$[x_0 x_i] = \{x_0 + \lambda(x_i - x_0) : 0 \leq \lambda \leq 1\}$$

とかける。すると、 $x_i - x_0$ は $[x_0 x_i]$ に平行なベクトルで、 $[x_0 x_i]$ の中点はベクトル $\frac{1}{2}(x_0 + x_i)$ で表わせて、

$$d(x_0, \frac{1}{2}(x_0 + x_i)) = d(x_i, \frac{1}{2}(x_0 + x_i))$$

である。

超平面 $(x_0 - x_i)^\perp$ を \mathcal{P}_i によって表わすと、中点 $\frac{1}{2}(x_0 + x_i)$ は \mathcal{P}_i に含まれる。

従って、 \mathcal{P}_i は線分 $[x_0 x_i]$ を垂直に二等分する。

$x \in V$ に対して、 $x \perp (x_0 - x_i)$ となるための必要十分条件は、 $d(x, x_0) = d(x, x_i)$ で、 $x_i = T_i x_0$ から

$$\mathcal{P}_i = \{x \in V : d(x, x_0) = d(x, x_i)\}$$

ということになる。開集合 L_i を

$$L_i = \{x \in V : d(x, x_0) < d(x, x_i), \quad 1 \leq i \leq N-1\}$$

で表す。ここで L_i は \mathcal{P}_i によって決定された半空間と呼ばれ、

$$F = \cap \{L_i : 1 \leq i \leq N-1\}$$

とおく。

定理 1 集合 F は V における G の基本領域である。

証明. L_i は開集合であるから、 F も開集合である。 $T_i \neq 1$ ならば $T_i F = T_i(\cap_j L_j)$ である。
すなわち

$$\begin{aligned} T_i F &= T_i(\{x : d(x, x_0) < d(x, x_j), \quad 1 \leq j \leq N-1\}) \\ &= \{T_i x : d(T_i x, T_i x_0) < d(T_i x, T_i T_j x_0), \quad 1 \leq j \leq N-1\} \end{aligned}$$

である。ここで $T_i x = y$, $T_i T_j = T_k$ とおくと

$$\begin{aligned} &= \{y : d(y, x_i) < d(y, T_k x_0), \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad k \neq i\} \\ &= \{y : d(y, x_i) < d(y, x_k), \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad k \neq i\} \end{aligned}$$

となる。何故ならば

$$\{T_i T_j : 1 \leq j \leq N-1\} = G \setminus \{T_i\}$$

である。従って

$$T_i F = \{x : d(x, x_i) < d(x, x_j), \quad \forall j \neq i\}$$

もし $x \in F \cap T_i F$ ならば $x \in F$ より

$$d(x, x_0) < d(x, x_i)$$

であり、また $x \in T_i F$ より

$$d(x, x_i) < d(x, x_0)$$

これは矛盾。このことから

$$F \cap T_i F = \phi, \quad \forall T_i \neq 1$$

である。 $x \in V$ について $d(x, x_i)$ が最小となる i を選ぶと、

$$\begin{aligned} d(x, x_i) &\leq d(x, x_j) \\ (T_i F)^- &= \{x : d(x, x_i) \leq d(x, x_j), \quad 0 \leq j \leq N-1\} \end{aligned}$$

であるから、 $x \in (T_i F)^-$ である。ゆえに

$$V = \cup \{(T_i F)^- : 0 \leq i \leq N-1\}$$

となるから、 F は基本領域である。□

楕円曲線論の研究

～ 曲線上の有理点に関する考察 ～

数学教育専攻 数学専修

978402 - 9

羽 田 法 寿

Nagell-Lutz の定理

非特異 3 次曲線

$$y^2 = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \quad (a, b, c \in \mathbb{Z})$$

について、 $f(x)$ の判別式を D とし、 $P = (x, y)$ を 3 次曲線上の有限位数の有理点とする。このとき x, y はともに整数であり、さらに $y = 0$ もしくは $y|D$ が成り立つ。

この定理が示すことは、3 次曲線上には、有限位数をもつ有理点が有限個しか存在しないことを述べている。さらにこの定理で十分注意しておかなければならないことは、この定理は必要十分の形で与えられているわけではないということである。つまり、 $y|D$ を満たすような点 (x, y) が存在したとしても、その点が有限位数をもつかどうかはわからないのである。

定義 (有理数の位数)

ある素数 p に対し、任意の有理数 q は、 m, n を p と互いに素な整数で $n > 0$ であり、分数 $\frac{m}{n}$ が既約分数であるとして、一意的に $q = \frac{m}{n} p^\nu$ と表すことができる。この様な整数 ν を有理数の位数と定義し

$$\text{ord}(q) = \text{ord}\left(\frac{m}{n} p^\nu\right) = \nu$$

とかくことにする。

3 次曲線上の有理点 (x, y) について、素数 p が x, y のどちらかの分母を割り切るのであれば、 p は x, y の両方の分母を割り切り、正確なそのべきはある正の整数 ν を用いて、それぞれ $2\nu, 3\nu$ と表される。

ここで次のような集合を考える、

定義

$$C(p^\nu) \stackrel{\text{def}}{=} \{(x, y) \in C(\mathbb{Q}) \mid \text{ord}(x) \leq -2\nu, \text{ord}(y) \leq -3\nu\}$$

とする、ただし任意の $C(p^\nu)$ に対し、 O が含まれているとする。

(x, y) が有限位数の点であるとき x と y が整数であることを示すのが目的であったことを思い出す。そのための方略は、どの様な素数 p に対しても x と y の分母が p で割り切れないということを示すやり方である。このことは、いい換えれば、有限位数の点は $C(p)$ には属し得ないことを示したいということになる。そのためにまず $C(p^\nu)$ 型の集合が、いずれも $C(\mathbb{Q})$ の部分群であることを示す。

まず、座標変換によって、無限遠点を有限のところまでもってくる。つまり $t = \frac{x}{y}, s = \frac{1}{y}$ で変換すると、 (x, y) 平面での Weierstrass 形の 3 次曲線 $y^2 = x^3 + ax^2 + bx + c$ は、 (t, s) 平面で

$$s = t^3 + at^2s + bts^2 + cs^3$$

となる。この変換では、 O と位数 2 の点を除けば、 (x, y) 平面上の曲線上の点と、 (t, s) 平面の曲線上の点との間には 1 対 1 の対応が存在し、また (x, y) 平面上の直線は (t, s) 上のある直線に対応するようになっている。

ここで、 R という集合を

$R \stackrel{\text{def}}{=} \{p \text{ で割り切れない分母をもつ全有理数}\}$ としておく。するとこの R は環となる。また R は

$$R = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, \text{ord}(x) \geq 0\}$$

とも考えられ、これは一意分解性をもつ、有理数体の部分環である。この環は唯一の素元として p をもち、 R の単数は位数 0、つまり分母分子がともに p と互いに素な有理数である。

(x, y) を (x, y) 平面の曲線上の $C(p^\nu)$ に含まれる有理点とする。すると、ある正の数 i に対して、

$$x = \frac{m}{np^{2(\nu+i)}}, \quad y = \frac{u}{wp^{3(\nu+i)}}$$

と表される、このとき t, s については、

$$t = \frac{x}{y} = \frac{mw}{nu} p^{\nu+i}, \quad s = \frac{1}{y} = \frac{w}{u} p^{3(\nu+i)}$$

となる、よって (t, s) が $C(p^\nu)$ に含まれるための必要十分条件は、

$$t \in p^\nu R \quad \text{かつ} \quad s \in p^{3\nu}$$

ここから、ようやく $C(p^v)$ が $C(Q)$ の部分群であることを示していくことにする。

$C(p^v)$ の 2 点 $P_1 = (t_1, s_1), P_2 = (t_2, s_2)$ をとる。まずこの 2 点の和を考えてみる。

P_1 と P_2 が異なる 2 点である場合、 $t_1 = t_2$ であれば、 $t(P_1 + P_2) = -t_1$ であるから明らかに $P_1 + P_2 \in C(p^v)$ となる。一方、 $t_1 \neq t_2$ であれば、この 2 点を通る直線の方程式を $s = \alpha t + \beta$ とすると、 $\alpha = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ であり、また s_1, s_2, t_1, t_2 は曲線の方程式を満たしているから、

$$\alpha = \frac{t_1^3 + t_1 t_2 + t_2^3 + a s_2(t_1 + t_2) + b s_2^2}{1 - a t_1^2 - b t_1(s_1 + s_2) - c(s_1^2 + s_1 s_2 + s_2^2)}$$

となる。

また $P_1 = P_2$ であった場合も同様の結果が得られる。

曲線と直線 $s = \alpha t + \beta$ の第 3 の交点を $P_3 = (t_3, s_3)$ とする。 t_1, t_2, t_3 を解とするような方程式を得るために、曲線の方程式に代入すると

$$\alpha t + \beta = t^3 + a t^2(\alpha t + \beta) + b t(\alpha t + \beta)^2 + c(\alpha t + \beta)^3$$

となる。当然この方程式は t_1, t_2, t_3 を解とするので、これを展開し t のべきでまとめ係数を比較すると

$$t_1 + t_2 + t_3 = -\frac{a\beta + 2b\alpha\beta + 3c\alpha^2\beta}{1 + a\alpha + b\alpha^2 + c\alpha^3}$$

が得られる。

求める点 $P_1 + P_2$ は P_1, P_2 を通る直線の、曲線との第 3 の交点を (t_3, s_3) としたとき、変換の方法により $P_1 + P_2 = (-t_3, -s_3)$ で与えられる。

今、 $t_1, t_2 \in p^v R$ であるから、 α の分子について

$$t_1^3 + t_1 t_2 + t_2^3 + a s_2(t_1 + t_2) + b s_2^2 \in p^{2v} R$$

であるが同様に考えると、 α の分母は R の単数であるので $\alpha \in p^{2v} R$ となる。

さらに、 $t_1 \in p^v R, s_1 \in p^{3v} R, \alpha \in p^{2v} R$ より、

$$s_1 - \alpha t_1 = \beta \in p^{3v} R$$

が成り立つ。このことから、 $t_1 + t_2 + t_3$ の分子に関して

$$-(a\beta + 2b\alpha\beta + 3c\alpha^2\beta) \in p^{3v} R$$

となり、また分母に関してはまたも R の単数となるので、 $t_1 + t_2 + t_3 \in p^{3v} R$ となる。よって $t_1, t_2 \in p^v R$ であるから、 $t_3 \in p^v R$ となり、 $P_1 + P_2 \in C(p^v)$ という結論となる。

また一方で、 $t \in p^v R$ であれば $-t \in p^v R$ であるのは明らかであるから、 $-P = (-t, -s) \in C(p^v)$ である。

以上で、 $C(p^v)$ が $C(Q)$ の部分群となることが、示されたことになる。

続いて、部分群 $C(p)$ は O 以外の有限位数の点を含まないことを示す。

ここで、 P の位数を m としておく。 $P \neq O$ であるから、 $m \neq 1$ である。今、任意の素数 p に対して $P \notin C(p)$ を示したいわけであるから、背理法により $P \in C(p)$ であるとして矛盾を導くことにする。正確には p が m を割り切る場合と、そうでない場合とに分けてそれぞれ矛盾を導き出さなければならないが、紙面の都合により一方だけを証明しておく。

$p \nmid m$ である場合、 $P = (x, y)$ は任意の $C(p^v)$ 型の群に属することはない、なぜなら x の分母が、素数 p の任意のべきで割り切れることが決していないからである。よって $P \in C(p^v)$ であるが $P \in C(p^{v+1})$ ではないようなある正の数 v を見つけることができる。ここで、 $t_1 + t_2 + t_3 \in p^{3v} R$ であることから、

$$t(P_1 + P_2) \equiv t(P_1) + t(P_2) \pmod{p^{3v} R}$$

であり、これを繰り返し適用することによって、

$$t(mP) \equiv mt(P) \pmod{p^{3v} R}$$

が得られる。 $mP = O$ であるから、 $t(mP) = t(O) = 0$ である。一方、 m, p は互いに素であるから m は R の単数である。よって

$$0 \equiv t(P) \pmod{p^{3v} R}$$

が成り立つ。つまり $P \in C(p^{3v})$ となるわけであるが、このことは明らかに $P \notin C(p^{v+1})$ であることに矛盾する。

よって P が曲線上の有限位数の点であれば $P \notin C(p)$ である。つまりどのような素数をとってきても x 座標または y 座標の分母を割ることができない、したがって、 x, y は整数である。 \square

生徒が“数学する”問題の研究
— 教科書に見られる問題を通じて —

大学院数学教育専攻数学科教育専修

978401-1 牧野 浩

1. はじめに

最近、「算数・数学嫌い」ということをよく耳にする。実際、生徒たちに数学についての意識を尋ねても、数学に対して好意的な見方をしている生徒はほとんどいない。生徒の意識として、数学が生活で大切であると思わない生徒も少なくないようである。

生徒たちの数学に対する意識の改善を図るために、生徒たちが最も触れる機会が多いであろう教科書の問題に着目した。

“問題”は、授業中や家庭学習の時間に解決されていく。その解決過程の時に生徒たちが数学的な見方や考え方のよさを知ることができれば、数学に魅力を感じることが多くなると思われる。したがって“問題”を通じて生徒たちの数学に対する意識も好意的なものに変化していくと考える。

本研究では、すべての“問題”を扱うのではなく、生徒たちが望ましい数学的活動をする問題を“よい問題”として捉えている。また、筆者の考える目的にそった“よい問題”を教科書から選択し、そこには、どのような特徴があるのかを探り、“よい問題”とはどのような問題なのかを明らかにしていく。

2. 問題について

問題の種類

数学の問題は以下の3つの種類に分けることができると考える。

- ・決定問題：未知のものをみつける問題
- ・証明問題：ある命題が正しいか正しくないかを示す問題
- ・オープンエンドな問題：
正答がいく通りにも可能になるように条件付けた問題

数学的活動について

数学的な見方や考え方のよさを知るためには、数学の学習「活動」が望ましいものでなければならない。

既成の数学の理論を理解しようとして考えたり、数学の問題を解こうとして考えたり、あるいは新しい理論をまとめようとして考えたり、数学を何かに応用して、数学外の問題を解決しようとしたりする、数学に関係した思考活動を一括して数学的活動と呼ぶことにして…

本研究においてもこれを数学的活動として捉え、数学的活動に数学的な見方や考え方が内包されていると捉えることにする。

数学的活動と問題

数学的活動と問題の関連であるが、数学的活動の出発点を問題として考えている。そして、問題を解決する際には数学的活動が行われる。

3. よい問題について

数学的活動とは問題を解決する際にみられるものである。そして、数学的な見方や考え方の育成や数学的な知識の習得を考えたとき、望ましい数学的活動が行われることが重要であると考

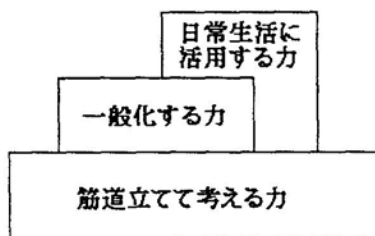
える。そして、望ましい数学的活動を考えるとよりよい問題を提示することが大切になってくる。そこで、本研究では数学的活動が喚起・促進されるような問題を“よい問題”として考える。

「よい問題」の目的

本研究での“よい問題”の目的は次の3つである。

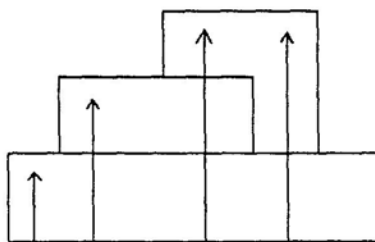
1. 筋道立てて考える力の育成
2. 一般化する力の育成
3. 日常生活に活用する力の育成

この3つの目的の関係を、以下のようなモデルで捉えている。



すなわち、「筋道立てて考える力」が必ず土台にあり、その上に「一般化する力」「日常生活に活用する力」が成り立っているのである。

以上に述べた3つの点が、本研究における「よい問題」の目的としたい点である。この3つは、上で述べたように数学的活動においても特に大切な部分として考えられるので、本研究における「よい問題」の目的としても特に矛盾点はない。「よい問題」がこれら目的にあてはまるパターンとして次の4パターンが挙げられる。



① ①+② ①+②+③ ①+③

これらのうち筆者が特に強調したいのが、「①+②」のパターンと「①+②+③」のパターンである。なぜなら、筆者の考える目的の中で最も重視したいのが「②一般化する力」である。すなわち、この目的を達成しようと思えば、必然的に①の目的を考慮しなければならない。したがって、②が含まれているこれら2パターンについて強調したいと考える。

このような考え方にに基づき、以上の2パターンを強調したいのである。

ところで、「よい問題」の特徴について多くの先行研究があるが、数学的活動との関係を考える上で特に参考となる7つの先行研究を選ぶ。これらは挙げていく内容がそれぞれであるが、ある程度の共通性をみることができ、各研究者によって「よい問題」について主張する点がさまざまであり、「よい問題」の定義・条件がさまざまである。すなわち、数学における「よい問題」というものは、明確に一つの型にあてはめることが困難であることがわかる。

4. 教科書にみられる「よい問題」

現行教科書会社の教科書（6社、合計18冊）の中から、本研究における“よい問題”の3つの目的に見合う問題を合計262問選択、分類した。これらをもとに分析し、教科書にみられ

る“よい問題”とはどのような問題なのかを探りたい。

目的への該当パターンからみた「よい問題」について述べる。本研究における「よい問題」の目的に選択した問題がどのように該当しているのかを考察する。また、筆者が最も主張したいケースの問題についても分析する。

集計から、①+②（筋道立てて考える力+一般化する力）が半数以上を占めており、非常に多いことがうかがえる。次に多いのが①（筋道立てて考える力）のみのもので、全体の4分の1である。

次に、筆者が強調したい2パターンにあてはまる問題を中心にみていく。

これらの問題を一つ一つにどのような特徴がある問題なのかを探りながらみていくと、次のようなことがわかった。

<①+②のパターン>

まず、一番多かったのが、結果がはじめからわかっている問題で全体の約48%を占めていた。まず、問題文の中に結果が提示してあり、それについて説明したり、証明したり、あるいはその結果を発展させて扱う、といった問題である。多くの問題は、結果は最後にでてくるもので、はじめから提示されていることはない。すなわち、結果を求めることに目的があると考えられる。しかしながら、この特徴の問題は結果をはじめに提示し、その結果に至るまでの過程や考え方を探らせたり、説明させたりするのである。また、その過程や考え方をもとに問題を発展させていくのである。したがって、この特徴の問題の目的は結果を求めるのではなく、結果に至る過程・考え方を知

ったり、それらをもとに問題を発展的に考察することが目的であると考えられる。

次に多くみられたのが、具体物を扱った問題で、これは約15%を占めている。マッチ棒や、ストロー、石、カレンダーといった生徒たちの身近なものを使った問題である。はじめは、小さい数から考えて、最終的に一般形へと考察を広げていくというケースが多い。なぜ具体物なのかを考えたとき、いきなり一般形を考えるのは困難の度合いが大きいため、小さい数から考えていく。そのときに、生徒たちが取り組みやすいように具体物を扱っていると考えることができる。また、問題を理解しやすくするために具体物を扱っているとも考えられる。そして、上の一般形へ広げていくことと重複する内容であるがこれらの問題のもう一つの特徴が、生徒たちが自分でそこにある法則を発見するという設定が多かったということである。はじめから「 n をつかって…」と一般形を誘導してくれているものもあれば、完全に自分の力で導きだすものもある。

最後に、同じくらいの割合であったのが、「ゲーム性、クイズ性のある問題」と「公式（定理）を導いたり、使ったりする問題」である。ゲーム性、クイズ性のある問題では、上の具体物を扱った問題の時と同じく、ゲーム等に参加し、それを数理化して一般形へと考察を広げていく、といった問題である。また、公式を導いたり使ったりする問題も、はじめに具体数を扱い、一般形へと発展させるパターンが多かった。

以上、大きく4つの特徴をみたが、こ

れらは全く別のものとして存在しているのではなく、相互に関連し合っている問題もある。しかし、これらの特徴のパターンは異なったものである。一番多くみられた「結果がはじめに提示されている問題」は要求しているものが異なる、といった内容面に関しての特徴を表しているのに対して、他の3つは問題の提示方法に関するものである。これら3つの特徴は相互に関連し合うことが薄いにも関わらず、「結果がはじめに提示されている問題」という特徴とは関連が密であることがうかがえる。したがって、「結果がはじめに提示されている問題」という特徴を中心に捉えてよいと考える。

<①+②+③のパターン>

このパターンにあてはまる問題は計12問みられる。これらの問題には共通する特徴がみられる。それは、どの問題も問題場面の設定として身近な場面を用いている、ということである。日常生活に活用することを考えると、身近な場면을問題場面として設定しておくことが条件となるからであろう。

また、計算などが要領よく解決できることを示した問題もみられた。こうした問題を通して、授業中だけでなく日常にも数学が有用であることがわかりやすくなり、問題解決から得た知識を生活場面で使うことができるようになると思われる。

<①のみのパターン>

このパターンにあてはまる問題には、学習した内容の復習とその応用をかねた問題が多くみられる。内容的にも、少し高度なものが多いと思われる。

<③のみのパターン>

操作をするだけで解決できるような内容で、問題場面が身近な場面である。

<①+③のパターン>

①のみのパターンの内容で、問題場面が身近な場面である。

以上4つのパターンについて分析を行ってきたが、ここに挙げられている特徴をみたすことによって、それぞれのパターンの目的を達成することができると考えられる。

5. まとめと今後の課題

修士論文では、次の3点を「よい問題」の特徴としてまとめた。

教科書における“よい問題”とは

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">・ 学習内容の習熟の場面における問題・ 決定問題・ 結果がはじめに提示されている問題 |
|--|

である。

これらは、あくまで本研究で設定した目的の上での“よい問題”である。すなわち、一般的にみた“よい問題”とするためには、まだまだ広く、複雑な状況について考察しなければならないのである。

また、本研究の“よい問題”についての考察は、筆者個人の主観によるところが大きく、それらの妥当性及び客観性についてはさらに検討を進めていく必要があり、今後の課題とされる点である。

1998年度

- ・算数、数学教室
- ・教育実習を終えて
- ・学部旅行のスケッチ
- ・大学祭

算数・数学教室

中数 3回 竹國 賢志

僕は算数・数学教室の代表になった。1回生のときに先生として中学1年生を教え、とても思い出深い5日間を得たからである。今回は教えるのではなく準備をするだけの言わば裏方の仕事なので少し寂しかったが、また違ったものを得られるのではという期待もあった。

六月の中頃から本格的な活動が始まった。まず日程の決定、そして案内書の作成である。少し始めるのが遅すぎたせいもあって、思いどおりの日程を組むことはできなかったが、どうにか5日間を確保することができた。つづいて各小・中学校に電話をかけていった。あっさり引き受けてくれる学校、なかなか返事をしてくれない学校と様々ではあるが、それぞれの教育方針というものがあるので仕方ないだろう。この電話で人数を確認し、今年は約2万枚もの案内書を刷った。これでやっと案内書を配り始めれるのである。

案内書も配り終わり、後は「どれくらい来てくれるんだろう」と期待と不安の気持ちをいっぱい待っただけだった。受付当日僕はわくわくしながら30分前にパルテノン前へとついった。すると思いかけず既に何人かの人が待っていてくれ、さい先の良いスタートを切ることができた。その後順調に伸びて、160人もの申し込みがあった。次に僕が最も力を入れたクラス分けである。同じ学校の子は同じクラスに、そして男女はもちろん均等にしたいかったし、1クラスを大人数にするわけにもいかない、空き教室にも限りがある。このすべてをクリアしたかった。そんな気持ちを胸に必死で作ったクラスだが、一つの文句もけんかもけがも無かったわけで僕は凄く満足している。

今回、2回生でもこの算数・数学教室に携わってやはり僕は凄く大きな大切なものを得ることができたように思う。1回生のときとは違って裏方にまわることで、以前にはあまり感じることの無かった「子ども」というものを正面から感じるすることができた。この活動をしている中で僕がずっと考えていたことは、とにかく子どものことばかりなのである。みんな楽しんでいるか、けがも無く元気にしているかなど。正直言って勉強のことなども僕にとってはどうでもよかった。この行事の目的は、もちろん僕ら教師を目指すものにとっての経験・技術向上だろうと思う。しかし、休み時間の子どもたちの元気に遊んでいる姿を見ると、「みんなで遊ぶことの大切さ」を先生も生徒も一緒になって感じ取ること、これこそがこの行事の本当の目的なのではないかと思う。この行事がこれからもずっとずっと続いて行くことを願いたい。

最後に、参加してくれた子どもたち、いろんなことを手伝ってくれた2回生、一生懸命先生をしてくれた1回生、みんなありがとうございました。

中数 4回 興梠 友見

大学院2回 数学教育専修 三上いつみ

夏休みを終え、9月に入ったとたん不安を抱えながら教育実習が始まった。生徒とうまく接することができるか、授業はどうなるのか、学校へ向かいながら1週間ほどはそんなことで頭がいっぱいだった。1ヶ月というのは長いと思っていたが、長いと感じたのはその1週間だけで後は光陰矢の如し。でも、あっという間に過ぎた間も大切なことをたくさん生徒や先生から学んだ。特に生徒たちから与えられたものは、心に深く残っている。実習にいった学生は誰もが思い出として、また、教訓として心に残っているであろう。教師を志す者としてこれは一生ものだと思う。しかし、実習に行く前は私は教師という仕事への意欲が揺らいでいた。つらいことの方が多くに思っていたのだが、実習に行って教師がつらいことは生徒にとってはよいことであることに気づき、実習が終わる頃には、生徒と一緒に歩んでいけるような教師になりたいという思いが私の中に芽生えていった。教育大学に通う者として実習は義務であり、かつ絶好の機会であると思う。この機会を得られたことに深く感謝し、7月の採用試験、そして教師という仕事に精一杯取り組んでいけるよう努力したいと思う。

学部旅行の趣旨は、将来教職に就いた時に、児童・生徒を引率して校外学習に行く場合に備えることであるらしい。一行は2、3回を中心に教官からは南先生、神保先生、河上先生、講演会講師として院生2名である。

長雨が上がり、この夏最初の照りつく日であった。車中で神保先生が旅行の趣旨を説明される。まずは、鳥羽水族館へ向かう。記念撮影をして、イルカショーを見る。広い館内を各自見て回る。その後、車中で水族館研修の成果を問う問題が出された。河上先生が水族館で購入されたトランプの絵札に書かれている魚を当てる問題である。景品はこれまた、河上先生がドライブインで購入された、露地もののトマト1コである。何人かがトマトを射止めた後で、最後の難問「ジョーカーについているのはなんでしょう。」も、某君が見事に解いた。答えは勿論、ピラニアである。

湯の山温泉の“ヘルシーバル湯の山”にて、講演会の時間が設けられた。現職教諭の院生、岩田氏からは、中学校に赴任した最初の年の修学旅行での体験や、教科だけでは生徒を引っ張っていけない厳しい現実について聞く。元高校教諭の院生である筆者は、大学時代に得る友人がかけがいのない存在にであることについて話す。

その後、予想外の豪華な夕食を頂くが、さすがに若い学生諸氏は、あっというまに食べて席を立てていった。団体旅行で一番充実する時間はやはり夜の部であろう。ある人々は雀卓を囲んでいる。眠気でもうろうとしていた間に、某先生にふりこまれたにもかかわらず、「試合」を続ける果敢な人もいた。ある人々は酒を飲み交わしながら語り明かしていたようである。こんな時に、人と人との交流が得られるのであろう。人の個性をかいま見てほくそ笑むのは楽しいものである。ところで、女性陣は、いかようにお過ごし遊ばれたのか。

二日目も晴れ上がり、木曾川河口の長島温泉パークで自由行動となる。有名な木製ジェットコースター、巨大プール、温泉の大浴場など、それぞれ小遣い、あるいは年齢に応じて楽しんでいたようである。いい天気に恵まれて、今年も無事に学部旅行が終わった。幹事の細川さん、神保先生を始め、参加の皆様、お疲れさまでした。

大学祭

中数 3回 竹國 賢志

「大学祭代表者になんてなるはずじゃなかった。」じゃんけんに負けたときの率直な気持ちである。そのときは、なぜ自分はこんなについていないんだろうと少し悩んでしまった。しかしどれだけ悩もうが代表者になった事は揺るぎない事実であるのでどうしようもなかった。とにかく、どうにでもなれというような感じで学祭用ノートを受け取り、のほほんと毎日を送っていた。そうしているうちに、学祭なんて言葉は僕の頭から消え去っていき、ノートも本棚でほこりをかぶっていた。

完璧に学祭のことを忘れたころ、いつものように掲示板を見ていたら代表者会議の掲示が出ていた。「ふーん、もうそんな時期か」と日付を見てみると、なんともう終わっているではないか。これはやばいと中数のボス、下田君に話してみると、僕の代わりに出席してくれ、初回の代表者会議でもらうはずのファイルももらってくれていた。その後も何度か代表者会議があり、数多くの仕事をなんとかこなした。

やっとこぎつけた学祭準備の日、テントを借りに行く時間を間違え、1時間も遅れて行った僕の目の前には既に出来上がりかけたテントの姿があった。ほっと胸を撫で下ろし、テントを建てた。テントも建って一息ついた所で、僕は材料の買い出しへと向かった。中央卸売市場に着いたのが12時半ごろで、ほとんどシャッターがおりていた。「しまった。もっと早く来ていれば。」やら「もし明日に間に合わなかったら・・・。」などの思いが頭を駆け巡り、あせりながらも必死で歩き回った。無事開いているところを見つけすべての材料が揃ったときには、本当に神様の存在を信じてしまうほど嬉しかった。

代表でありながら僕は最終日にしか顔を出さなかった。うまくいってるだろうか、何かトラブルは起きてないだろうかと少し不安を抱きながら顔を出したわけだが、数研のたこ焼き屋を見ればそんな不安はすっかり吹っ飛んでしまった。みんななんの問題もなく楽しそうにやっているし、なにか固い結束力のようなものを感じた。

こうして無事大学祭が終了した。今思えば代表者の僕はたいして何もしていなかったのである。だらだらした代表者ですいませんでした。代表者の僕よりもいっぱい仕事してくれた下田君、みんなで力を合わせてたこ焼きをたくさん焼いてくれた1回生、2回生のみなさん、本当にご苦労様でした。そして、ありがとうございました。

編集後記

今年は例年と違い飛火野編集委員を決めるのが今年に入ってからだったので、飛火野を作り始めるのが非常に遅かった。まず何からしていったらいいのか全くわからず、途方に暮れながら編集委員が集まることもなく焦りながらただただ時間だけがどんどん過ぎていったが、先生方の御協力を頂いてなんとか飛火野を制作することができた。したがって今回の飛火野は満足してもらえるかどうか不安だが、時間が無かった中で精一杯やったつもりである。

今回飛火野編集委員になったことで雑誌一冊を作るのにこんなにも苦勞するんだということを知り、又、今までの飛火野編集委員の方々の偉大さを身に染みて感じた。又、この飛火野が今後ますます発展するように皆様のご提案・ご意見・ご感想等をお待ちしておりますので、お手紙・お電話等何でも結構ですでお寄せください。

最後に、今号を編集するにあたりご協力してくださった先生方や先輩方にこの場をお借りしてお礼を申し上げます。

飛火野15号編集委員

澤井 勇 (小数3回)

雄賀 秀和 (中数3回)

本江 政司 (情数3回)

奈良教育大学数学研究会誌

飛火野15号

1999 (平成11) 年6月26日発行

発行 〒630-8528

奈良市 高畑町

奈良教育大学 数学研究会

印刷 〒543-0018

大阪市天王寺区空清町8-25

大阪騰写工芸株式会社

TEL 06-6762-4675(代)

FAX 06-6762-4676 (検印省略)

乱丁・落丁があればお取り替えいたします。