

奈良教育大学 数学・情報研究会会誌

# 飛 火 野

2003 年 6 月 第 19 号

奈良教育大学 数学・情報研究会会誌刊行会

# 目次

1. 巻頭言	1
2. 教材開発レポート：楽しい授業を探ろう	2
「総合演習・数楽探検」でのポートフォリオ評価	日野圭子
＊ おいしいドレッシングを作ろう	
＊ 九九カルタ	
＊ トイレットペーパー	
数学Ⅱか数学A＋総合学習か？ ～比較的少人数の授業～	白井大輔
3. 就職戦線レポート	25
＊ 奈良県公立学校教員採用候補者選考試験の最近の動向について	川崎謙一郎
＊ 教員採用試験体験記	鳥島裕之・杉本恵
＊ 奈良県臨時代用教員候補者採用試験のあらまし	白井大輔
4. 研究報告	31
＊ 楢円とひもによる軌跡の問題	神保敏弥
＊ コンパスと定規を用いた、線分ABの3等分問題について	中野雅子
＊ 線分の三等分点の作図方法について	柳川克也
＊ 線分の三等分割の一例	竹田晴彦
＊ 余弦定理の証明の一例	八木義宏・柳川克也
＊ 線形空間について	山本登敏
＊ 「算数的活動」誕生の精神と授業改善のポイントを探る	佐藤学
5. 2002年度 数学研究会活動報告	57
＊ 算数教室を振り返って	中島毅士
＊ 算数教室「電話質問の受付のマニュアル（カンペ）」野崎佳良・梶島眞砂子	
＊ 教育実習を終えて	黒川真由美
6. 2002年度 修士論文・卒業論文	61
7. 編集後記	100

## 巻頭言

編集委員一同

皆様におかれましては、各方面でますますご活躍のことと存じます。皆様のご協力により、この度、飛火野「第19号」を発刊することができました。発刊にあたり、私たちの意見を尊重し、支援して下さった先生方に改めて感謝の意を表します。

今号の飛火野は、前回に引き続きまして、“話題性”を目標として編集してまいりました。教育実習体験記、教員採用試験・就職活動体験記など、新しい話題を取り入れることで本誌を新鮮味があり、読みやすいものにすることができたと思います。

また、昨年度からは、完全週五日制の実施が行われるなど、教育現場はますます変化してきています。そんな中、私たちが現場で実際に子どもたちと接する機会として与えていただき、自主的に活動することができた、算数・数学教室や数楽探検の活動報告等につきましては、カラーの写真も入れて活動風景をご覧いただけるようにしました。

飛火野を作るにあたり、極力学生が主体となるように取り組んで参りましたが、やはり我々だけでは力不足な点が出てしまいます。そこで、皆様方にも飛火野作成の際にはご協力を頂きたいと思っております。まだまだご不満な点も多いとは存じますが、今後とも本誌への相変わらぬご支援とご協力をお願い申し上げます。

教材開発レポート：

楽しい授業を探ろう



## 「総合演習・数楽探検」でのポートフォリオ評価

日野 圭子

ポートフォリオとは「持ち運びのできる紙」という意味です。もともと、デザイナーや写真家が自分の技術や成し遂げた仕事、その成果の軌跡をファイリングしたものを、顧客や雇い主にみせて自己アピールをしてきていました。それが、結果中心の評価ばかりを行ってきた学校教育に取り入れられはじめたのが、20 年程前です。

ポートフォリオによる評価は、従来の評価に比べて

- ・ 学習の結果だけでなく、学習の過程を評価できる
- ・ 学習者自らが、自分の行ったり考えたりしたことを集め、最後にそれを目的のもとに選択して編集をするので、自分の学習過程を振り返ることができる
- ・ 長期にわたる学習活動を評価することができる

といったよい面を持っています。特に、生きる力の育成を目指す「総合的な学習」の時間で行う学習活動の評価の手法として、注目を集めています。

本学授業科目「総合演習：数楽探検～楽しい授業を探ろう～」では、平成 13 年度からポートフォリオを授業評価として取り入れてきています。平成 14 年度は、13 年度程組織的ではありませんが、やはり学習の経過を記録に残していってもらい、最後にそれを編集して作品ポートフォリオを作ることを行いました。次のページから作品が並んでいますので、ご覧下さい。

平成 14 年度の「総合演習」では、算数・数学と総合的な学習との関わりを 1 つの視点として、教材づくりを行いました。総合的な学習の時間では、環境や福祉、国際理解といったグローバルな課題に取り組むことになります。そうした課題に取り組む中で、算数・数学で学んだ知識がどのように役立つのか、逆に、総合的な学習の時間で活動をする中で出てきた問題を、算数・数学の授業でも扱うことができないかといった点を考えました。

3 つのグループは、それぞれ色々な教材を雑誌や文献、ネット等から集め、選び出しました。こうした中から出てきたのが、「算数・数学は私達の身近にあって、私達の見方を豊かにしてくれる」ということを子ども達に伝えることのできる教材であり授業です。そのために、子ども達にどんなふうに話しはじめたらいいのか、どんな活動をさせたらいいのか、どんな道具が使えるか、算数・数学の苦手な子にどんな配慮をしたらいいのか…、みんな本当に苦労して考えていました。どのグループも、何度も集まって話し合いをしています。1 つの目的を達成するのに、人と協力しないとできないことって、人生では多いですね。

そのうち 2 つのグループは、実際に学校教育現場にでかけ、小学校 3 年生の子ども達の前で授業をすることが出来ました。同じ教材で、2 つのクラスで授業をしたのです。1 回ではなく 2 回できたということも意味があったようです。1 回目の反省を元に、みんなで話し合って、より工夫された 2 回目の授業をすることができたためです。

さて、このような様々な経験が作品ポートフォリオから読み取れるでしょうか？こうした経験を通して、受講者自身がどんな成長をしたのか、これからの課題が何であるのか、そんなことが読んで下さる皆さんに伝わるといいのですが…。

**あと何回転でトイレトペーパーはなくなるか??**



中島毅士

高井吾郎

花谷基

# 僕たちの軌跡（奇跡！？）

## < 4月25日・授業 >

総合演習で初めての授業であり、この授業の内容についての説明を受ける。  
現在4回生の先輩方が2年前に行った教材を使い、自分達で作る授業がどのような物なのかを体験させてもらった。

< 5月2日・班で集合 > 情報処理センターに放課後集合してインターネットを使いながら色々な学校で行われている総合学習を調べてどの学校を選ぶかを考えた。この日は四校候補が残った状態で解散した。

< 5月7日・班で集合 > みんなが空きコマである二コマにパソコン室に集まり、話し合いながら前回選んだ四校のうちから一校を選び抜き、資料をプリントアウトをし解散した。

< 5月8日・班で集合 > 放課後、図書館に集まり、資料を見ながら大体どのように話を持っていくかを話あつて解散した。

## < 5月9日・授業 >

色々な学校で行われている総合学習について、各班ごとに取り上げ発表した。先生側からも発表をしてもらい、学校で実際に実践されている総合学習についての話を聞かせていただいた。いったいどのような目的で行っているのかや、総合学習に対する生徒たちの反応を知る事が出来た。

## < 5月16日・授業 >

実際に小学校や中学校で行えるような授業を各班ごとに考える。参考として先生から幾つかの資料をもらう。この時の参考資料の中からトイレットペーパーを使った授業を発見する。

## < 5月23日・授業 >

まだ小学校や中学校で行えるような授業を考察している段階である。我々の班はこの時にはすでにトイレットペーパーを使った授業をする事を決めていた。

## < 6月4日・班で集合 >

学生オフィスに集まり6月6日に行う模擬授業について確認した。

## < 6月5日・班で集合 >

中島宅に集合して先日話し合って確認した内容を紙の上を書いてまとめた。

#### <6月6日・授業>

事前に準備していた物を使い、実際に中学校で行う事を想定して模擬授業を行った。この後、先生方から様々な意見を聞かせていただき改善すべき点が多々あることに気付く。

#### <6月13日・授業>

B班とC班の模擬授業を見学する。どちらの班もよく考えて取り組まれていることが感じ取れた。

#### <6月20日・授業>

ポートフォリオ評価について説明をうける。

#### <6月27日・授業>

実際に授業を行うにあたって一番気にかかっていた事を試してみた。実際に切断したトイレットペーパーが何枚あるかということを調べるのだが、計算で出した数字と実際に一枚一枚数えてみて出した値がかなり近かった。この日我々の班が順調に進んでいることを確信しました。

#### <7月4日・授業>

実際に中学校で授業を行うための最終確認を行った。特に不安な点はなくA班の授業は完成した。

## 困ったことや悩んだこと

### 計算式について

今回の活動で私たちはトイレットペーパーの巻き数を調べました。最初は教材からこんなあるんやと思いやっていましたが、一回目の模擬授業のときに、まず体積からトイレットペーパー一枚分の厚さを測り、トイレットペーパーの半径から巻き数を調べました。しかしこのやり方では少し難しいという意見が先生方から出て、もう一度計算方法を考えました。そして先生方からヒントを貰いつつ、新しい計算式が出来上がりました。それは円の面積と、その円の円周を底にとり半径を高さにとる三角形の面積は同じであるということを利用するものでした。これはヒントを貰わなければ絶対でないものでした。そしてこの式を使うことによって、体積という三次元から面積という二次元にすることによって難易度も下げられました。こうして最終的な公式に私たちはたどり着きました。

### 授業について

上の式が出来上がって、あとはもう模擬授業をするだけということになって、一番大きな問題にぶつかりました。それは、本当の巻き数をどうやって数えようということでした。最初は、トイレットペーパーに穴を開け、そこにインクを流し込んで、あとはトイレットペーパーを巻いていけば、インクの点の数がそのまま巻き数になるという方法を考えていました。しかし、式の変更によって、トイレットペーパーを輪切りにすることから、本当に輪切りにして、数えることになりました。これを数えるのはかなり大変で、一度実践したところ時間はかかるは、枚数がずれたらいけないで、本番のときはどうしようかと考えました。しかし計算による巻き数と普通に数える巻き数、どっちが早いということを考えるとき格好の材料になると気づき、算数、数学は身近なことでも使えるという目標に到達するという皮肉な結果も含んでいました。

## <授業内容> あと何回転でトイレットペーパーはなくなるか

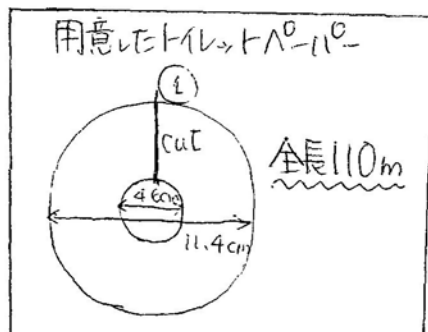
☆この授業で学んで欲しいこと

- ・ 日常の生活でごく普通と思っていることも、数学的な考え方で証明することができる
- ・ 数学的な考え方を使うことで早く・便利であることもあるということを感じてもらう
- ・ 数学のおもしろさを感じてもらう

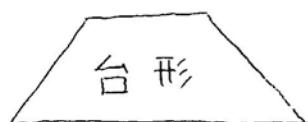
☆使う数学的内容

- ・ 平均の求め方
- ・ 円周の求め方

☆授業内容



左の図の①の部分かをカッターで切ってみると...



になる!

このことを使い回転数を求めてみる。

何回転するとする。

—の長は直径4.6cmの円周の長である。

よって、 $4.6 \times 3.14 = 14.444$

—の長は直径11.4cmの円周の長である。

よって、 $11.4 \times 3.14 = 35.796$

何枚の平均の長さ...は、

$$(14.444 + 35.796) \div 2 = 25.12$$

よって、25.12cmの紙が何枚で、全長110m (11000cm) と考えることができる。このことより、次の式が成立する。

$$25.12 \times x = 11000$$

$$x = 437.89808$$

約438回転でなくなる。

実際、何枚あるか、一枚一枚数えてみると、442回転。誤差も少なく、スピードも数学的に考えた方が早い。

## 感想

今回の授業は最初何をしたらいいかわからなかったけど、やることを見つかったらあとはトントン拍子に進んでいったと思います。計算式や授業の段取りもつまずいても、いつの間にか誰かが案を出し解決していた。そんな感じです。他の班の発表を見たりしていると本当によく考えてやっているように感じます。そしてみんな悪戦苦闘をしている中、うちの班はなんでこう、すんなり事が運んでるんやろとも思いました。でも内容は悪いものとは思いません。むしろよく出来たと思います。今回は、うちの班は発表が遅くて、まだやっていませんが、本番はうまくいくように頑張りたいと思います。

花谷基

今回、自分達で授業を作るという経験をして、正直、教師の仕事は大変だなあと思いました。僕の中で、「数学のおもしろさ」を伝えることに重点をおきに行ったので、思いどおりのものができたと思います。採点のためにも、すごくいい経験ができたと思います。この経験を、教育実習、現場へ行った時に、いかせたらいいなあと思いました。

中島 毅士

今回の授業は、とても、やって、達成感があった。  
トイレットペーパーの教材を見つけたとき、これやって、思いました。  
そこから、いろいろ考えて、授業をできるまで、こぎつけたときは、  
やたって、感じました。ただ、トイレットペーパーを教えるのは、しんど  
かった。自分で、むなしくなっていくのが、よくわかりました。  
これからの人生、2度と、トイレットペーパーを教えることはないと  
思いますが、ここで、学んだ、ノウハウを生かし、がんばってみたいです。

高井吾朗



# 九九カレタ

土居裕和

野崎佳良

八田明子

藤川佳代



## 1. 目的（教えたいことなど）

- ☆算数を用いた遊びを通して、その楽しさを紹介する。
- ☆掛け算九九の復習をする。



## 2. 準備物

- ☆九九かるた 40枚 ×4組  
(うち4枚は取らないカードを混ぜた)
- ☆ボーナスカード  
(内容 世界で一番高い山は？ 校長先生の名前は？ など)
- ☆絵を描いた紙  
(イチゴ→ $1 \times 5$  しわしわのおばあちゃんの絵→ $4 \times 8$  など)



## 3. 流れ

まず前で、自己紹介とルール説明をした。それから、4つの班に分かれて円になって座ってもらった。私達と担任の先生が各班に一人ずつついて、カードを並べることや、きちっと座ることを指示した。

いよいよ九九カルタの開始！！ 読み手がランダムに、例えば「さんかけるご」というように読み上げていき、所々に読みばかりではなくて、絵で九九を示したカードも用いた。「 $1 \times 5$ 」なら、苺の絵のカードを見せるなど。もう一つボーナスタイムというのを設け、「ボーナスタイム」と言った時点で、各班の最下位の児童に前に出てきてもらい、くじを引いてもらう。くじには、指令が書かれており、それをクリアするとボーナスカードが一枚もらえる仕組みになっている。このボーナスタイム毎に、私達が読み手を交代することにした。全ての取り札が無くなり次第、枚数を数えて、各班で一番札を多く取った児童を前で表彰☆☆☆

最後に、もとの整列した状態でまとめをして、授業は終了。



#### 4. 工夫したこと

☆対象学年と遊びやすさを考え、適当な人数に分かれるようグループ分けと広い場所を確保した。

☆グループごとのサポートを一人つけ、仕切りの言った問題を繰り返し言うなど確実に伝わるよう努めた。

☆問題毎に仕切りはしっかりと答えも言うようにし、分からないまま次に進む子を出さないようにした。

☆絵を用いた問題を取り入れ、マンネリの解消と楽しさの強調に努めた。

☆ボーナスタイムを設け、なかなか取れない子でも逆転もしくは一枚は取れるようにした。

☆ボーナスタイム毎に仕切りを交代し、全員で指導に当たれるようにした。

#### 5. 成果（子供の様子など）

カードを一人で何枚も取る子や、一枚も取れないのでふてくされて見ているだけの子、ボーナスカードで大喜びする子、いろいろな子供達がいたけれど授業が終わったあとの子供の感想を読んでもみると「楽しかった」という意見がほとんどで、これを見る限り大半の子供達には楽しんでもらえたようだった。「九九かるた」は教師役である私達が九九を読み上げ児童は答えの書いてあるカードを取るという本当に単純な「あそび」だったように思える。私達に「これこれを学んで欲しい」というものが無かったからだ。強いて言えば「算数でこんな遊びも出来るんだ」ということを私達はやったのだろう。自分で疑問を持って、または私達が疑問を投げかけ、考えて工夫して、解答を導き出してもらい、そういう事を私達は九九かるたの中でやってもらわなかった。

それでも「今度は割り算でかるたをしたい」「足し算や引き算を混ぜたい」という意見が子供達の中から自然にあがったのは、大げさかもしれないが児童が九九かるたを通して算数に興味を持ってくれた、ということでもとてもうれしい。算数についての大きな発見とか感動とか、九九かるたの中にそういうものは無かったけれど、子供もがたのしんで遊んでくれて、そのうえ自分の中でゲームを発展させてくれたことはとても重要だと思う。

## 6. 感想

初めは、最小公倍数についての授業を考えていましたが、対象学年が下がって一から授業を考え直さなくてはいけなくなって、いき詰まってしまったこともありましたが、成功して本当に良かったと思います。そして、授業を終えてから、児童の書いた感想文を読ませていただいて、「楽しかった」「また来て下さい」という声が多くて、とても嬉しかったです。九九カルタの授業を実際に飛鳥小学校でやらせてもらって、授業のことだけではなくて、児童の様子も見る事ができたし、その児童達をどうまとめていけばいいのか等いろいろな事を考えさせられたので、すごくいい経験ができたなと思いました。また、目的の一つだった「算数は楽しいと感じてもらうこと」も、達成できたのではないかなと思います。

最後に、実際の授業時間を割いて、私達に授業をさせていただいた飛鳥小学校の先生方、ありがとうございました。小学三年生の子供は私達の思っていた以上に元気でした。まさか泣かれるとは思っていなかったし、あんなに走り回るとは思っていなかったし、あんなに喜んでくれるとも思っていませんでした。何をどう声をかけていいのかわからない私達に対し、担任の先生は児童を本当にきれいにまとめてくれました。私達だけでは決してそうはならなかったと思います。今回教師を目指す上で一番の勉強になったことは、多分そういう担任の先生の姿だったと思います。

また、小学校の先生との交渉を進めていただいた日野先生をはじめ、授業についての指導をしていただいた大学の先生方に、感謝したいと思います。本当にありがとうございました。



教材名

# 「おいしいドレッシングを作ろう！！」

＜授業共同作成メンバー＞

福田実加

藤田圭衣子

山本千加津

**教材** 掛け算・比(説明は省く)

**準備物** 酢・ごま油・しょう油・レタス(各班に配布できるだけの量)、  
ティスプーン(7本)、紙コップ・紙皿(深めのもの)(3×7(班数))、  
ピン(7つ)、OHP(7枚)、箸(クラス人数分)、  
布巾、キッチンペーパー

## ～授業完成への道のり～

### <5月>

- ・16日（授業） 雑誌の中から、「手作りドレッシングを使った比の学習」のほかに、「サイコロを使った展開図の学習」、「点字の点はなぜ6個なのか？」などのテーマに興味を持ち、実際の授業として改良できないかと考える。
- ・23日（授業） テーマを「おいしいドレッシングを作ろう！」に設定したことを発表し、先生方や他の班の人に意見をいただく。この時点では、対象学年は小学6年生であった。
- ・27日（班で話し合い） 授業で理解してもらいたいことの核に部分である「比」について、どこまで詳しく説明するべきかを検討する。化学の範囲にまで内容が及んでしまうことから、ある程度は、日常の感覚で理解してもらうことにする。
- ・30日（班で話し合い） テーマが「おいしいドレッシングを作ろう！」であるからには、サンプルのドレッシングはおいしくなくてはならないので、味の調整をする。酢：しょう油：油＝2：1：1に決定した。砂糖も入れたかったが、3種類の材料で比の学習をしたかったために、授業ではすし酢を使用すること、また、油の代わりにごま油を使用することに決める。

### <6月>

- ・6日（授業） A班の模擬授業の後、授業の大まかな流れを発表する。「比」が等しいことの説明の際に、三角形表示を利用してみてはどうかという案をいただく。
- ・10日（班で話し合い） 「しょう油ができるまで」や「酢ができるまで」を導入に使う、三角形表示で「比」が同じであることを説明する、模式図を模造紙に大きく書く、など具体的に細かい授業の流れと内容を決める。
- ・13日（授業） 模擬授業をする。やはり「比」についての説明をスムーズに行うことができず、改良しなければならないと感じる。また、導入が不自然だと指摘される。
- ・17日（班で話し合い） 前回の授業の指摘を受けて、個人で授業の流れを1つずつ完成させて持ち寄る。それぞれの良いところを抜き出して、1つの指導案を完成させる。
- ・20日（授業） 対象学年が小学3年生に変更する。難しい説明を省き、「比」という言葉も使わないで授業を進めることにする。
- ・27日（授業） 授業で学んでほしいことを「同じ味のきまり」に設定してはどうか、というアドバイスをいただく。2年生で学習したかけ算を使った「同じ味のドレッシングを作るには、どの材料にも同じ数をかければよい」というきまりの学習を目的とした授業を行うことに決まる。

### <7月>

- ・4日 第1回目の授業を藤田さんが一人で行うことに決まる。
- ・11日（授業） 第1回 飛鳥小学校で授業
- ・15日（班で話し合い） 授業が短縮授業になったことも含め、第1回目の授業の授業から改良しなければならない点を話し合い、第2回目の授業に向けて準備をする。
- ・18日（授業） 第2回 飛鳥小学校で授業

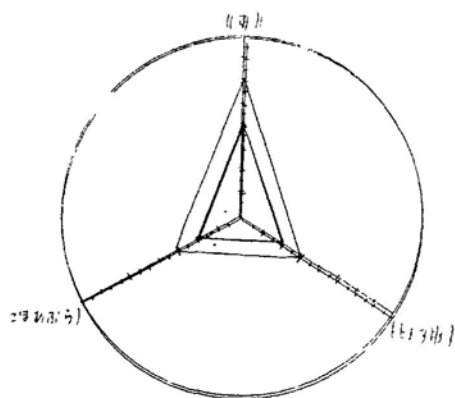


## 授業の流れ

授業の流れ	指導上の留意点
<p>《導入》</p> <p>「今日、ちゃんと朝ごはん食べてきましたか？」</p> <p>「ご飯食べてきた人？パン食べてきた人？」</p> <p>「ちゃんと野菜食べてきた人は？」</p> <p>《展開》</p> <p>「サラダに何をつけて食べますか？」</p> <p>「今日、私たちはおいしいドレッシングを作ってきました。今回は和風にしてみました。簡単だから覚えて帰って、おうちの人にも作ってあげてほしいです。」</p> <p>「作るためには材料が何か知らないといけないですね。このドレッシングは何から出来ていると思いますか？」</p> <p>「正解は、酢としょう油とごま油です。」</p> <p>「じゃあ、どれだけ入っていると思いますか？このスプーンを使いました。」</p> <p>「1班から順に考えた量を発表してください。」</p> <p>「正解は、酢2杯・しょう油1杯・ごま油1杯です。」</p> <p>「でも、これは1人分しかないから、班の人数分作るにはどうしたらいいかな。」</p> <p>「同じ味を作るには決まりがあって、入れたものをそれぞれ2倍・3倍しても同じ味のままになります。」</p> <p>「班の人数分作るには、どれだけいるのか班で計算してみましょう。」</p> <p>「どの班もわかりましたか？」</p>	<p>←この間に、材料をそれぞれコップに移して、各班に配布する準備をしておく。(給食台の上なので、準備したあとはキッチンペーパーなどで覆っておく。)</p> <p>←味見はなしで。 出た意見を板書する。</p> <p>←味見なしで。ティスプーンを見せて。 →班になって、班で話し合い。班を回って、手助けしていく。 →1班から黒板に表のようにして示す。</p> <p>←事前に作っておいた説明用画用紙を黒板に張り、説明する。</p> <p>←覚えていてもらおう。班を回って、手助けしていく。</p>

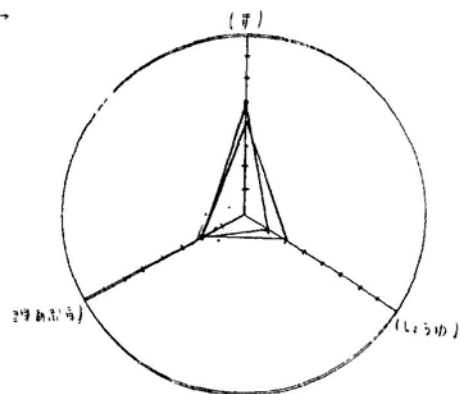
<p>「じゃあ、今から自分たちが考えた分だけ材料を入れていきましょう。」</p>	<p>←各班に材料をそれぞれ配布する。 ピンは落とすと危ないと注意しておく。 こぼすといけないので、キッチンペーパーも配布しておく。</p>
<p>「では、今度は何をどれだけ入れたのか、このOHPの目盛りを読み取って、三角形を書いていきましょう。」</p>	<p>←中心から目盛りを読んでいくことを強調。ここでもわかりにくいので、補助を入れる。</p>
<p>「三角形がどう違っているのかな？何か気づいたことはありますか？」</p>	<p>出来たOHPを回収し、OHP映写により、それぞれの三角形を見てもらう。 ←全く違った三角形を用いて、よりわかりやすくする。</p>
<p>《まとめ》 「三角形の形はおんなじ味だと変わらなくて、量が違うと大きさに違いが出てきます。」 「じゃあ、自分たちが作ったドレッシングで、レタスを食べましょう。」</p>	<p>←レタスを配って食べてもらう。 その間に、ピンなどは回収しておく。 食べ終われば、片付けて机をきれいにし、元通りに戻す。</p>

## < 利用したOHP >



←同じ目盛りで量をはかると、この三角形の大きさが変わります。

違う目盛りの三角形を量るとき



## ☆第一回目の授業☆

授業内容を一緒に考えた福田さんと山本さんが介護実習で来ることが出来なくなったため、先生方や院生の方々、A班の人に手伝ってもらって授業をすることになった。また、授業前日に飛鳥小学校が短縮授業になっていることがわかり、急遽、日野先生と相談をして授業内容を一部削減した。授業は私（藤田）が主にメインの先生となり授業を進めていった。

最初、授業は順調に進んでいったが、「同じ味のきまり」を模造紙に書いたものを黒板に貼ったところで子どもたちから「わからない!!」という声が多くあがった。

また、実際に班の人数分のドレッシングを作ってもらったところでスプーンの大きさが大きすぎたため、酢が足りなくなった。そこで急遽、すでに酢をビンに入れていた班はその酢の量を基準にした分量のドレッシングを、まだ酢を入れてなかった班には3人分や4人分程度で自由に作ってもらうことにした。

また、ドレッシングを作るのに使った材料の分量を OHP 用の用紙に書き込んでもらうときに目盛のどこを0とするかという説明が不十分だったため作業を進められない班があった。

子どもたちに書き込んでもらった OHP 用紙をスクリーンに表示すると最初はあまり反応がみられなかったが、各班の用紙を重ねていき、気づいたことを尋ねてみると「形は一緒やけど大きさが違う」という答えがすぐに返ってきた。酢が足りなくなったことが幸いして各班の分量が違ったため、様々な大きさの三角形ができ、子どもたちに「同じ味のきまり」を視覚的に訴えることができたように思う。また、全く違う味のドレッシングの分量を書き込んだものを重ねたら「おおー」「全然違う」などこちらが何も言わなくても気づいたことを言ってくれていた。

授業の最後に作ってもらったドレッシングでレタスを食べてもらったら最初は嫌がっていた子も「おいしい!!」と言って喜んで食べてくれていた。しかし、授業時間がオーバーしてしまった。

### 感想

授業をしていて予想もしてなかったハプニングが次々と起こりパニックになってしまったが先生方や院生の方々、A班の人のおかげでなんとか対処することができた。本当に周りの人に支えてもらって成り立っていた授業だと感じた。

また、思っていたよりも子どもたちの反応がよくて驚いた。心配していた OHP での表示のところも子どもたちにかかなりの反応があつてうれしかった。「家でも作るから分量教えて」と最後の最後まで必死にメモを取っていた男の子が印象的である。

後日、子どもたちの感想を読んだら「おもしろかった」「楽しかった」「おいしかった」「三角形のやつがおもしろかった」など書いてくれていてとてもうれしかった。

「同じ味のきまり」の説明の仕方やスプーンの大きさなど他にも多くの問題点が見つかったので二回目の授業までに話し合っ改善しないといけないと思った。

## ☆第二回目の授業☆

第一回目の授業の反省点を踏まえて3人で話し合った結果、スプーンの大きさをティースプーンの大きさに、OHP用紙に書き込むときの説明をもう少し丁寧にすること、OHP用紙の目盛が不足していたので目盛を増やすこと、大きな声で授業することなどが決まり、授業の流れ自体は変更しないことにした。第二回目の授業も先生方や院生の方々、A班の人に手伝ってもらっての授業になった。授業は福田さんをメインの先生にしてもらうことになったが、実際は3人で授業を進めていった。

一回目の授業と同様に最初は順調に授業は進んでいったが、「同じ味のきまり」のところで「わからない」という声があがった。今回の授業は前回に比べて先生の人数が多かったので各班に一人ついて説明した。その他は特に問題なく進んで行ったように思う。

OHP用紙に書き込んでもらったものをOHPで表示したら班の人数がほとんど同じだったために三角形の大きさにあまり変化がなかった。そのため「形は同じだけど大きさが違う」ということになかなか気づいてもらえなかったのでもたまたま一回目の授業で子どもたちに書き込んでもらったOHP用紙があったので大きさの違うものを重ねてみたらすぐに気づいてもらえた。

最後にレタスを食べてもらったら「おいしい!!」といって食べてくれていたのうれしかった。ただ、今回も授業時間をオーバーしてしまった。

### 感想

今回の授業は一回目の授業の反省が活かされていて特に大きなハプニングがなくよかったと思う。

一回目の授業と二回目の授業を比べて感じたことは、二回目の授業の方が子どもたちの集中があまり前の方になかったように感じた。なぜこのような違いが出たのかははっきりとはわからないが、一回目の授業ではメインで授業をする先生が一人だったのに対して、二回目の授業では3人で授業を進めていったので子どもたちが誰の言うことをしっかり聞いたらいいのかわからなかったのではないかと思った。

今回も周りの人に助けられてなんとか無事、授業を終えることが出来た。二回の授業を通して感じたことは、担任の先生が今までに作り上げてこられたクラスの中で授業をさせていただいていると強く感じ、二回の授業が無事終えられたのも担任の先生方のおかげであることを忘れてはいけなと感じた。

## 感想

「おいしいドレッシングを作ろう」を授業のテーマにしてきれいにまとまった授業とは言えないけれど実際に授業をやり終えたことにかかなりの達成感を感じています。何度も行き詰まってちゃんと授業するところまでいくのか不安になったけれども、班のみんなで何度も話し合ったり先生方にアドバイスをいただいてなんとか一つのものを完成させることができました。

実際に授業をするにあたっては準備の大切さと大変さを感じました。いろんなことを想定してきちんと準備をしていないと実際に何か起こったときに対処できないと感じました。また、伝えたいことが伝わらず、「教える」ということや「説明する」ということの難しさを実感しました。これから教育実習や実際に先生になったときにどのようにしてわかりやすく教えたり説明したりしなければならないか考えていかなければいけないと感じました。

この他にもこの総合演習の授業を通して本当に多くのことを感じたり学んだりすることができました。授業に至るまでの準備は本当に大変でしたが、その分、教室で楽しそうに授業を聞いてくれたり喜んでくれている姿を見て本当にうれしかったです。

この授業が完成するまでにたくさんのアドバイスを下さった先生方、院生の方々、他の班のみんな、一緒に頑張った C 班のみんな、授業をする場を与えてくださった小学校の先生方に感謝したいです。（藤田）

授業をつくることの難しさがわかりました。何を知ってもらうのか、そのためにはどのような授業をしなければならないのか。子どもたちが興味を持つためにはどんな風に始めればいいのか。この学年はここまで理解できるから、それに合わせた授業にするにはどこを工夫すればいいのか。様々なことを学ぶことが出来、すごくよかったと思いました。授業時間を考えて行ったにも関わらず、授業時間をオーバーしてしまいご迷惑をかけてしまったと反省しました。その原因の一つに、子どもたちが興味を示すようにと考えていたところで、実際授業をしてみると、子どもたちの反応が予想外に大きく、授業の先へ進めるのに戸惑ってしまいました点が考えられると思います。授業の中の静と動のようなもののメリハリのつけ方はとても難しいものだと思います。（福田）

「おいしいドレッシングを作ろう」にテーマを設定し、反省点は多々あるものの、無事授業を行うことができて、わたしなりに達成感を感じています。一連の作業を通して、最も強く感じたことは、準備の大切さでした。私たちは、子どもたちと関わる機会といってもそう多くはありませんし、集団の授業をさせていただくことができたのはじめてでした。しかし、何度にもわたる班での話し合いや、先生方からのアドバイスのおかげで一つの授業が完成させることができました。子どもたちが、楽しい授業だと感じ、学習に意欲を持ってもらうためには、まず、私たち自身が「この授業で何を学んで欲しいか」という明確な目的をもって、工夫された授業を計画しなければならないと思いました。どんな導入であれば興味を持ってくれるか、いかに難しい言葉を使わずに説明するかなど、煮詰まってしまったこともたびたびありましたが、子どもたちが楽しんで授業を受けてくれている姿を見ることができてとてもうれしかったです。（山本）

19頁～20頁

未掲載



## 数学Ⅱか数学A＋総合学習か？ ～比較的少人数の授業～

奈良教育大学大学院 数学教育専攻 数学専修 白井大輔

2002年4月からの1年間非常勤講師として、西の京高等学校にて2年生の数学の授業を担当させて頂いた。その記念と総括としてダラダラ書かせて頂こうと思う。なお、私は数学教育専修ではなく、数学専修で代数学を中心にこの大学で学んでいるので、数学教育に関して独自の見解や理論を持っているということではなく、「いま目の前にいる生徒が理解し、わかることを楽しんでもらえる」授業を、教師という偉そうな立場ではなく、共に数学について考える一員としてひたすら展開するのが精一杯の人間であるということをお知りおき頂きたい。

まずは表題の意味であるが、これは私が授業を行った生徒たちが、2002年の3学期かそれ以前に迫られた選択である。西の京高等学校の2年生文系に対して開講される数学の授業は2パターンある。片方は数学Aの残りとも数学Ⅱをしっかりと教科書通りに進んで行くクラスであり、週3時間ある。担当された先生方いわく、熱心な生徒ばかり集まったので、文系数学史上最高の出来であるということであった。そして、残る一方が今回私が担当した数学Aの残りをすれば、「あとは自由に何でもやってよい」（←ここを強調しておく）と言われたクラスである。このクラスは週2時間数学Aという名目の授業を受け、残る1時間は総合学習（→弥生ゼミと呼ばれている）に割り当てられていた。この数学A＋総合学習を選択したのは、4クラスで53名。この選択が、ちょっと風変わりな非常勤講師との出会いにつながるうとは、誰も思っていなかったであろう。

この数学Aで何をやったかということを書いておきたいと思う。1学期は数学Aの数列を最初から進めていった。なお、この数列だけは当初から授業をするように決められていた内容である。1年の時点で等差・等比数列については既習であったのだが、この数学Aの講座は私一人で担当していたので（←というより、昨年度の某高校でのかなり不条理かつ非合理的な分担に辟易した後であったので、一人で担当させてくれと願い出たのであるが）、テストの範囲がどこまでということもなく、初回のアンケートで数学を苦手としている生徒が大多数を占めていたことがわかっていたので、着実に理解してもらおうと考えたため、中間試験までの期間で等差・等比数列について扱い、残った期間で、シグマ記号・階差数列・漸化式・二項定理の基本的な部分について取り扱うこととした。漸化式などでは、階差数列が絡むものを扱うと全く手をつけられない生徒が出てくると危惧したので（←私も混乱するので[笑? ]）、等差数列と等比数列の漸化式のみ取り扱ったりと、内容についてはかなり専門家が見れば「何じゃこりゃ」と思われる内容削減も行っている。2学期は、中間試験までにおいては何の脈絡もなさそうな内容となった。まずは、高校1年生までの無理数の計算、次に分数式、そのあとは指数法則に、最後はベクトルの計算（←これもタイトルは「矢印の足し算・引き算・掛け算（内積）」）。

授業した本人の中では、「社会に出て計算も出来ないのか？」と言われなかったための、いろいろな数の演算」という括りではあったのであるが、今考えてみると、よく生徒はついてきてくれたなあと思っている。（→ただ、ベクトルを扱おうと思ったのには、気まぐれに受けた地元の上級公務員試験の中で、ベクトルの内積が出題されていたからという背景もある。）後半は図形と方程式である。「円の方程式ぐらい知っていてもええやろ」という浅すぎる考えから授業を実施してみた。こちら、直線の方程式も中学生の方式しか使わない、軌跡以降の内容はすべてカットなど普通で考えればありえない内容となった。3学期は、複素数である。目標は、「3次方程式を解く」である。こちらに関しては数研出版の「探求 数学B」にほぼ忠実に従って授業を進行した。（→来るべき新課程では、文系の多くの学生は必修と化す。）相対的には、私自身が代数（幾何）を専門としているので、そちらに力を注いだ内容となった。ただ、自分がよくわかっていることだけをやったんじゃないか？と言われればそれまでかもしれない。

このクラスの面々についてご紹介しよう。選択科目であるので、もちろん人数は標準の40名以下である。しかも、1組と4組の合体で25名と、2組と3組の合体で28名の2クラスといった具合である。ただ、人数が少ないので目はよく行き届くし、個人の特定は早い段階で出来たので、ある程度個性にあった指導はできたと振り返る。基本的にこの2つのクラスには数学が好きな生徒は存在しない、というより嫌いだから「数学Ⅱ」を選択しなかったのである。（→実際、「数学嫌い」から『総合』とったのに」という声は最後まであった。）ただし、「それなりに」数学的なカンもしくは才能がある生徒は多くみられた。（→ただし、自分から進んでという生徒はごく僅か）また、授業中勝手に外へ出て行くとか、まったくこちらを相手にしないという生徒もなく、まじめはまじめであった。よって、文理系とよばれるクラスの生徒では、成績が悲惨な者があったようであるが、私が担当したクラスの面々の中に全学期を通じて一線を越える者は現れなかったのも事実である。

授業の形態であるが、「嫌いな者の集まり」と聞いていたので、席は初回以降終始一貫「座席自由」とした。なぜか？「完全なる落ちこぼれ」の出現を避けるためである。友人同士並ぶとグループの中のしっかりした生徒もしくはできる生徒が、いまいち理解に苦しむ生徒の補助に回るのである。（→体育の逆上がりの練習などではよくある光景だと思うのだが。）結果論であるが、こうしたことで「この授業は楽しい」と答えた生徒が多かった。ただしこの形態は、どうしても授業中はある程度騒がしくなる。（→自由にさせても「騒がしくならず、静かになり過ぎない魅力のある授業」が私の究極の目標であるが、今回この件に関しては目標から遠く離れたまま終わった。）ただ、ここで「だまらんか、コラ」となると緊張が走るので、あえて「ちょっと我慢してや」程度の注意で止めた。（→真剣に聞かないといけないと思う人間は徐々に前に席を移したのも事実である。）事実、窓を開けないと暑い時期は隣の英語の担当者からクレームが出たのであるが、数学の教科主任が私の意図を理解してくださり、フォローしてくださった

こともあった。また、一通りの説明をした後で問題を解く時間を多く取った。これは、できる生徒が困っている生徒の補助をする時間であり、私がウロウロして個別指導する時間であり、いままで、時間が足りないからあと一歩のところまで完全な理解をし損ねていた生徒たちが、完全に理解するために必要な時間である。これも、手早く出来る人間には長い時間で、時には他教科の宿題をする時間やおしゃべりの時間、そして机への落書きの時間（→あまりにもひどいので、1学期途中で、教室に40個あった机が28個に減った…）と化したのだが、最後に行ったアンケートの中には、「この騒々しい中だからかえって質問しやすい」という意見もあったように、この自由な雰囲気から生まれるものはマイナス面よりもプラス面の方が多かったように思われる。そして、前の学校の途中からずっとであるのだが、授業の進行はプリントを使った。今回は特に教科書がなかったのもあるが、私の前の学校での前半のアンケートの意見に「ノートはあとで見るとわかりやすいノートだけど、書くの多いから追いつかない」という意見が多く、なるべく板書の量を少なくしても追いついていない生徒が見られたので、プリントに切り替えた経緯がある。（→ただし、中にはノートの方がいいという生徒もいます。173分の2ぐらいの割合で。）これが、騒々しい原因のひとつであると十分考えられるのであるが、個別指導がしやすかったし、皆目わからんという最悪のケースは避けられたように思う。

最大の難点であった、このクラスでの評価の考え方である。高校では常識はずれかもしれないが、小学校での「意欲・関心・態度」が第一観点であるように、「する」「やろうとする」を評価の第一観点としたのである。高校の場合、観点別評価がない（？）ようなので、テストではささいな事でも書いていれば何らかの評価するという姿勢をとった。（→車でも動き出すときが一番力を必要とするように、テストでも最初の一行が一番難しいのでは？）また、平常でも個別の評価よりは仲良く並んでいるグループでの評価をした。（→たとえ、隣の解答を写していたとしても、平常では動きを起こしたことに対し評価したいと考え、努力しなかったことはテストで反映してくると思った。また実際、個別の実力は回っていてわかる。）そして、毎回プリントを回収して添削・評価を繰り返した。そこでも、正確さよりは努力を優先して評価した。これでやる気を出した生徒もいたので、結果としてはよかったようである。

なぜ、このような授業となったのか？ ということをもとめると次のようになるかも知れない。

- ・人数が少ないので、一人一人との時間が多く取れ、生徒の多くと仲がよかった。（主従関係一切ナシ！）
- ・この講座を私一人で担当出来たのは大きかった。
- ・何をしてもよかった。（数学と名のつくものなら）
- ・荒れた学校ではなかった。（教員の子どもさんが多いそうで…。）
- ・1年限りの仕事であるので、後々のことは考えずに済み、非常勤講師という一番

下の身分なので、失うものもなかったので思い切れた？

- ・時間的余裕があった。つまり、心理的余裕があった。（それならもっと、大学のゼミに力をいれろって話です　　が…）

- ・自由な状況の生徒から発揮（爆発？）される力を受け止められるだけの器がそれなりにできたのでは？

- ・私独特のキャラ？（これは川崎先生のおかげ？）

こんなところであろうか。特別な授業には特別な事情もあるようである。いろいろ苦労もあったが、一年を振り返ってみると授業をしている方も楽しいものとなった。この一年の経験を糧に今後も「数学の伝道師」としての役割を果たして行きたいと思う。貴重な経験をさせて頂いた方々に感謝したいと思う。（特に、私に西の京高校でのお話を頂いた、故・横田 完教頭には感謝してもし尽くせません。）

最後に、偉そうですが読んでくださった方に対してアドバイスを…。あまりこんな自由なところで授業はできません。普通こういうクラスは、ベテランが息抜きに担当すると思いますので…。本当にこれは私にとっては貴重な経験でありましたが、あまりこの内容が参考になることはないと言うか、優良な教員を目指される方は決してまねしないでください。（事実、やかましいとクレームも出てることですし、傍から見れば俗にいう「学級崩壊」といわれても仕方ない雰囲気です。）私も40人がぎっしり詰まった教室の授業では、普通の授業をするつもりです。ただひとつ言えることは、生徒の自由度が増すと、まとめるのは大変になりますが、うまくやれば生徒と普通以上に仲がよくなりやりがいが出てくるのは事実です。堅実的な喜びよりも大きな喜びをご希望の方は（→イチローよりも新庄が好きな方は）チャレンジしてみてください。

P.S. 数学の先生になりたい方は、L a T e x の習得をお勧めします。テストや演習プリントをW o r d で何日もかかって作る姿は傍観していてかなり悲惨です。また、L a T e x 程度の理屈がわからないとゴネているような先生から理屈を聞くのは生徒もゴメンであります。

# 就職戦線レポート

## 平成 15 年度 奈良県 教員候補者採用試験（1 次試験 及び 2 次試験）の動向

川崎 謙一郎

平成 14 年度基礎ゼミ II の最初の授業で 1 回生向けに、平成 15 年度奈良県教員候補者採用試験について説明しました。以下は、その時に配ったプリントを加筆修正したものです。受験生の情報をもとに簡単にまとめました（特に、杉本さんの報告を参考にさせて頂きました）。ご協力頂いた学生 及び 卒業生に、ここにあらためまして感謝いたします。読んでいる皆さんに、平成 16 年度教員候補者採用試験を受ける時の参考にしてもらえればと思います。

### 1 次試験（中学数学）

日時: 平成 14 年 7 月 21 日（日）、22 日（月）、23 日（火）

- 諸注意を聞き、「調書」（B5 版裏表）（住所、学歴等）を記入。
- 教職教養（時間 35 分）全問マークシート。最後に 200 字から 240 字の作文があった。
- 専門（数学）（時間 90 分）
- 集団討論（試験官 2 人、時間 50 分）

テーマ：「良好な人間関係を作るにはどのようにすればよいか」を〇〇に伝えたい。

受験生 8 人で討論がなされた。

- 個人面接（試験官 2 人、時間 5 分程度）

### 2 次試験（中学数学）

日時: 平成 14 年 8 月 31 日（土）、9 月 1 日（日）

- 諸注意を聞き、情報提供希望用紙の記入後、すぐに教職専門試験が行われた。
- 教職専門（時間 60 分）全問記述。・評価関係・教育法規・指導案作成
- 作文（時間 50 分）

テーマ：教育は（ ）進めていかなければならない。

（ ）を埋めて、自分の考え、思うことを書きなさい。

字数は 800 字から 1000 字とする。

- 自己ピーアール文（時間 20 分）

テーマ：あなたが教育に関わってできることを書きなさい。

- 面接（試験官 2 人、時間 30 分）

昨日の試験はどうでしたか。昨日はよく眠れましたか。など。

- 模擬授業（10 分）

テーマ：「・・・」指導してください。

机の上に、模擬授業のテーマが書かれた B5 の用紙と鉛筆があった。試験官による説明があった。授業終了後（席に戻った後）、2 人の試験官から授業の感想があった。

- 面接（15 分程度）



## 教員採用試験体験記

理数・生活科学コース 数学科

神保研究室 鳥島 裕之

私は、この四月から京都府にあります、立命館高等学校に勤める事になりました。この赴任至るまでの道のりは大変厳しかったです。

七月からスタートした私の教員採用試験はまず公立で埼玉県と大阪府を受験しました。その頃は私学である立命館は受けることすら予定していませんでした。

私と立命館の縁は本当にひよんな事から始まりました。数研部屋の前に張られていた立命館附属の教員募集の紙を私は何の気なしに眺めていたのですが、九月一日が1次試験なので本当にすべり止めのつもりで応募することにしました。他の公立では願書は本当に簡単なものであったのですが、立命館の願書には一緒に志望動機書なるものを提出しなければいけなくて、A4用紙2枚程度の提出を求められました。この動機書は試験の最後まで試験官の方々には触れられました。

私学の教員募集ということで公立のように多数の募集があるわけでもなく、若干名というとても狭き門でした。1次試験は筆記だったのですが、教養や教職は他の公立とほとんど変わりはありませんでしたが、私立らしい問題も見られました。私立学校には助成金の問題が学校側にも通う生徒の側にもあります。それに関する質問があり、これに対しては全く自分は不勉強でした。

人数の多さとあまりに適当に答えてしまった試験の手応えから正直あきらめ気味でした。しかし、1次突破の通知が4日後には届きました。通ったことも驚きでしたが、私立の行動の速さにも驚きました。2次試験では集団討論がありました。テーマは選択数学と必修数学についてでした。

公立でも集団討論などはあったのですが、この採用試験を通じて改めて感じたことは普段から色んな物事やテーマについての知識を得るとともに自分なりの意見や賛否を明確に持つことがいかに大事かということでした。信念を持ってして発する意見には試験官の方にも必ず通じると私はそう信じていました。

3次試験では、宇治市にある立命館宇治高等学校及び京都市にある立命館高等学校にそれぞれ呼ばれ、模擬授業と面接を受けました。面接官の中には各校の校長先生も含まれており、実質の最終試験でした。立命館宇治高校では先ほど述べたしっかりとした意見を、信念を持って発言したあまり、校長先生と衝突してしまいました。もちろんそちらからは採用のお声はかかりませんでした。しかし、模擬授業では集合についての授業を、ベン図を用いて説明せよというものだったのですが、普段の大学の授業で聞いたことのあった内容でしたので評判も上々でした。その数日後、立命館高校のほうにも最後の面接に行きました。こちらでは数の発展を踏まえて複素数の導入授業を模擬授業として出されました。これもま

た私の卒業論文と大きく関わりのある内容で、組みたては楽でした。宇治高校での反省を受けて、面接では当たり障りのないところでこなしきりました。

立命館高校での最終試験は手応えもそこそこで気分よく帰路についたものです。公立の結果がすべて判明し、絶望のふちに立たされていたところに内定の一報が届きました。たくさんの方にこの内定を喜んでもらい、本当に自分は幸せ者だと感じました。

この四年間自分は大学のみならず、数学科においても大した役にも立てず、むしろ迷惑ばかりをかけたものです。しかし、この四年間で私が最も身につけた力は『語り』です。色んな人たちと酒を酌み交わしながら教育論や数学観、人生観について語り合った時間は本当に自分は大好きでした。正直なところ語りグセのあるやつは嫌われるものだと思自自身は感じているのですが、その『語り』に付き合ってくれた多方面の友人達には感謝しています。そしてそういう場で交感し合った気持ちや意見がこの採用試験の面接などに反映されたのだと思っています。

後輩の皆様方、採用試験は一時に比べれば、軟化してきている感じがしますが、大事なのは一生懸命筆記のために知識を詰め込める事だけでなく、色々なテーマについて自分なりの意見を構築することだと私は信じてやみません。その意見や気持ちを大きくしていくためにこれからたくさんの人たちと交わって行って欲しいと思います。乱筆、雑文なところお許

し下さい。

子どもたちがくれた合格通知

数学教育専攻 神保研究室  
杉本 恵

教員採用試験の合格通知が手元に届いても信じるができなかった 2002 年 9 月末。今、中学校に通い、「合格していたんだなあ」と思う毎日です。

合格以来、周りから、「いつから勉強したの?」とか「何を使っていたの?」と聞かれることが多くなりました。私も受験前は非常に気になったことですので、気持ちはよくわかります。しかし、今振り返ってみると、「ん〜どんな勉強をしたのだろう」と不思議に思うことさえあります。私は、合格につながったのは、試験に向けての本や机上での勉強ではないと思うからです。ですから、この報告を書くにあたって、教員採用試験の勉強方法を述べることはできません。

机上ではできない勉強。それは、“子どもたちから学ぶこと”です。大学生、特に3、4回生になると講義のない時間が多くなります。それを利用して、私は、暇さえあれば母校に顔を出し、数学指導やクラブ指導を行いました。また、休日には、社会教育バンドの指導や私が住んでいる市内の小学校の金管バンド指導もしました。「指導者」という立場である以上、「指導できる日だけ参加します」という訳にはいきません。子どもたちの練習のある日、平日であっても、教員採用試験前であっても、休むことなく指導しました。

そこから学んだことを紙上に表現することはできません。身体に染み付いていくものだと思うからです。指導を通して、た

くさんの子どもたちに出会いました。毎日毎日、楽しいことばかりではありませんでした。学校行事への参加には、学校側と連絡を取り合わないといけませんし、一人一人にあった指導方法を考えなければなりませんでした。時には、バンドを辞めたいという子どもの対応もしなければなりませんでした。さらに保護者と接する機会も多く、子どもたちの相談を受けることもありました。挙げればキリがありません。教育実習では味わえなかったことの繰り返しでした。

試験のためではなく、自分のために行っていた、この活動が合格へつながったのだと思います。たしかに、教職や専門科目の力も必要でしょう。しかし、先生になれたとき、教職や専門科目と、日々闘うものではありません。目の前にするのは、ナマの“子どもたち”です。講師経験のない私たちにとって、何より不安になるのは、“子ども”に対することだと思います。その子どもたちと、大学生の頃から接しておくことが求められているのではないのでしょうか。

教育実習だけで満足することなく、社会教育やさまざまな活動に自ら参加し、子どもたちと接する機会を増やすことを心がけてほしいと思います。そして、体調管理をしっかりし、万全の態勢で試験を迎え、納得のいく結果を掴み取ってほしいと思います。心から応援しています。

最後になりましたが、神保先生、数学の先生方、私の悩みをいつも親身に聞いてくださり、本当にありがとうございました。これからも、ご指導よろしく願いいたします。

※私が覚えている限りの試験報告は、研究室に提出しました。参考にいただければ幸いです

## 奈良県臨時代用教員候補者採用試験のあらまし

[2003年03月16日(日曜日)]

奈良教育大学大学院 数学教育専攻 数学専修 白井大輔

1名程度募集の高等学校数学に応募は4名。(なお、中学校は3名程度に対し9名応募。)

お一人明らかにベテランという感じの方がおられた。(あとで話すと、かなりのベテランであることがわかった。)

9:00から受付となっていたが、実際は8:45に到着した時点で既に受付は始まっていた。9:30少々前に試験監督が入室(ちょうどこの試験監督[2名]があとで面接員となった)。9:40より筆記試験が始まる。内容は以下のとおり。

1枚目は教育原理の記号選択問題(空欄の位置は多少不確か。ちなみに私は、最後の問題を間違った…)

学習指導要領の教育課程編成の一般方針より

学校の教育活動を進めるに当たっては、各学校にて児童に( )をはぐくむことを目指し、( )を生かし( )ある教育活動を展開する中で、( )の育成を図るとともに、基礎的・基本的な内容の確実な定着を図り、( )の充実に勤めなければならない。

道徳教育は( )及び学校教育法に定められた教育の根本精神に基づき、( )の精神と生命に対する畏敬の念を家庭、学校、その他社会における具体的な( )の中に生かし、豊かな心をもち、( )の創造と民主的な社会及び国家の発展に努め、進んで( )な国際社会に貢献し未来を拓く主体性のある( )を育成するため、その基盤としての道徳性を養うことを目標とする。

学校における体育・健康に関する指導は、学校の( )を通じて適切に行うものとする。特に( )の向上及び( )の保持増進に関する指導については、体育科の時間はもとより、( )などにおいてもそれぞれの特質に応じて適切に行うよう努めることとする。

2・3枚目は論述問題(概略です)

2枚目の問題—近年学校では学習意欲の低下が問題となっている。子どもたちの学習意欲を高めるためにどのようなことを実践すべきか述べて。

3枚目の問題—児童生徒を理解することが教育上重要である。児童生徒を理解するうえで配慮すべき点をあげ、具体的に実践していく方策を述べて。

B5の用紙に横罫のみ引かれてある。

以上を60分でこなすというものであった。(まあ、講師経験者ならとりあえず埋める

ことは出来るのでは?)

13:00より面接。受験者5名に面接官2名の集団面接。なお、高校国語志望者2名と高校数学志望者3名の混成となる。まずは、受験番号と氏名を述べて着席。質問は次の通り。

- ・新学期1回目の授業、第一声を面接官目がけてどうぞ
- ・今の高校生たちのよい点・欠けている点を1つずつ述べよ。
- ・国語の受験者には、国語を学ぶことの理由について、数学の受験者には微分積分に絞って、学ぶことのよさについて述べよ。
- ・教育関係でもいいし、そうでなくてもいいし、現在興味あることは？
- ・では、教育関係に絞って、いま何か興味・関心のあることや問題視していることを述べよ。

僅か20分という短時間の面接であったので、こんなところである。ベテランの先生にはかなわなかったというのが実感である。良くて次点という手応えであった。(というより、自分が話ベタ?)なお、この程度(といっってはまずいのかも知れないが)の面接のために、16:50まで待たねばならない受験者もあった。

前年度の一条高等学校で常勤講師・非常勤講師をされていた方にもお目にかかり、お世話になった先生の知り合いという方にも出会った。世間は狭いというか、余りにも奈良県教育は循環が悪いというか、そんないろいろなことがわかった1日であった。

# 研究報告

# 楕円とひもによる軌跡の問題

## I. 解決への楽屋裏

奈良教育大学数学教室 神保 敏弥

昨年八月の末、桑野耕一氏が奈良を訪ねてくれた時に出された問題をまず述べよう。固定された楕円の外部の点Pから楕円に2本の接線をひき、その接点をQ, Rとする。このとき、楕円が2点Q, Rによって2つの弧に分かれるが、Pから遠いほうの弧の長さ $s_e$ と2接線PQ, PRの長さの和が一定 $s_0$ である点Pの軌跡は何か？ すなわち点集合 $\{P : PQ + PR + \text{楕円の遠いほうの弧 } QP_2R = s_0\}$ は例えば楕円か？ この問題を、ここでは仮にKuваноの問題と呼ぶことにする。

本年の三月、問題を聞いてから七ヶ月後によりやく部分的な解決を見たので、どのような経過をたどってここに至ったか、いわゆる楽屋裏といわれるものを記すことにした。

(1) まず図のような楕円で、点P, Q, Rの座標を順に $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1) = (a \cos \alpha, b \sin \alpha)$ ,  $(x_2, y_2) = (a \cos \beta, b \sin \beta)$ とおくと、

$$x_0 = \frac{a(\sin \beta - \sin \alpha)}{\sin(\beta - \alpha)}, \quad y_0 = \frac{b(\cos \alpha - \cos \beta)}{\sin(\beta - \alpha)}.$$

楕円の長さを $s_e$ とし、点Pに近いほうの楕円の弧 $QP_1R$ の長さを $s_1$ とすると、 $PQ = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$ ,

$$PR = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2}, \quad s_1 = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta} d\theta,$$

であり、点Pの条件式は、 $PQ + PR + s_e - s_1 = s_0$  (一定) である。しかし軌跡が楕円となるかどうかはわかっていないことなので、あまり計算を進める元気もでなかった。

(2) そこで楕円を $xy$ 平面で具体的に

$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$$

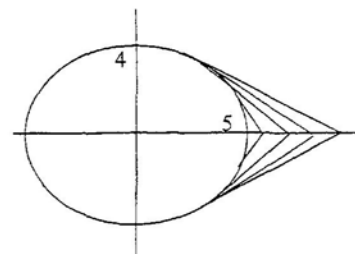
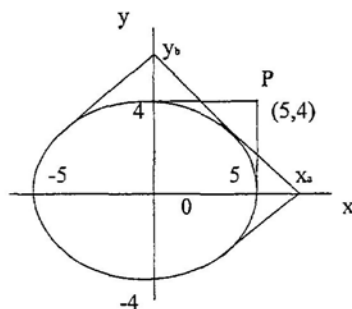
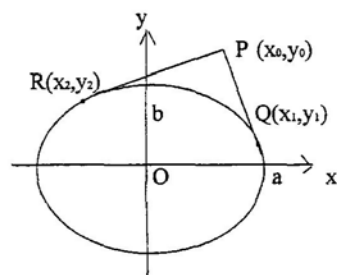
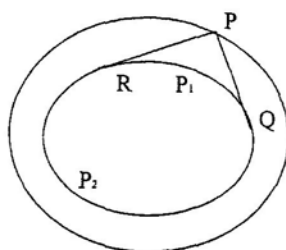
と設定し、点Pは $(5, 4)$ を通る場合で考えてみることにした。 $PQ + PR + (P \text{ から遠いほうの弧 } QP_2R)$ の一定の長さ $s_0$ を、紐の長さということにする。楕円の長さ $s_e$ は、シンプソンの公式を用いて、パソコンで計算してみると

$$s_e = 2 \int_0^{\pi} \sqrt{25 \sin^2 t + 16 \cos^2 t} dt = 28.361663$$

であった。紐の長さは $s_0 = 30.271247$ であった。この長さの時の軌跡が $x$ 軸( $y$ 軸)と交わる点の座標 $x_a(y_b)$ を図のように、 $x$ 軸に細かく点Pを取り、それぞれについて $PQ + PR + QP_2R$ の長さを計算し、 $s_0$ にもっとも近くなる $x_a$ を選ぶと、 $x_a = 6.748082$  ( $y_b = 5.956291$ )であった。最初のねらいは、軌跡が楕円とすれば、

$$\frac{5^2}{x_a^2} + \frac{4^2}{y_b^2} - 1$$

の値は0のはずであり、この値が0であるかないかを試してみようと思ったわけである。この値が0とある程度違えば、軌跡は楕円でないところもありとの証明を考えようかと思っ



いたが、結果はびたりと 0.0000 であった。

(3) もし軌跡が楕円であるとすれば、 $x_a, y_b$  の値は正確には何か？  
このことは、点 (5, 4) での軌跡の接線の傾きを求め、それから焦点を  
求めることによって解決出来た。しかし他の場合でもうまく求めら  
れるか見るために楕円を、 $a = 5, b = 3$ 、と変えてみた：

$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1.$$

点 Q が定まると点 R も定まるので、 $\beta$  はパラメータ  $\alpha$  の関数である  
ことに注意して、点  $P_0(5, 3)$  での軌跡の接線の傾き  $dy_0/dx_0$  を求める。  
それには紐の長さが一定なので次の式を用いる：

$$\frac{d}{d\alpha}(PQ + PR + s_e - s_1) = 0.$$

点  $P_0(5, 3)$  では、 $\alpha = 0, \beta = \pi/2$  なので、このとき

$$\frac{d}{d\alpha} \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{25 \sin^2 \theta + 9 \cos^2 \theta} d\theta = \sqrt{25 \sin^2 \beta + 9 \cos^2 \beta} \frac{d\beta}{d\alpha} - \sqrt{25 \sin^2 \beta + 9 \cos^2 \beta},$$

$$\frac{dx_0}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \frac{5(\sin \beta - \sin \alpha)}{\sin(\beta - \alpha)} = -5, \quad \frac{dy_0}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \frac{3(\cos \alpha - \cos \beta)}{\sin(\beta - \alpha)} = 3 \frac{d\beta}{d\alpha},$$

$$\frac{d}{d\alpha}(PQ + PR) = 8\left(\frac{d\beta}{d\alpha} - 1\right) \text{ であるので, } \frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{5}{3}. \text{ ゆえに}$$

$$\frac{dy_0}{dx_0} = -\frac{3}{5} \frac{d\beta}{d\alpha} = -1.$$

点  $P_0(5, 3)$  での接線 AB の傾きは -1 となるので、その法線を PM とすれば、軌跡は楕円と期待して  
いるので、焦点が定まるかしらべてみた。x 軸の点 C(-c, 0), D(c, 0) とおいて、 $\angle CP_0M = \angle DP_0M$  の  
条件から c を求めると、 $c = 4$  が得られる。従って、焦点は  $F(-4, 0), F(4, 0)$  となる。 $P_0F + P_0F = 2x_a$   
から、 $x_a = 2\sqrt{10}$  が得られ、これから  $y_b = 2\sqrt{6}$  が求まった。

(4) 点  $P_0(5, 3)$  を通る軌跡が

$$\frac{x^2}{(2\sqrt{10})^2} + \frac{y^2}{(2\sqrt{6})^2} = 1$$

であるかを調べるために、この楕円の点 P を  
パラメータ表示する：

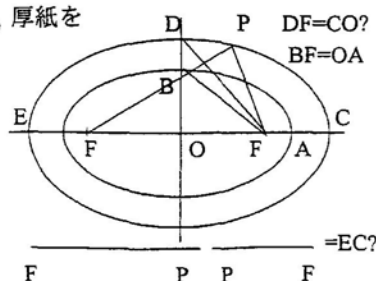
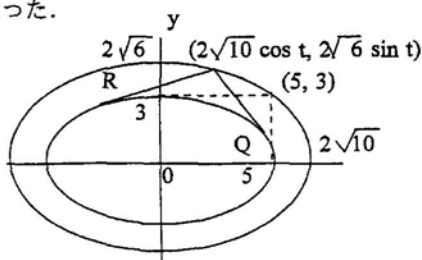
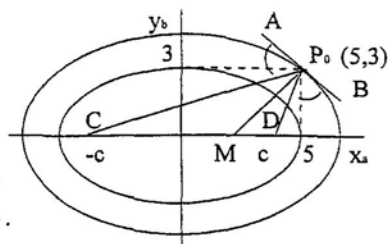
$$x_0 = 2\sqrt{10} \cos t, \quad y_0 = 2\sqrt{6} \sin t.$$

このとき接点 Q, R の座標  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  はすぐ求められたが、(7) で述べる多くの式は、これで  
計算が正しいと思えるまでには長い長い時間がかかってしまった。なかなか求められなかった理  
由の第一は、軌跡が楕円となっているか否かがわかっていないことであった。

$$x_1 = \frac{5\sqrt{10}(3 \cos t + \sin t \sqrt{25 - 16 \cos^2 t})}{4(5 - 2 \cos^2 t)}, \quad x_2 = \frac{5\sqrt{10}(3 \cos t - \sin t \sqrt{25 - 16 \cos^2 t})}{4(5 - 2 \cos^2 t)}$$

$$y_1 = \frac{3\sqrt{6}(5 \sin t - \cos t \sqrt{25 - 16 \cos^2 t})}{4(5 - 2 \cos^2 t)}, \quad y_2 = \frac{3\sqrt{6}(5 \sin t + \cos t \sqrt{25 - 16 \cos^2 t})}{4(5 - 2 \cos^2 t)}$$

(5) そこで、軌跡は楕円と予想するのが自然かどうかを見るために、厚紙を  
楕円の形に切り抜き、それを厚紙に張り付け、風糸を楕円の長さより  
ながく結び、その紐を楕円の周りに回し、鉛筆の芯でひっぱて図を  
実際に書いてみた。その結果、この楕円様の長軸  $2p$  と短軸  $2q$





から、もし軌跡が楕円ならば、その焦点は、元の楕円の焦点と一致していると読みとれた。また計算する元気が復活した。しかし計算間違いや膨大な計算量からまた計算する意欲が弱まってしまった。

(6) こんな時、軌跡と予想している (4) の楕円の上の点をいくつかとり、プログラムを組みパソコンで計算させてみることにした。結果は上々で軌跡は十分楕円と予想して良いというものであった。

(7) 軌跡が (4) の楕円であることを示すために必要な式は、以下のものである：

$$x_1 - x_0 = \frac{\sqrt{10}\sqrt{25 - 16\cos^2 t}(5\sin t - \cos t\sqrt{25 - 16\cos^2 t})}{4(5 - 2\cos^2 t)}$$

$$y_1 - y_0 = \frac{-\sqrt{6}\sqrt{25 - 16\cos^2 t}(3\cos t + \sin t\sqrt{25 - 16\cos^2 t})}{4(5 - 2\cos^2 t)}$$

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} = \frac{\sqrt{25 - 16\cos^2 t}(\sqrt{25 - 16\cos^2 t} - 2\cos t \sin t)}{5 - 2\cos^2 t}$$

$$PR = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2} = \frac{\sqrt{25 - 16\cos^2 t}(\sqrt{25 - 16\cos^2 t} + 2\cos t \sin t)}{5 - 2\cos^2 t}$$

$$PQ + PR = \frac{2(25 - 16\cos^2 t)}{5 - 2\cos^2 t}, \quad \frac{d(PQ + PR)}{dt} = \frac{120 \sin t \cos t}{(5 - 2\cos^2 t)^2}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{15\sqrt{10}\{\cos t(35 - 26\cos^2 t) - \sin t(5 + 2\cos^2 t)\sqrt{25 - 16\cos^2 t}\}}{4(5 - 2\cos^2 t)^2\sqrt{25 - 16\cos^2 t}}$$

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{15\sqrt{6}\{\sin t(25 - 22\cos^2 t) + \cos t(1 + 2\cos^2 t)\sqrt{25 - 16\cos^2 t}\}}{4(5 - 2\cos^2 t)^2\sqrt{25 - 16\cos^2 t}}$$

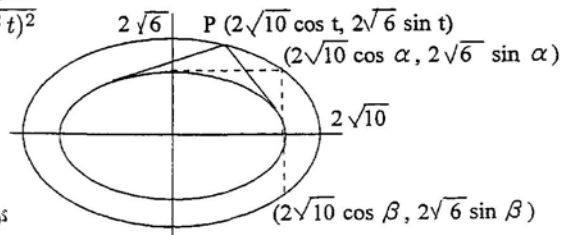
$$\sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} = \frac{15\{(25 - 12\cos^2 t - 4\cos^4 t) - 4\sin t \cos t \sqrt{25 - 16\cos^2 t}\}}{(5 - 2\cos^2 t)^2\sqrt{25 - 16\cos^2 t}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} = \frac{15\{(25 - 12\cos^2 t - 4\cos^4 t) + 4\sin t \cos t \sqrt{25 - 16\cos^2 t}\}}{(5 - 2\cos^2 t)^2\sqrt{25 - 16\cos^2 t}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} = \frac{120 \sin t \cos t}{(5 - 2\cos^2 t)^2}$$

(8) 右図のように、特別な 2 点を角  $\alpha$  と  $\beta$  で表して、上の計算結果を用いれば、以下のように、点 (5, 3) を通る軌跡は、(4) の楕円であることが確かめられる。

さらに固定する楕円が、 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  の場合でも軌跡が点 (a, b) を通るならば、それは楕円であることがわかった。しかし筆者は、Kuwano の問題とその解答が既に知られていることなのかどうかをまだ確認していない。

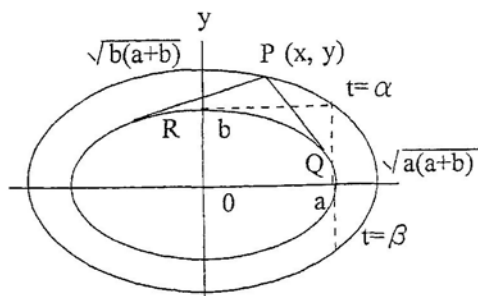


$$\frac{d}{dt}(PQ + PR + s_e - QP_1R)$$

$$= \frac{d}{dt}(PQ + PR) - \frac{d}{dt} \left\{ \int_{\beta}^t \sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} dt - \int_{\alpha}^t \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} dt \right\}$$

$$= \frac{d}{dt}(PQ + PR) - \sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} = 0$$

(9) 特別な場合の解決



ようやく上の図のような場合が、これも膨大な計算の後で解決したので、解決への通過点として簡単に紹介する。図のように焦点が  $F(-c, 0), F(c, 0)$  である楕円:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  にたいして、点  $P$  の軌跡が点  $(a, b)$  を通る特別な場合には、その軌跡は楕円  $\frac{x^2}{a(a+b)} + \frac{y^2}{b(a+b)} = 1$  である。

証明のポイント: 点  $P$  を  $x = \sqrt{a(a+b)} \cos t, y = \sqrt{b(a+b)} \sin t$  と表し、点  $Q, R$  の座標を  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  とおくと

$$x_1, x_2 = \frac{a\sqrt{a(a+b)}(b \cos t \pm \sin t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t})}{(a+b)\{a - (a-b) \cos^2 t\}}$$

$$y_1, y_2 = \frac{b\sqrt{b(a+b)}(a \sin t \mp \cos t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t})}{(a+b)\{a - (a-b) \cos^2 t\}}$$

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} = \frac{\sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} \{ \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} - (a-b) \cos t \sin t \}}{a - (a-b) \cos^2 t}$$

$$PR = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2} = \frac{\sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} \{ \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} + (a-b) \cos t \sin t \}}{a - (a-b) \cos^2 t}$$

$$PQ + PR = \frac{2(a^2 - c^2 \cos^2 t)}{a - (a-b) \cos^2 t}, \quad \frac{d(PQ + PR)}{dt} = \frac{4ab(a-b) \cos t \sin t}{\{a - (a-b) \cos^2 t\}^2}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{ab\sqrt{a} [ \cos t \{ a(2a-b) - (a-b)(2a+b) \cos^2 t \} - \sin t \{ a + (a-b) \cos^2 t \} \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} ]}{\sqrt{a+b} \{ a - (a-b) \cos^2 t \}^2 \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}}$$

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{ab\sqrt{b} [ \sin t \{ a^2 - (a-b)(a+2b) \cos^2 t \} + \cos t \{ -a + 2b + (a-b) \cos^2 t \} \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} ]}{\sqrt{a+b} \{ a - (a-b) \cos^2 t \}^2 \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} = \frac{ab [ \{ a^2 - 2b(a-b) \cos^2 t - (a-b)^2 \cos^4 t \} - 2(a-b) \cos t \sin t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} ]}{\{ a - (a-b) \cos^2 t \}^2 \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} = \frac{ab [ \{ a^2 - 2b(a-b) \cos^2 t - (a-b)^2 \cos^4 t \} + 2(a-b) \cos t \sin t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} ]}{\{ a - (a-b) \cos^2 t \}^2 \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} = \frac{4ab(a-b) \cos t \sin t}{\{ a - (a-b) \cos^2 t \}^2}$$

$$\frac{d}{dt}(PQ + PR + s) = \frac{d}{dt}(PQ + PR) - \frac{d}{dt} \left\{ \int_{\beta}^t \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} dt - \int_{\alpha}^t \sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} dt \right\}$$

$$= \frac{d}{dt}(PQ + PR) - \sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} = 0. \text{ これよりわかる.}$$

## II. 問題の解決

桑野耕一氏から昨年の8月に出された問題は2003年4月末にやっと解決できたと思うので紹介したい。桑野氏が考えてみないかといってくれた問題なので、仮にKuwanoの問題といってきた問題は、繰り返せば、「平面上に固定された一つの楕円に、その周の長さより長い閉じた紐を巻き付け、紐の一点Pに鉛筆の先を置き、強く引きながら一周するとき、点Pの軌跡は何か？ 楕円か？」という問題である。Kuwanoの問題の解の軌跡は、もとの楕円の共焦点楕円である。

この問題とその解が未知なのか既知なのかを、筆者はまだ知らないが、長いこと考えた軌跡として記すことにする。

証明の概略：固定する楕円を  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

とおき、焦点を  $F(-c, 0), F(c, 0)$  とする。

これより大きな共焦点楕円を  $\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$

とおき、その上に一点  $P(x_0, y_0)$  をとる。

点Pから楕円に2本の接線をひき、その接点を

Q, Rとする。このとき、楕円が2点Q, Rに

よって2つの弧に分かれるが、Pから遠いほうの

弧の長さ+2接線PQ, PRの長さの和が、Pが

楕円上を動いたとき一定であることを示せばよい。

そのために、 $PQ + PR - (P \text{ に近い方の弧 } QR \text{ の長さ})$

が一定となることを示す。

点Pを  $x_0 = a \cos t, y_0 = b \sin t$  とおき、点Q, R

の座標を  $(x_1, x_2), (x_2, y_2)$  とおく。

特に、点Qが点  $(a, 0)$  にきたとき、 $t = \alpha$ , 点Rが

点  $(a, 0)$  にきたとき、 $t = \beta$  とする。

証明のポイントは、次の式を示すことである。

$$\frac{d}{dt} \{PQ + PR - (P \text{ から近い方の楕円の弧 } QR)\}$$

$$= \frac{d}{dt}(PQ + PR) - \frac{d}{dt} \left( \int_{\beta}^t \sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} dt - \int_{\alpha}^t \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} dt \right)$$

$$= \frac{d}{dt}(PQ + PR) - \sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} = 0$$

まず 楕円の接線の式を点  $(x_0, y_0)$  が満たすから、 $\frac{x_0 x_1}{a^2} + \frac{y_0 y_1}{b^2} = 1$ 。

$y_1 = \frac{b^2}{y_0} \left(1 - \frac{x_0 x_1}{a^2}\right)$  を楕円の式に代入して

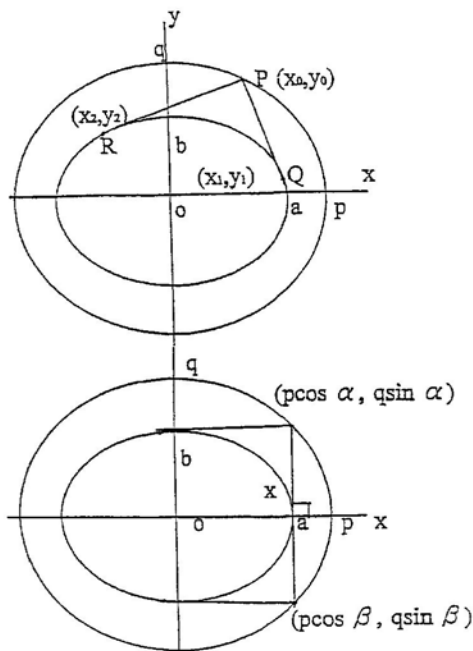
$$(a^2 q^2 \sin^2 t + b^2 p^2 \cos^2 t) x_1^2 - 2(b^2 a^2 p \cos t) x_1 + a^4 (b^2 - q^2 \sin^2 t) = 0.$$

これを解いて  $x_1, x_2$  が求まり、 $y_1, y_2$  も求まる。 $x_2, y_2$  の方は複合同順の記号で表す。

$$x_1, x_2 = \frac{a^2 (b^2 p \cos t \pm q \sin t \sqrt{a^2 q^2 \sin^2 t + b^2 p^2 \cos^2 t - a^2 b^2})}{a^2 q^2 \sin^2 t + b^2 p^2 \cos^2 t}$$

$$= \frac{a^2 (b^2 p \cos t \pm q \sqrt{q^2 - b^2} \sin t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t})}{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t}$$

$$y_1, y_2 = \frac{b^2 (a^2 q \sin t \mp p \sqrt{q^2 - b^2} \cos t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t})}{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t}$$



$$x_1 - x_0 = \frac{\sqrt{a^2 q^2 \sin^2 t + b^2 p^2 \cos^2 t - a^2 b^2} (\pm a^2 q \sin t - p \cos t \sqrt{a^2 q^2 \sin^2 t + b^2 p^2 \cos^2 t - a^2 b^2})}{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t}$$

$$y_1 - y_0 = \frac{\sqrt{a^2 q^2 \sin^2 t + b^2 p^2 \cos^2 t - a^2 b^2} (\mp b^2 p \cos t - q \sin t \sqrt{a^2 q^2 \sin^2 t + b^2 p^2 \cos^2 t - a^2 b^2})}{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t}$$

$$PQ = \frac{\sqrt{a^2 q^2 \sin^2 t + b^2 p^2 \cos^2 t - a^2 b^2} (pq \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} - \sqrt{q^2 - b^2} c^2 \cos t \sin t)}{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t}$$

$$PR = \frac{\sqrt{a^2 q^2 \sin^2 t + b^2 p^2 \cos^2 t - a^2 b^2} (pq \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} + \sqrt{q^2 - b^2} c^2 \cos t \sin t)}{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t}$$

$$\text{ゆえに} \quad PR + PR = \frac{2\sqrt{q^2 - b^2} pq (a^2 - c^2 \cos^2 t)}{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t}$$

$$\frac{d(PR + PR)}{dt} = \frac{4pq a^2 b^2 c^2 \sqrt{q^2 - b^2} \sin t \cos t}{\{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t\}^2}$$

$$\frac{dx_1}{dt} \text{ の分子} = a^2 b^2 [q \sqrt{q^2 - b^2} \cos t \{a^2 (p^2 + c^2) - c^2 (a^2 + p^2) \cos^2 t\} \\ - p \sin t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} \{a^2 q^2 + c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t\}]$$

$$\frac{dx_1}{dt} \text{ の分母} = \{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t\}^2 \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}$$

$$\frac{dy_1}{dt} \text{ の分子} = a^2 b^2 [p \sqrt{q^2 - b^2} \sin t \{a^2 q^2 - c^2 (q^2 + b^2) \cos^2 t\} \\ + q \cos t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t} \{a^2 q^2 - 2c^2 (q^2 - b^2) + c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t\}]$$

$$\frac{dy_1}{dt} \text{ の分母} = \{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t\}^2 \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}$$

以上の式から、たくさんの計算の後で次の式を得た。

$$\sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} \\ = \frac{a^2 b^2 [\{a^2 p^2 q^2 - c^2 (q^4 + b^2 c^2) \cos^2 t - c^4 (q^2 - b^2) \cos^4 t\} - 2pq c^2 \sqrt{q^2 - b^2} \sin t \cos t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}]}{\{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t\}^2 \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}}$$

$$\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 \text{ の分子} = a^4 b^4 [A - B \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}]^2, \quad \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2 \text{ の分子} = a^4 b^4 [C - D \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}]^2$$

$$\text{とおくと, } \left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 \text{ の分子} = a^4 b^4 [-A - B \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}]^2, \quad \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2 \text{ の分子}$$

$$= a^4 b^4 [-C - D \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}]^2 \text{ であるので, } \left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2 \text{ と } \left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2 \text{ を比較して}$$

次の式が得られる。

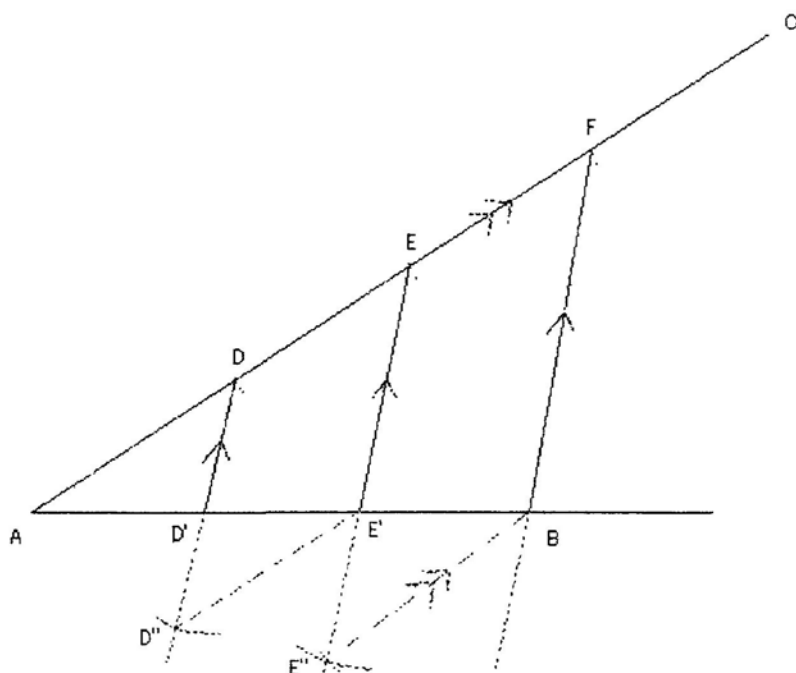
$$\sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} \\ = \frac{a^2 b^2 [\{a^2 p^2 q^2 - c^2 (q^4 + b^2 c^2) \cos^2 t - c^4 (q^2 - b^2) \cos^4 t\} + 2pq c^2 \sqrt{q^2 - b^2} \sin t \cos t \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}]}{\{a^2 q^2 - c^2 (q^2 - b^2) \cos^2 t\}^2 \sqrt{a^2 - c^2 \cos^2 t}}$$

以上によって、望まれる結果が示される。

後日、桑野氏と連絡を取ったところ、桑野氏も他の人から、この問題を聞いたのだが、その人に言って、私にもオープンにしてくれたのだそうである。コンピュータの計算によると楕円にならないとの報告もあるそうで、ひょっとしたら、私の考え違いがあるかもしれない。

コンパスと定規を用いた、線分  $AB$  の 3 等分問題について。

大学院一回生 中野 雅子



- (1) 線分  $AB$  を引く。
- (2) 点  $A$  から直線  $AC$  を引く。
- (3) 直線  $AC$  をコンパスで適当な大きさに 3 等分する。その点を点  $D$ 、 $E$ 、 $F$  とおく。
- (4) 点  $F$  と点  $B$  を結ぶ。そして、線分  $FB$  の長さを取り、点  $E$  から同じ長さをコンパスでとる。
- (5) 線分  $EF$  の長さを取り、点  $B$  から同じ長さをコンパスでとる。
- (6) (4)、(5) で交わった所を点  $E'$  とおく。そして、点  $B$  と点  $E'$ 、点  $E$  と点  $E'$  を結び、平行四边形  $EE'B'F$  を作る。
- (7) 同様に、平行四边形  $DD'E'E$  も作る。
- (8) 線分  $AB$  上を通る点  $D'$ 、 $E'$  が線分  $AB$  を 3 等分割できる

# 線分の三等分点の作図方法について

～平成14年10月29日「代数学演習Ⅰ」より～

奈良教育大学大学院 1回生 柳川 克也

## 1. はじめに

ここで紹介するのは、平成14年度後期の大学院の授業「代数学演習Ⅰ」で考えた作図方法の一部である。今年度この授業では我々のよく知っている定理について、色々な証明方法を考えていこうという授業内容であった。これから示していく作図方法は、すでにどこかで紹介されている作図方法かもしれないが、この授業の中で自分なりに作図方法を何日も考えた末にひらめいたことは感動を覚えた。

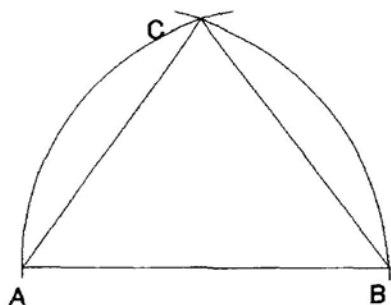
## 2. 本論

線分 $AB$ の三等分点の作図方法をいくつか紹介する。

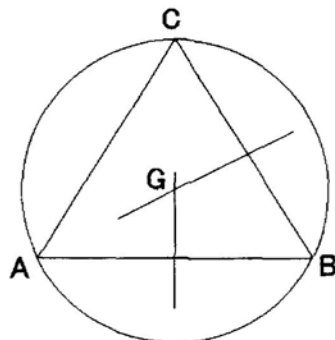
(Ⅰ)



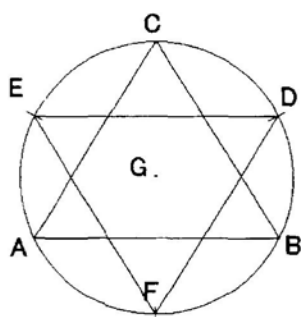
線分  $AB$  をとる。



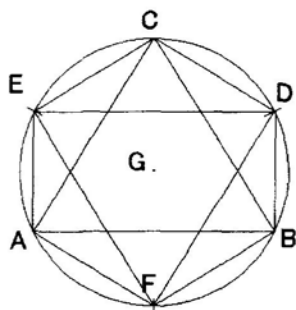
点 $A$ を中心とした半径 $AB$ の円と、点 $B$ を中心とした半径 $AB$ の円との交点を $C$ とする。  
点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ を結び、正三角形 $ABC$ をつくる。



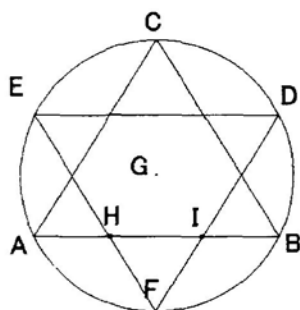
辺 $AB$ 、辺 $BC$ の垂直二等分線をそれぞれとり、交点を $G$ とする。  
点 $G$ は $\triangle ABC$ の重心である。  
点 $G$ を中心とする $\triangle ABC$ の外接円を描く。



3点A, B, CからAGの長さで外接円と交わる点をそれぞれD, E, Fとする。  
3点D, E, Fを結ぶと三角形ができる。  
 $\triangle DEF$ は正三角形である。



外接円周上の6点をC→E→A→F→B→D→Cの順番に結ぶと六角形ができる。  
六角形CEA FBDは正六角形である。

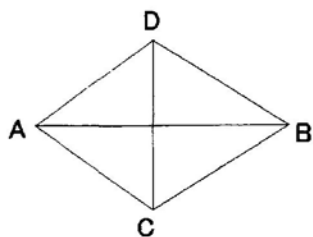


EFとABとの交点をHとする。  
DFとABとの交点をIとする。  
点H, Iは線分ABを3等分する点である。

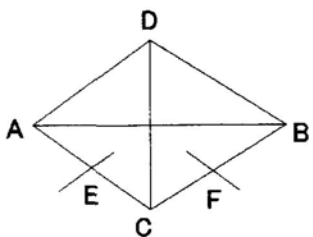
(II)



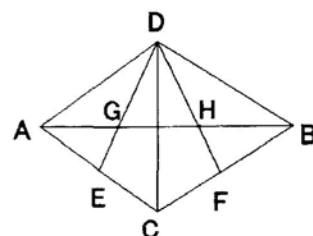
線分ABをとる。



線分  $AB$  を対角線とする平行四辺形  $ACBD$  をつくる。



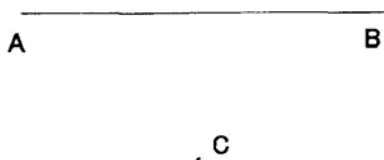
辺  $AC$ 、辺  $BC$  の中点をそれぞれ  $E$ 、 $F$  とする。



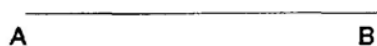
辺  $DE$  と辺  $AC$  との交点を  $G$  とする。  
辺  $DF$  と辺  $BC$  との交点を  $H$  とする。

2点  $G$ 、 $H$  は線分  $AB$  を3等分する点である。

(Ⅲ)

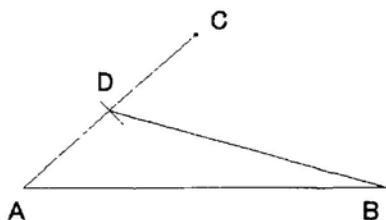


線分  $AB$  をとる。

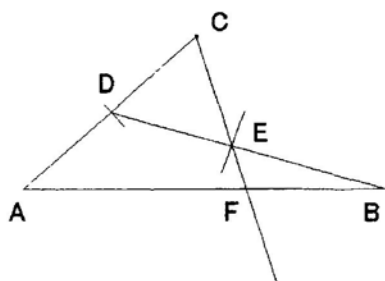


線分  $AB$  を除く任意の点  $C$  をとる。





線分 CA の中点 D をとる。  
点 D と点 B を結ぶ。



線分 BD の中点 E をとる。  
2点 C、E を通る直線と線分 AB との交点を F とする。

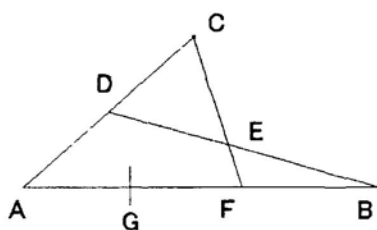
ここで、メネラウスの定理より

$$\frac{AC}{CD} \cdot \frac{DE}{EB} \cdot \frac{BF}{FA} = 1$$

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{BF}{FA} = 1$$

$$\frac{BF}{FA} = \frac{1}{2}$$

よって、点 F は線分 AB を 2:1 に内分する点である。



AF の中点を G とする。

2点 F、G は線分 AB を三等分する点である。

### 3. おわりに

今回紹介した作図方法はあくまでも一部である。また、これらの作図の証明については省略させていただく。興味をもたれた方、一度証明してみてはいかがでしょうか。この授業において、証明方法を自分で何日も考え、試行錯誤し、証明への道筋が見えたときの感動はなんともいえないものであった。一つの問題に対して、いくつもの解決方法があるというのは、数学のよさの一つであると思う。

# 線分の三等分割の一例

奈良教育大学大学院 1 回

竹田 靖彦

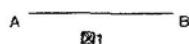
## ○ はじめに

今回平成 14 年度後期『代数学演習』という大学院の講義において、線分の三等分割の証明(H.14.10.29 出題)という課題に取り組んだ。その課題を考える中で考え出された以下のような解答例が見つかった。この解答例はこの講義が行われる以前に誰かが発見しているかもしれないし、ここで初めて発見されたものかもしれない。ただいろいろな証明方法の一例としてこの場を借りて紹介したいと思う。

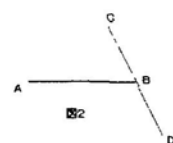
## ○ 線分の三等分割の一例

この課題は長さを測ることができれば何の問題もない課題である。今回は測ることなしにコンパスとメモリのない定規のみを使い線分の三等分割を考えた。

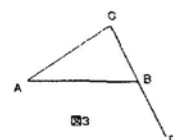
### (その 1)



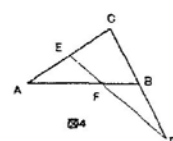
左の図 1 のように任意の線分 AB があり、この線分を三等分する。



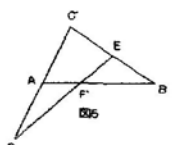
まずはじめに点 B からコンパスを用いて任意の等距離の点 C, D をとり、線で結ぶ。(図 2)



次に点 A と点 C を線で結ぶ。(図 3)



さらに線分 AC の中点 E を垂直二等分線を描いてとり、点 D と結び、線分 AB との交点を F とする。(図 4)



同様にすると左の図 5 のようになる。

以上より

点 F, F' が線分 AB を三等分する点である。

### (その 2)

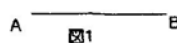
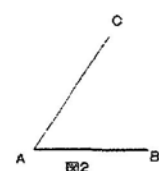
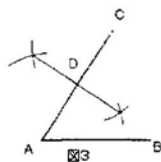


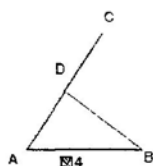
図 1 のように任意の線分がある。



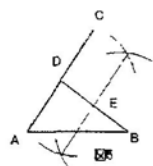
点 A から任意の線分 AC をとる。(図 2)



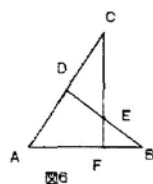
線分 AC の中点 D を垂直二等分線を引くことにより求める。  
(図 3)



点 B と点 D を線で結ぶ。(図 4)



線分 BD の中点 E を垂直二等分線を引くことにより求める。  
(図 5)



点 C と点 E を結び、線分 AB との交点を F とする。  
(図 6)

メネラウスの定理より

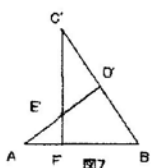
$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BE}{ED} \cdot \frac{DC}{CA} = 1$$

$$\frac{BE}{ED} = 1, \quad \frac{DC}{CA} = \frac{1}{2} \text{ だから } \frac{AF}{FB} = 2$$

よって、 $AF : FB = 2 : 1$

同様に点 B からもすると図 7 のようになる。

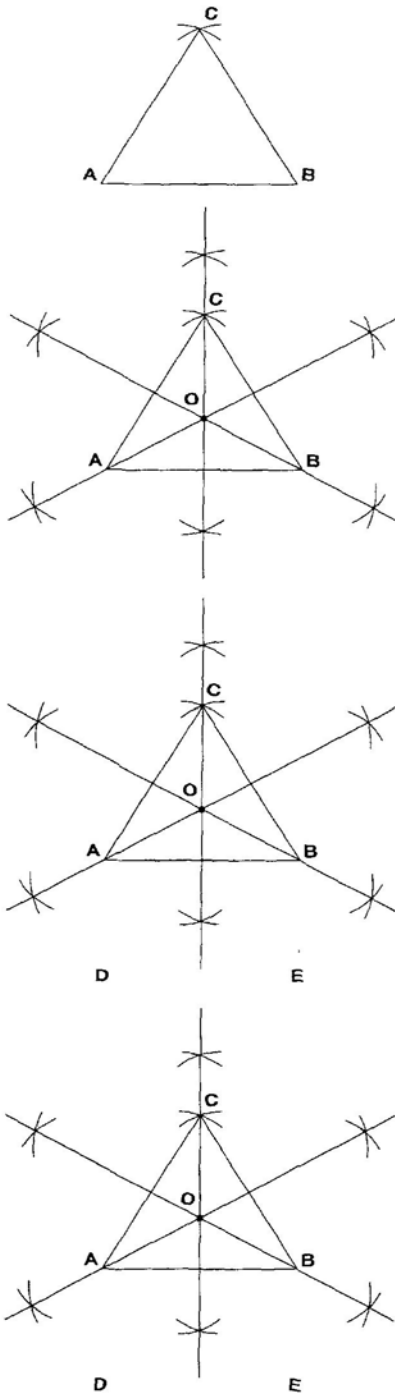
以上のようにすると点 F と点 F' が線分 AB の三等分点をとる。



## ○ 終わりに

この講義を通して感じたことは、いろいろな公式の証明を考えることにより証明の方法は 1 つではないということ、先人の数学者たちはとても苦労して証明していたことがわかった。講義の中でやることにより、自分で新たな発見をしたり、自分では考え付かなかった方法を聞いたりすることはとても興味深いものであった。また当たり前の公式として用いられているものを、先人の数学者たちと同じ条件で証明の道筋をたどるだけでも楽しかったし、その当時の苦労が実感できた。今までそれほど深く考え込まなかったことに対していろいろな発見があったり、自分の数学に対する考え方を変えさせられたこの講義は有意義な時間であったし、今後数学に触れていく中でいい経験になったと思う。

\* 線分の3等分割



- (1) 線分  $AB$  を一辺とする正三角形  $ABC$  を作る。
- (2)  $\angle ABC$ 、 $\angle BCA$ 、 $\angle CAB$  の角の二等分線を引く。その3本の線が交わったところを点  $O$  とする。そのとき、点  $O$  は正三角形  $ABC$  の重心となっている。
- (3) 辺  $AC$  と平行に同じ長さを点  $O$  からコンパスでとる。そして同じように、辺  $CO$  と平行に同じ長さを点  $A$  からコンパスでとる。この二つの交わった所を点  $D$  とし、点  $A$  と点  $D$ 、点  $O$  と点  $D$  を結んで、平行四辺形  $ADOC$  を作る。
- (4) (3)と同様に、平行四辺形  $COEB$  も作る。
- (5) 二つの平行四辺形を作った時の線分  $AB$  上を通る点が線分  $AB$  を3等分割できる。

# 余弦定理の証明の一例

奈良教育大学大学院 一回生 柳川 克也  
長岡第2中学校（奈良教育大学研究生） 八木 義宏

## 1. はじめに

余弦定理の証明に限らず数学の定理の証明は色々ある。今回紹介する証明方法は、悪戯に証明を難しくしているくらいがあるが、新しい証明方法を自分なりに発見したことは感動であるし、色々な数学的道具をもちいて一つの定理を証明することも数学の一つの醍醐味である。今回紹介するのは、平成14年度後期の大学院の授業「代数学演習Ⅰ」で考えた証明の一部分である。今年度この授業では我々のよく知っている定理について、色々な証明方法を考えているという授業内容であった。これから示していく証明方法は、すでにどこかで証明されているかもしれないが、この授業の中で自分なりに証明方法を何日も考えた末にひらめいたことは感動を覚えた。以下の証明は受講生の方からもヒントをもらいながら証明したものである。この場をお借りして感謝の意を表わします。

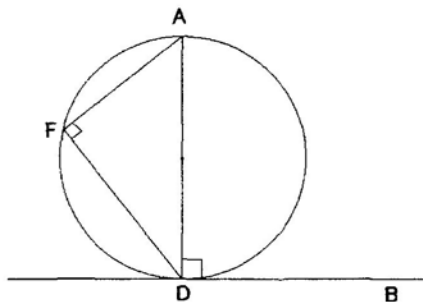
## 2. 準備

本論で必要なので、まず接弦定理と方べきの定理、三平方の定理についての証明をおこなう。

### ① 接弦定理

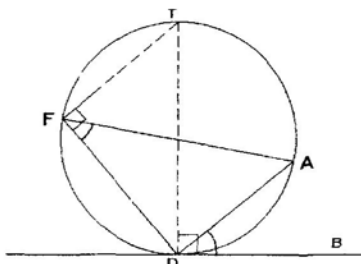
$\angle ADB = \angle DFA$ を示す

i)  $\angle ADB = 90^\circ$  のとき



BDは接線で、 $\angle ADB = 90^\circ$  より  
ADは直径である。  
よって弧ADは半円なので、  
 $\angle DFA = 90^\circ$  となる。  
従って、 $\angle ADB = \angle DFA$  となる。

ii)  $0^\circ < \angle ADB < 90^\circ$  のとき

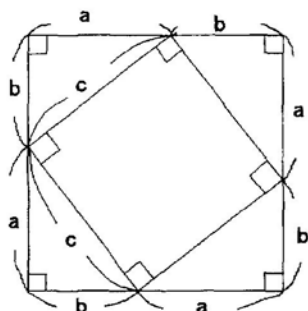


直径TDをひく。  
DBは接線より、 $\angle TDB = 90^\circ$  となる。  
また、  
 $\angle TFD = 90^\circ$   
( $\because$  半円の弧TDに対する円周角より)



### ③ 三平方の定理

$c^2 = a^2 + b^2$ を示す



内側の正方形の面積は

$c^2$  である

また、

$$(a+b)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} ab$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab$$

$$= a^2 + b^2 \text{ でもある。}$$

同じ正方形の面積を表わしているので、

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ となる。}$$

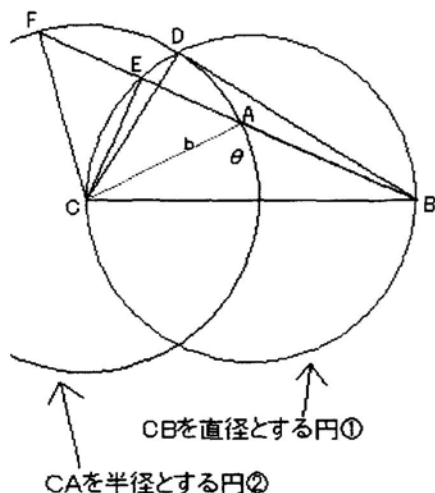
### 3. 本論

余弦定理の証明方法の一例。

$\triangle ABC$ において、頂点A、B、Cの対辺をそれぞれa、b、cとすると、

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A \text{ (余弦定理) が成り立つ}$$

(証明)



- ・円①と円②との交点をD
- ・半直線BAと円①との交点をE
- ・半直線BAと円②との交点をF

$$CD = CA = b$$

$$AB = c$$

$$BC = a$$

$$\angle BAC = \theta \quad (= \angle A) \text{ とする。}$$

また、左図より

AFは弦であり、 $CE \perp AF$ から

EはAFを二等分するので

$$AE = EF$$

$$AF = 2AE = 2b \cos(\pi - \theta)$$

$$= -2b \cos \theta \text{ となる。}$$

一方、方べきの定理から

$$DB^2 = BA \cdot BF$$

$$= c(-2b \cos \theta + c)$$

三角形DCBは直角三角形だから

( $\because$  三平方の定理より)

$$DB^2 + DC^2 = CB^2$$

$$a^2 = b^2 + c(-2b \cos \theta + c)$$

ゆえに、

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta \text{ を得る。}$$

(証明終)

#### 4. おわりに

三平方の定理にはいろいろな証明方法が与えられており、授業においても多くの証明方法がなされたが、ここではかなり簡単な証明を与えた。今回紹介した余弦定理の証明はあくまでも一例である。この授業において、証明方法を自分で何日も考え、試行錯誤し、証明への道筋が見えたときの感動はなんともいえないものであった。問題解決の糸口を発見することや、自分で問題が解けたときの感動というのは、数学のすばらしさの一つではないかと思う。



## 線型空間について

大学院 数学教育専攻 数学科教育専修  
山 本 登 敏

線型空間論というのは、さまざまな数学的現象のうちで、加法（および減法）と定数倍のみに着目し、ある数学的対象にこれらの演算が定義されているというだけの性質から、いったいどの程度の定理が得られるかを調べることを目的としているといえるであろう。このところでは、例を見ながら、線型空間というものの感じをだいたいつかんでみよう。

次の差分方程式の解の様子を調べてみる。

$$x_n + x_{n+1} = x_{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.1)$$

数列  $\{a_1, a_2, a_3, \dots\}$  は、各  $x_n$  に  $a_n$  を代入したときに (1.1) の関係を満たすならば、すなわち、

$$a_1 + a_2 = a_3, \quad a_2 + a_3 = a_4, \quad \dots$$

ならば、差分方程式 (1.1) の解という。  $x_1$  と  $x_2$  の値を決めれば、  $x_3, x_4, \dots$  は (1.1) の関係から自動的に決まる。たとえば、  $x_1 = 1, x_2 = 0$  とすれば、数列

$$\{1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots\}$$

は解である。また  $x_1 = 0, x_2 = 1$  とすれば、数列

$$\{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots\}$$

も解である。あとで便利のように、これらの数列に「名前」をつけて、前者を  $e_1$ 、後者を  $e_2$  と呼ぶことにする。さて、(1.1) の解となる数列の各項をいっせいに定数倍しても、やはり (1.1) の解となる数列が得られるのは、容易にわかる。たとえば、  $e_1$  の各項を  $-2$  倍して得られる数列

$$\{-2, 0, -2, -2, -4, -6, -10, -16, \dots\}$$

も解である。一方、  $e_1$  と  $e_2$  の同じ番号の各項をそれぞれいっせいに足して得られる数列

$$\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots\}$$

も (1.1) の解である。より一般に、2つの数列

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots\} \quad \text{および} \quad \{b_1, b_2, b_3, \dots\}$$

が (1.1) の解ならば、

(1) 数列  $\{a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots\}$  も (1.1) の解である。

また、  $c$  を定数として

(2) 数列  $\{c a_1, c a_2, c a_3, \dots\}$  も (1.1) の解である。

以上をまとめてみよう。(1.1)の解の数列(たとえば $e_1$ など)を、それぞれ1つの元(1つの「もの」)と思うことにして、このような元(つまり数列)全体からなる集合 $V$ とかくことにする。上で見たように、 $V$ には、加法と定数倍という2つの演算が定義されている。すなわち、 $V$ の元(=(1.1)の解となるようなある数列、たとえば $e_1$ )に定数 $c$ を掛けるというのは、(2)の操作を行うことであり、掛けた結果を、普通の記号にならって $cx$ と書くことにする。また $V$ の元 $x$ と $y$ を加えるというのは、(1)の操作を行うことである。これも普通の記号にならって、加えた結果生ずる数列を $x+y$ と書くことにする。 $V$ の元に上のような演算を行ってもやはり $V$ の元である。このことを

「 $V$ は加法と定数倍について閉じている」

という。 $V$ では $x-y$ も、(1)でプラスをマイナスにかえることで自然に定義されて、加法、減法、定数倍について、あたかも普通の数のような計算規則が成り立つ。(ただし $V$ の元の積は定義されない。)このような集合は線型空間と呼ばれ、 $V$ がその一例である。

#### 参考 文献

- [1] 現代数学ゼミナール I 「線型代数学」, 著者 伊吹山知義, (株)近代科学社, 昭和 62 年 10 月 1, p1.~p2.

# 「算数的活動」誕生の精神と授業改善のポイントを探る

— 5年「面積」の授業から —

佐藤 学

## 要約

本研究は、「算数的活動」が誕生背景や先行事例を考察し、この新語が児童の側から学ぶ営みを考えた授業の改善を期待するものであること、その指導の工夫として、「個の中で発展している問題の工夫」「算数観の変容と分かり方を学習状況をとらえていく評価」「算数日記による自己評価活動」が有効であることが分かった。

## キーワード

算数的活動、授業改善、算数観の変容、算数日記、VTR的黑板、フィードバック・フリーチョイス

### 1. はじめに

学力低下を危惧する声の中、新語「算数的活動」が登場した。この言葉の実像を考えると、目に見えて動きのある外発的な活動が強調され、「楽しさ」に期待感を抱く一方、学力とのつながりが見えにくく、どのようにとらえてよいものか、困惑の声も聞かれる。

本研究の目的は、「算数的活動」誕生の背景を考察し、この新語がもつ意味、実態、ねらいを明らかにし、授業改善のポイントを探ることである。

### 2. 「算数的活動」誕生の経緯

#### (1) 学ぶ楽しさを味わうこと

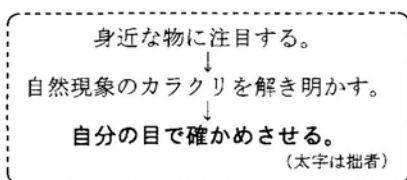
「算数的活動」は、教育課程審議会（1998）で誕生した。審議委員の一人、秋山（1998）<sup>\*1</sup>は、教育面における日米の差違は、大学生の学力の伸びにあり、その原因は、「学ぶ楽しさ」を知っているか否かにあると指摘している。

そこで、秋山は、従来通りの訓練的な算数の授業の必要性も認めた上で、「手を動かして不思議を見つけ、ものごとのカラクリを解明するという”好奇心を刺激し、考える楽しさ”が実感できる授業”を提唱し、算数的活動に授業改善を期待している。この考えは、これまでの著述<sup>\*2</sup>や諸活動を見ても、一貫してお

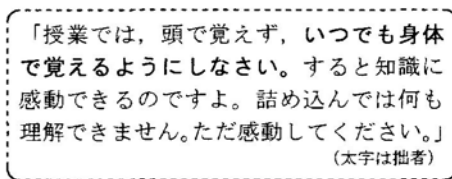
り、思い入れの深さが分かる。

#### (2) 宮澤賢治の授業

秋山は、さらに宮澤賢治の授業に注目している。「賢治の授業」<sup>\*3</sup>を引用し、算数的活動のイメージを語っている。賢治の授業には、



という知的好奇心の連続性が生まれる構造と展開がある。また、賢治は教え子達には、



とも語っている。賢治を範例にし、秋山が「算数的活動」に託した授業とは、

「学ぶ楽しさを身体一杯体感する授業」

といえる。

### 3. 「算数的活動」の誤解列伝

#### (1) 「＝体験的活動」の誤解による失敗

「算数的活動」に託された期待と裏腹に、現場ではその精神とは異なる誤解が生じている。次の数例は、今までの算数には見られなかった実践である。しかし、「＝体験的活動」と安直に結びつけて取り組むと、「活動あっても、算数の学びはなし」の失敗に終わる。

### ① 5年「円」の失敗

資料1は、「直径の長さ×3＝円周の長さ」の関係を経験している写真である。

児童自身が構成要素(直径や円周)となり、円周率がおよそ3を見つけることは、教え込むより意欲を喚起し効果的に映る。

しかし、実際には、指導者は、円周率を見つけることをねらい、この活動の意味を明らかにしなかった。

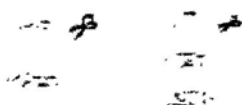


▲ 資料1

結果、手をつなぐことを拒んだり、落ち着きを見せない児童が現れる問題点が生じた。児童の感想も、運動場で学習することに驚きを示すものが多かったものの、算数の内容に関するものは見られなかった。

### ② 6年「つないだ輪」の失敗

資料2は、点線の部分で切断すると、「輪の数が2こ→正方形が1こ」「3こ→2こ」「4こ→田の形をした正方形が1こ」となる。「輪と輪の接合部分を垂直に切断してある」「元のテープの長さは変わらない」に気づくと、不思議さが算数的な面白さまで高まる。



▲ 資料2

しかし、この追究はすべての児童ができるものではない。多くの児童は、少ない場合から調べることなく、10この場合を調べようとした。見通しない取り組みの結果は、輪を切るだけの活動に終わっていた。

学習指導要領(1998)\*4では、「作業的・体験的な活動を積極的に取り入れるようにすること」と記しているが、論理的な思考力や直観力、問題解決の能力を育成を目指すない体

験的活動は虚無である。

### (2) 「操作的活動とは、異なる」という誤解

算数の授業では、ブロックや色板などの具体物を操作したり、三角定規で作図したりする操作的活動を大切にしてきた。しかし、算数的活動の登場に、操作的活動の見直すものと見る誤解が、現場に生じている。

前述の2事例は、算数の授業では少なかった活動であり、分かり方の幅を広げる機会となる可能性を秘めている。しかし、算数的活動の一面に過ぎない。操作的活動を否定し、体験的活動に切り替える見方は誤解である。

学習指導要領解説\*5にも、「これらの算数的活動の中には、具体物を用いて操作するなどの活動のように、これまでの算数の授業において、比較的良好に用いられてきたものである。他方では、教室外での体験的な活動などのように十分に行われていないものもある。今後は、上記のような算数的活動を積極的に取り入れることによって、算数の授業を改善していくことが求められている。」とあり、操作的活動には操作的活動のよさがあると肯定的にとらえ、財産化することが大切である。

### (3) プロセスを軽視する誤解


(1)(2)から、算数的活動の登場には、パフォーマンス性を期待していない。しかし、現場では、体験的活動や操作的活動を設定することには躍起になるが、児童がどのように算数を獲得しているのか、そのプロセスを意識した実践が少ない。

「問題との出会い」に始まり、解決の見通し、自力解決、グループや集団での練り上げ、解決した達成感の共有、新たな問題意識の芽生え——これら、数学的な考え方を支える情意面の変容を意識世界に浮き彫り化することが大切である。

### ● 5年「偶数・奇数」の授業

資料3の問題は、偶数・奇数の性質を利用した問題である。実際に問題に取り組んでほしい。

● 指遊びの問題 ●



- ① 4つ好きなように動かす。
- ② 好きな数を思い浮かべ、その数だけ動かす。
- ③ 赤い物を身につけている人は、2つ分動かす。身につけていない人は、動かさない。
- ④ 1つ分動かしてください。
- ⑤ 先程思い浮かべた数だけ、動かす。
- ⑥ 最後に、そこから小指の方向へ2つ動かす。
- ⑦ 最後は、薬指にきます。

### ▲ 資料3

自分の問題解決を振り返ると、次のような姿<sup>6</sup>が見られたのではなかろうか。

「なぜ？」と、もう1度取り組もうとする。 **挑戦**

・手順を振り返ろうと、メモをとる。

・図絵をかき怪しいと思う所を中心に考えを巡らす。

**集中** **見方・考え方** **操作活動**

・分かりそうで分からないイライラする。 **忍耐・努力**

・周りの人に説明する、周りの人から教えてもらう

**学び合い・コミュニケーション** **情報収集力**

・全員の納得、周囲からの賞賛

**開放感** **満足** **振り返り**

**認知レベルの自認**

### ▲ 問題解決に見られる姿

教育実習生に、「今でも覚えている算数の授業」を尋ねると、「＋イメージ」には上の問題解決に見られる姿と重なるものがあり、反対に「－イメージ」には、問題解決のストーリーとは無縁の、教師による教え込み、押しつける姿が読み取れる。教師自身が、算数的活動とは何か、この活動が算数の学びとどう関わっているのか、を理解するための経験が乏しく、結局のところ算数は式や計算、と考えられてきたためではなかろうか。

算数的活動は、授業改善を期待している。

問題解決に見られる姿は、直接「答え」に直結するものではない。算数で育てたい力であれば、副次的な力かもしれない。しかし、このプロセスを堪能すること、またプロセス

に見られた経験を次の解決に生かしていくことが、算数のよりよく学ぶ姿に変えていく。

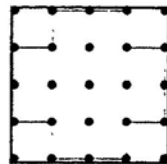
＋イメージ	－イメージ
<ul style="list-style-type: none"> <li>・進歩が見える</li> <li>・操作活動があった</li> <li>・グループで共同学習</li> <li>・プロセス重視</li> <li>・話し合いがある</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・受け身的な授業</li> <li>・自分の考えが否定される</li> <li>・競争</li> <li>・ひたすら計算、計算するだけ</li> <li>・押しつけ一得でも、分らない</li> <li>・自分が理解されていない、居場所がない</li> </ul>

### ▲ 今でも覚えている算数の授業

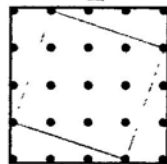
## 4. 算数的活動による授業改善のポイント

### (1) 個の中で発展する問題

3年「直角」の学習で、ジオボードを使って「直角のある形をつくろう」という活動する。これまでの観察や操作の経験をもとに、児童は思い思いに形をつくる。その形は、容易なもの(図1)もあれば、児童には説明し難いもの(図2)も見られよう。ここで、全員が図2を目指す必要はない。



▲ 図1



▲ 図2

個の中で自分なりに発展することに意味がある。また、図1も図2も直角の確かめは、「三角定規をあてがう」基本操作が共有されることも大切にしたい。

良い問題とは、個の中で解決に広がりがあり、大切にしたいことが共有できる。

### (2) 算数観の変容と分かり方を学習状況をとらえていく評価

理解の仕方には、幅が生じる。例えば、「7×6の九九をつくる」という課題に対して、求め方は3通りある。

「いくつ分」の考えは、6回もかき足すため面倒である。学習が進むにつれ、この考えは減っていくが、数の保存性に不安を持つ児童はその後

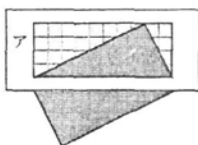


本事例は、三角形分割により全ての多角形を求めることができるよさを指導の柱においた。

指導計画(全9時間:○数字は指導時数)

1. 三角形の求積③
2. 三角形分割による一般四角形の求積①
3. 面積の問題①
4. 平行四辺形の求積②
5. いろいろな四角形(台形, 菱形等)の求積②

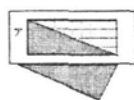
単元導入では、右図のような画用紙を2枚重ね半分をつくる問題場面を設定した。作った半分の説明づけるには、長方形と直角三角形とを関連づけることになり、既習の図形に帰着して求積することを強調できると考えた。



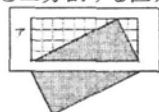
## (2) 授業の実際と考察

### ① 個の中の発展は見られたか

単元導入時の問題場面では、実際には右図を含めた4通りである。右図の2例は、最も基本的な考え方であり、全ての児童が考えつく。しかし、「まだあるのでは？」と思い巡らし、個々に格闘し始める。



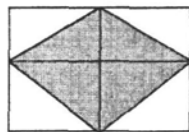
児童の操作に注目すると、どれも長方形とそれを二分割する直角三角形をとらえている。左図の方法を見つけるまでの姿は、単なる試行錯誤ではない。個の中の発展である。



### ② 分かり方の幅を認める指導ができたか

第9, 10時間目のいろいろな四角形の求積では、これまでの学習を踏まえ、等積変形, 倍積変形を駆使して求積する児童の姿が見られた。

前時までに、幾度も「簡単な形(三角形や直角三角形)に変形すれば求められる」考えが共有され、その求め方に個性を発揮しようとする姿が見られた。右図の風形をM児は、「周りに長方形をつくり、長方形を求積し半分にする」方法



で求めた。この考え方は、M児の考え出した方法ではない。菱形の求積でH児が考えたものである。理解の遅れがちなM児は、H児の方法に納得し、学級全体が認める方法(社会的合議)を自分の分かり方に取り入れた。

指導者は、M児の分かり方を自信につなげるため、発表させている。その結果、発表するM児がH児の方法に注目したことを、「H児の方法がまた使われたのがよかった」と認める他の児童も現れた。

これは、指導者の意図的な働きかけに留まらず、他の児童からも認められる機会となり、次時の算数学習に期待を抱くものであったと評価できる。M児の「思いきって発表してよかった」や、H児の「私の考え方がまた使ってもらえた」の言葉が、そのことを物語っている。単元全体を通して、直角三角形の求積を基本とし、その考え方、分かり方、関わり方の個性を認める大切さが分かった。

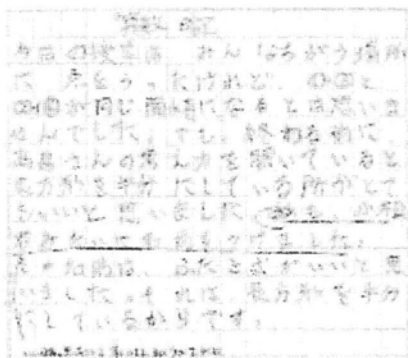
### ③ 自分知に迫る自己評価活動は図れたか

資料5は、「面積の問題(7時間目)」の学習後の板書である。この板書には、解決の過程に表れた児童のつぶやきなどを書き表している。



▲ 資料5

そして、資料6はその板書を受けての算数日記である。「K君みたいに」や「私の名前は、ふたご式がいいと思いました。」には、名前を付けることにより、機能的な考えのよさに気づいていること、自分の分かり方、楽しみ方は名前づけが1つの方法であること、友達の発言を認めていること、友達を自分を重ねていることが読み取れ、この記述は、内容知や方法知に留まらず、自分知に迫るものと評価することができる。



▲ 資料6

しかし、この自己評価は安直に綴れるものではない。4月時、算数日記の存在すら知らない児童には、算数日記自体が違和感を持つものであり、書くことの「継続化、日常化を進めること」や「書いた内容に対し肯定的評価(赤ペン指導)を行うこと」も大切にしなければならない。

また、多くの児童が振り返りの対象を授業終盤に注ぐ傾向があるため、「算数日記を書きましょう」と促す前に、「黒板を見て、今日の学習を振り返りましょう。どんなことが印象に残りましたか」と、概括的にフィードバック・フリーチョイスする評価を行うことにした。「Kくんが名前をつけようと言ってくれたので、今日も新しい考え方が作れて良かったです」と、既に指導者が肯定的、示唆的に評価の意思を表して記述した板書内のコメントを、児童が自分なりに取り上げる評価する姿が見られた。評価された児童はもちろん、評価した児童、それ以外の児童にとっても、授業の再現を図り、自分の分かり方を評価することにつながると考える。

## 6. 研究のまとめ

算数的活動とは、児童が算数を学ぶという営みを、学ぶ主体者たる児童の側から考えることを期待した授業改善のキーワードである。

それは、単に外的な活動を多く取り得るだけでは意味がない。指導者が、学力構造を内容知、方法知、そして自分知からとらえ、授業を計画し指導に当たること、そして指導する中で絶えず、評価→指導(支援)→評価→指導→…のリバウンド指導を行い、児童にとって学習が「分かりやす

い」「楽しい」ものへと充実していく必要がある。

さらに、評価は、指導資料に留まるのではなく、児童の「学びの自立化」を促すものへと変わる必要がある。算数日記は、その1つ方法として有効といえる。さらに、書くことの習慣化、書く内容の焦点化、書いたことへの評価化において、指導者が積極的、意図的に関与することも大切である。VTR的板書は、それを助ける1つである。

今後は、自分知と数学的な態度との違いを明らかにするなど、学力の構造化をさらに分析することにした。

また、VTR的板書と算数日記について、継続による変化、学齢や学力との関連など、その有用性についてさらに検討する。また、他の自己評価方法の開発も検討していきたい。

## 引用・参考文献

- 1) 秋山仁、「学ぶ楽しさを味わうこと」、初等教育資料、平成10年10月号、東洋館出版社
- 2) 秋山仁、「秋山仁先生のたのしい算数教室③ージャングルジムは何角形?」、1994年、ポプラ社
- 3) 畑山博、「教師宮澤賢治のしごと」、小学館
- 4) 文部科学省編、「小学校学習指導要領」、大蔵省印刷局、「第3 指導計画の作成と各学年にわたる内容の取り扱い」
- 5) 文部科学省編、「小学校学習指導要領解説『算数編』」、東洋館出版社
- 6) 大阪教育大学教育学部附属池田小学校算数部、「子どもと先生が創る算数的活動」、東洋館出版社
- 7) 国立教育政策研究所学習意欲研究会、「学習意欲に関する調査研究」、2002
- 8) 柴田義松、「新学習指導要領の読みかた“自ら学び、自ら考える力”のゆくえを問う」、あゆみ出版、1999年
- 9) 村川雅弘、日文の生活科教室No.29「特色ある実践を求めてXV」、日本文教出版、平成14年
- 10) 中村幸史、「『学習感想』による数学的な考え方の評価」、新しい算数研究#371、2001
- 11) 佐藤真・奈良県斑鳩町立斑鳩東小学校、「『総合的学習』の評価規準をどうつくるか」、学事出版、2002



2002年度

数学・情報研究会活動報告

去年も例年同様、8月のお盆の時期に5日間、算数教室を行いました。一昨年は、大阪教育大学付属池田小学校の事件の影響のためか、参加者が減少し、去年は例年どおりの参加人数を回復させるということを目指して我々2回生が団結し、宣伝活動をしました。電話かけ、案内書配りはすごく大変でした。初夏の暑い気候の中、例年案内書配りを断られている小中学校にも電話をかけ、配らせていただいたこともありました。電話かけで学生の青さが出てしまったのは敬語でした。電話マニュアルはありましたが、予想外の展開になると、敬語が使えなくなり、電話の対応で注意されるということも度々ありました。社会に出ると敬語ができて当たり前、そう考えれば、学生時代に注意してもらい、本当によかったと思います。

去年苦労したものの1つとして、教科書作りがあげられます。例年は去年のものを使っていたりしていたのですが、教科書が改定され新しいものを作らざるをえないといった状況でした。また、我々の代の算数教室はすべて、自分達の手でという同回生の強い希望もありすべて作り変えました。1回生の人達にも協力してもらいどうにか作り変えることができました。算数教室の前日まで完成していない学年もあり本当に土壇場で出来上がったといった感じです。しかし教科書作りをすることで、自分達の頃と変わった教科書に触れることができ、どうすれば子供達が理解しやすいかということを実際に考える機会を持てたことは、将来教師を目指す我々にとって本当によかったと思います。

そして迎えた算数教室。例年を上回る250名の子どもたちが参加をしてくれました。宣伝活動を重視した結果だと思っています。案内書を配っていない、奈良市以外の小学生の参加もあり算数教室の伝統を感じることができました。また去年は1クラスに教師を2人というチームティーティングを導入する予定だったのですが、予想以上の参加者だったので、学生の確保が難しく、中途半端な状態になってしまったことが、少し残念でしたが、導入できたクラスでは生徒はすごく教師の目の届いた環境で学習できよかったと思います。また、たくさんの学生が算数教室で子ども達と接することができ、チームティーティングを導入したかいがありました。

3回生になると教育実習などで、子どもと接する機会が多いのですが、1、2回生では残念ながらあまりありません。そのような中、算数教室で子ども達と接し、教壇に立つということは教師を目指すものにとって、ものすごくうれしいことだと思います。私自身、1回生の時に算数教室で3年生を担当し、教師になりたいという気持ちが今まで以上に強くなり、また先生気分を味わうことができ本当にいい経験をできました。算数教室は自分達の手で作り上げる活動なので、自分達の力でこのような大きなことができるんだという自信をつけることもできました。算数教室でたくさんのことを学ぶことができました。この算数教室という活動をこれから先も学生の力で盛り上げていって欲しいと思います。

## 算数教室 『電話質問の受付のマニュアル (カンペ)』

数学教育履修分野 2 回生 野崎 佳良

情報数理解専修 2 回生 梶島 眞砂子

まず、電話にでたとき、「こんにちは、奈良教育大学数学研究会でございます。」があいさつです！丁寧にあいさつをして、しっかり質問に答えます！！

<マニュアル>

★質問★	★答え方★
1. 定員を超えた場合は先着順ですか？	1. 超えた場合でもお受けさせていただきます。
2. 受付は本人がこなくてもいいですか？	2. 本人さんでなくても大丈夫です。
3. 個人的に質問などはできますか？	3. できます。
4. 3時間まるまる勉強をするのですか？	4. 小学生・・半分授業で、半分は他の学校のこども達との交流です。(集中力がもたないから。) 中学生・・休みをいれつつ勉強をします。でも、雰囲気を見ながら変えていきます。
5. 教える内容はどのようなものですか？	5. 前の学年の復習と、現在の学年の一学期の復習をします。
6. 受付日に行けない場合はどうしたらいいか？	6. 案内書の真ん中の辺りに書いてある住所宛に、2000 円を同封して送ってください。
7. 例年の参加人数は？	7. 去年(平成 13 年)は 300 人強でした。(資料を見て答えます。)
8. 一クラスの人数は？	8. 10 人～15 人ぐらいです。
9. 車で来てもいいですか？(当日)	9. なるべく、公共の交通機関をご利用ください。
10. 10 時前から並んでいますか？(受付日)	10. そんなにお急ぎにならなくても大丈夫です。
11. 友達と同じクラスにできますか？	11. できます。だいたい学校ごとで分けていきます。(ここで、その友達は同じ学校であるかを確認します。別の学校の場合はメモっておきます。)
12. まったく初めてなのですが・・・(これが一番厄介！！)	12. 学年をきいて、内容を説明します。その後はその都度対応します。(最後に不明なこと・不安なことはないかを聞いておいた方がいいかもしれません！)
13. 持ち物は何かありますか？	13. 一日目は筆記用具と水筒だけがかまいません。小学生は外で遊びますので、帽子があった方がいいかと思われます。

59頁

未掲載

## 教育実習を終えて

理数・生活科学コース 黒川 真由実

私は、昨年の9月に4週間、附属中学校でお世話になりました。実習前は不安でいっぱいでしたが、生徒たちは暖かく受け入れてくれ、日に日に学校に行くのが楽しみになっていきました。実習が始まって3日目から、授業を担当させてもらうことになったのですが、初めての授業ということもあって、すごく緊張したのを覚えています。何時間もかけて、作った指導案なのに、全然うまくいかなくて、失敗もたくさんしました。1時間（50分）という時間は、長いようで短くて、指導案の計画どおりに進めたくても、生徒たちから、予想以外の反応が返ってきたり、説明が行き届かなかったりして、全然進まず、他のクラスより遅れてしまうことが多々ありました。少し急ぎ足で授業を進めることもあり、生徒たちには申し訳ないことをしたと思っています。担当の先生や去年実習に行っていた先輩方にアドバイスしてもらったり、他の実習生の授業を見て、自分なりに勉強したりしました。研究授業の際には、他の実習生たちと協力し合い、前日、夜遅くまで残って、準備しました。大学の先生方、先輩方、後輩たちにも参観していただきました。たくさんアドバイスしてくださって、本当にありがとうございました。

4週間は、あっという間でした。生徒たちとも仲良くなり、休み時間や、昼食を通して、いろいろな話をしました。生徒とのコミュニケーションは、大事です。人間関係もいろいろあって、それを把握していなかったために、授業で失敗したこともあります。一人一人の性格や特徴をよく知り、対応の仕方考えなければならなかったと思います。それから、生徒たちは、教師のことをよく見ています。当たり前ですが、どんなにしんどくても、それを生徒たちに見せてはいけないことを強く実感しました。

私は、実習に行くまで、小学校の教師になりたいと思っていました。しかし、この実習で、中学校の教師になりたいと思うようになりました。自分の好きな教科である数学の面白さや不思議さを、もっと子どもたちに伝えたいです。

最後に、附属中学校の先生方には、大変お世話になり、ありがとうございました。

2 0 0 2 年度

修士論文・卒業論文

本質的学習場による算数・数学へのアプローチ

—mathe2000 プロジェクトに着目して—

奈良教育大学大学院 数学教育専攻 数学科教育専修

鈴木 牧子

## 1. はじめに

日本の数学教育は、機械論的に指導計画を細かく組み立て、スモールステップ方式で教材を配列・構成する機械論的・原子論的数学教育であるといわれている<sup>1)</sup>。この算数・数学教育のパラダイムは、知識・技能を身につけやすいという面がある一方、子ども達が自分のやっていることに意味や目的意識を見出しにくいという短所も持っている。次々に与えられる問題を順番に解くだけでは、子ども達の学習は受身的になり、自ら数学をしてみようという意欲も持ちにくくなるため、細分化された教材を扱うのではなく、子ども達を、全体性のある算数・数学のシチュエーションに置き、能動的、自発的な活動を促すことが、子ども達が算数・数学の学習に意味を見出す上でも重要だと考えられる。本質的学習場 (Substantial Learning Environments) は、このような考えに立って Wittmann により提唱された概念である<sup>2)</sup>。本質的学習場は Wittmann が創立したドイツの "mathe2000" プロジェクトで研究・開発が行われてきており、その成果として本質的学習場を盛り込んだ教科書「数の本 (Das Zahlenbuch)」<sup>3)</sup>が作成されている。これらはドイツを中心として、スイス、ベルギー、などの国々に広まっており、日本でも最近それらの教材が注目され始めてきている。しかし、日本の子ども達が本質的学習場に基づく教材

に取り組む際の反応や、日本の子ども達に対する教材の有効性についてはまだほとんど示されていない。

本研究では、本質的学習場を日本の算数・数学教育に取り入れていくための示唆を得ることを目的として、本質的学習場について明らかにするとともに、本質的学習場に基づく教材の典型例である「数の石垣」を用いた実践調査を行い、その有効性について調査結果から分析・考察を行った。

## 【本論文の構成】

序章 本研究の動機、目的、方法および論文の構成

第1章 日本の数学教育のひとつの側面と問題点

第1節 数学教育の目的・目標について

第2節 数学の有用性と生徒の学習動機

第3節 機械論的・原子論的数学教育と活動的・創造的数学教育のパラダイム

第2章 本質的学習場について

第1節 Wittmann の数学教育観と思想

第2節 本質的学習場とは

第3節 本質的学習場と教授単元について

第3章 mathe2000 プロジェクトにおける本質的学習場

第1節 mathe2000 プロジェクトについて

第2節 「数の本 (Das Zahlenbuch)」における学習場のデザイン

### 第3節 本質的学習場に基づいた教材について

#### 第4節 日本の数学教育に対する示唆

### 第4章 本質的学習場に基づく教材の実践調査

#### 第1節 実践調査の内容と方法

#### 第2節 調査の結果

#### 第3節 実践調査の考察

### 終章 論文のまとめと今後の課題

## 2. 本質的学習場とは

Wittmann は、学校数学における数学を数学者のつくった既成の学問的数学ではなく、人間の一つの知的活動として捉えられており、本質的学習場はそのような活動としての数学を子ども達に経験させることを意図している<sup>1)</sup>。本質的学習場は Wittmann により、以下のように記述されている<sup>2)</sup>。

#### “本質的学習場

(Substantial Learning Environment:

数学的なものの本質が盛り込まれた場)”

これは、以下の性質を持つ指導・学習の単元のことです。

- (1) 算数・数学的指導の主要な目的、内容、原理が或る水準において示されていること、
- (2) この水準を越えた重要な数学的な内容、過程、方法と結びついており、数学的活動の豊かな源であること、
- (3) 柔軟性を持ち、個々の学級の特長事情に合わせることができること、
- (4) 算数、数学指導に関する数学的、心理学的、教授学的観点を統合し、実証的研究の豊かな場を形作ること。

(「算数・数学教育を生命論的過程として発展させ

る」Erich.Ch.Wittmann, 湊三郎訳, 2000)

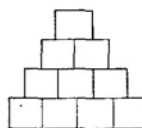
この本質的学習場という概念には、機械論的・原子論的数学教育を活動的・創造的数学教育へ転換しようという意図が込められており、子どもの学習場面のみならず、教師教育や算数数学教育研究に渡る幅広い場面で用いられる。本研究では、本質的学習場を子供の学習場面における教材という観点で扱い、本質的学習場を“子ども達に数学の生成、発展、創造の過程を経験させるための豊富なシチュエーションで、探求によって高次数学への発展可能性があるもの”と捉えている。

## 3. 本質的学習場に基づく教材の具体例

### —「数の石垣」—

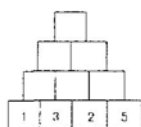
mathe2000 では、最も機械論的になりやすい計算練習ですら、生産的で活動的、発見的な学習が行えるということを、生産的練習と呼ばれる本質的学習場の教材で示している。生産的練習の具体例としては、「数の石垣」、「計算三角形 (アリスモゴン)」、「美しい包み (まとまりのある課題)」などが挙げられる<sup>3)</sup>が、ここではその一例として「数の石垣」を取り上げる。

「数の石垣」は、あらかじめ与えられている以下のような“空のフォーマット”を「それぞれの数がその下にある二つの石の数の和にしなければならない」というルールに従って埋めていくものである<sup>3)</sup>。



空のフォーマット





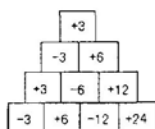
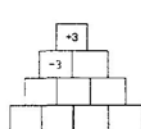
与えられた数



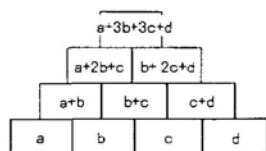
計算された石垣

これは、はじめに置く数の位置によって加法、減法、また加法と減法の組み合わせた問題を設定することができる。課題の提示においては、単体でドリルのように与えられるのではなく、幾つかの石垣が1つのシチュエーションとして意味を持って提示される。これによって、単に計算練習としてではなく、数の規則性を見出す、規則を利用して新たな問題を作る、条件を変えたときに結果がどうかかわるかを考える、考え方を根拠を持って記述するなどの算数的・数学的活動を行う場面が構成される。

また、「数の石垣」は数を拡張したり、演算のルールをかえることによって様々な形に変容させたり、発展させることができる<sup>4)</sup>。



絶対値が斜めに揃う。他にもこのような美しい「数の石垣」を作ることができるか？他にどのようなものがあるか？



この「数の石垣」には、パスカルの三角形の係数が見れる。

本質的学習場に基づく教材は、「投げ込み教材」的に導入され、一回で子ども達の取り組みが完結させられるべきではなく、長期的・継続的に扱われることが望まれる。それは、いくら本質的学習場に基づく教材を用いても、一回で完結させようとするれば、結局、教師が授業をコントロールする機械論的な算数・数学教育になってしまう可能性があるからである。

#### 4. 実践調査の概要

##### 調査の目的

本質的学習場に基づく教材の典型例として挙げられる「数の石垣」を題材として、継続的な実践を行った。その目的は以下の二点について明らかにすることである。

- (1) 与えられた問題を解くだけでなく、解いた問題から規則性を見出したり、自分なりに「数の石垣」を探索するといった取り組みが行われるかについて。
- (2) 継続的な取り組みによって、児童の取り組みにどのような変化が表れるかについて。

##### 調査の方法

継続的な実践を行うために、朝学習を想定した「数の石垣」の課題プリントを作成し、公立の小学校3年生1クラス（男子20人、女子20人）に継続的に取り組んでもらった。実際には、学校の事情により朝学習で課題プリントに取り組むことが困難であったため、実施対象クラスには朝学習での取り組みを想定して、授業の合間に10～15分間取り組んでもらうこととした。実際の実施時期は以下の通りであった。

課題プリント①；2002年12月4日

課題プリント②；2002年12月5日

課題プリント③；2002年12月9日  
 課題プリント④；2002年12月10日  
 課題プリント⑤；2002年12月11日  
 課題プリント⑥；2002年12月12日  
 課題プリント⑦；2003年1月16日  
 課題プリント⑧；2003年1月17日

(課題プリントの説明は、資料を参照)

取り組みにあたって、担任教師にはできるだけ誘導するような説明は避け、課題の理解を促す説明にとどめるように努めてもらった。また児童には、課題に取り組んだ後で、気づきや感想を書いてもらうこととした。分析と考察にあたっては、児童の記述したプリントに加えて、実施にあたったクラスの担任教師のコメントも参考とした。

## 5. 実践調査の結果と考察

### 結果

《規則性を発見することについて》

- (1)一クラス40人中30人が「数の石垣」の取り組みで規則性を発見した。
  - (2)児童が「数の石垣」に規則性が含まれていることに、おもしろさを見出していた。
- 《探究活動について》
- (3)一クラス40人中38人が探求活動を行った。
  - (4)学力の低い児童にも創造的活動が見られた。
  - (5)児童は自分で石垣を作る活動を楽しんでいた。
  - (6)与えられた時間のみにとどまらない、自主的な探究活動への意欲を促した。

### 考察

以上の結果から、本質的学習場に基づく教材を用いることによって、与えられた問題を解くだけでなく、解いた問題から規則性を見出した

り、自分なりに「数の石垣」を探求するという取り組みが行われたことが示された。

また、継続的な取り組みによる児童の変化については、3人の児童A, B, Cを取り上げ、自分の石垣を作る欄を設けた第2回から第7回までの取り組みを通して、どのような変化が見られたかを分析、考察した。考察の際には、「数の石垣」における3つの段階を手がかりとした。

「数の石垣」における3つの段階

- I. 「数の石垣」に数を埋める段階
- II. 「数の石垣」の数の並びに注目する段階
- III. 自分なりの「数の石垣」を探求・創造する段階

3人の児童の活動段階の変遷

プリント	②	③	④	⑤	⑥	⑦
児童A	I	II	II	I	II	III
児童B	I	II	III	III	I	III
児童C	I	III	III	III	III	欠

上の表から、同じ課題（プリント⑥）に取り組んでいても、児童AにとってはIIの段階、児童BにとってはIの段階、児童CにとってはIIIの段階の取り組みになっており、個に応じた段階の取り組みになっていたことがわかる。また、児童A、児童B、児童Cは皆、最終的にはIIIの段階の活動を行っていたが、そこに達するまでの経過は、個人によって異なっていた。このように、「数の石垣」は個人の算数的発想や取り組みの経過の差異に対応できるものであることが示される。日本では、個に応じた指導というと、計算力の面で児童を分類し、指導方法を考えることが多いが、今回の実践結果(4)にもみられるように、計算力と算数的発想が必ずしも一致しないことがあ

る。また、同じⅢの段階の活動が行える児童でも、そこまでの取り組みの過程には個人差がある。こういった個人差にどう対応していくか、というひとつの答えになるのが本質的学習場ではないかと考えられる。これについては、今後さらに検討されていくべき事項である。

## 6. まとめと今後の課題

本研究の結果として、次の5点を得ることができた。

- ・本質的学習場は、単なる教材研究としてではなく、授業設計やカリキュラム構成に深く関わっている概念であり、日本で本質的学習場に基づく教材を取り入れる際には、「投げ込み教材」的に扱われるべきではない。
- ・児童は教材から常に何らかの規則性が発見できること、自分で課題を工夫できる自由性があることから教材に継続的に取り組む意欲を持つ。
- ・「数の石垣」を用いた実践では、一回の実践では、探求的活動をするところまで進む生徒は少ないが、何回かの前段階と、継続的に課題を追求する場面が設けられることで、自分なりに疑問を持って数学を探求していくようになった。また、児童の意欲促進にも有効に働いていた。
- ・このときの前段階と言うのは、スモールステップ的な概念の、より易しい課題という意味の前段階ではなく、始めに全体が示されて、数学をすることができる展望を持った前段階である。
- ・個人の算数的発想や取り組みの経過の差異に対応できる教材として、本質的学習場に基づく教材が有用であることが示された。

実践調査においては、本質的学習場に基づく教材を用いることで、子ども達が能動的・自発的に算数的活動をする様子が伺えた。実践を行った担任教師もこの教材の効果を評価していることから、今後、さらにこのような教材を用いた実践が現場で行われていくことが望まれる。

今後の課題としては、現場の先生に本質的学習場をデザインした具体的なカリキュラムを提案していき、その時間的枠組みが確保されるような手立てを考えていくことと、日本に適した本質的学習場に基づく教材を開発していくことが挙げられる。

---

## 引用・参考文献

- (1) 國本景亀,「機械論的・原子論的数学教育から活動的・創造的数学教育へ」,全国数学教育学会誌数学教育額研究 第4巻,1998,p1-9
- (2) E. Ch. Wittmann,「算数・数学教育を生命論的過程として発展させる」(港三郎訳),日本数学教育学会誌,第82巻,第12号,2000,p30-41
- (3) Albert Berger, Marlene Fischer, Marlies Hoffmann, Maria Juettemeier, Gerhard N. Mueller, Erich Ch. Wittmann,(2001), "Das Zahlenbuch Lehrerband, Mathematik im 1,2,3,4. Schuljahr" Klett
- (5) 國本景亀,「ドイツの教科書『数の本』—かぎまわる問題とパターン問題について—」,高知における研究会,2002

平成 14 年度 修士論文

「論証指導に関する教材の開発的研究」  
—ユークリッド『原論』の再検討を通して—

数学教育専攻 数学科教育専修  
018403-7 高木 勇

## 1、はじめに

学部生時代に私は、「数学の有用性」なるものを考えた。今回の修士論文もその延長線上のものであると言っていい。主眼は、「論証指導」に置かれており、特に、「論証の意義」なるものを中心に考察を重ねた。その結果、「ストイケイア（『原論』）指導」なるものを提案することに至り、論証の意義として、「論理的思考力の基礎の育成」が十分認識されるようなものになるよう、指導法（とりわけ教材論）の考察を行った。

## 2、修士論文の構成

構成は以下のようである。

### はじめに

#### § 1 数学を学ぶ意義にて

- 1、1 なぜ、数学を学ぶのか
- 1、2 学校数学について

#### § 2 論証指導について

- 2、1 現在の論証指導について—内容とその方法
- 2、2 現在の論証指導の問題点

#### § 3 本論の目的・方法—ストイケイア指導の提唱

### 第1章 ストイケイアについて

#### § 1 ストイケイアの概要

- 1、1 内容
- 1、2 歴史的扱い

#### § 2 なぜ、ストイケイアか

### § 3 日本の数学教育とストイケイア

- 3、1 日本の数学教育におけるストイケイアの取り扱い—ペリー運動を通して
- 3、2 現行の教科書にみるストイケイア

## 第2章 ストイケイア指導について

### § 1 目標、対象

### § 2 内容—ストイケイア第1巻を中心にして

### § 3 現在の数学的表記でみるストイケイア第1巻—定義～命題 48

- 3、1 定義
- 3、2 公準
- 3、3 公理(共通概念)
- 3、4 命題1～命題 48

### § 4 指導方法について

### § 5 評価方法について

## 第3章 ストイケイア指導の実践

### § 1 方法

- 1、1 指導案
- 1、2 使用プリント

### § 2 結果

- 2、1 プロトコル
- 2、2 アンケート結果・まとめ

### § 3 考察

## 第4章 今後の課題～高校数学カリキュラム（図形分野）への提言～

### 終章 おわりに

### \*引用・参考文献について

## 3、まとめと今後の課題

ストイケイア（第1巻のみ）を用いての指導法を提案したが、それが本当に「効き目」があるのかどうか分らない。今後、この指導法の実践を重ねていきたいと考えている。

## 超球上の関数論

本論文は、この2年間テキストとして読んだ Walter Rudin の The Functin Theory of Unit Ball in  $\mathbb{C}^n$  の1章・2章・3章・10章(関数環と関連の深い)に沿って、説明や計算が省略されている部分を詳しく分析して補い、図などを入れつつ、丁寧にまとめたものである。 $\mathbb{C}^n$  の超球に関する結果は、 $\mathbb{C}$  内の円板に対する関数論の結果の拡張となっている部分が多いと考えられるので、その拡張の様子と、どのようにしてその定理に気付いたかなどを考慮してみた。

一章は準備として、後の章で必要となる記号、定義、定理などを述べた。

二章では超球の自己同型写像として、超球から超球への両正則写像(自己同型写像)が一変数のモービウス変換の拡張となっていることや、それとユニタリー変換の合成から得られることを述べた。

三章では積分表示として、一変数の場合のコーシーの積分公式やポアソン積分公式が、超球上においても、同様に拡張されることを述べた。特に、コーシーの積分公式がどのように予想されたかを考えた。このことは研究の小さな模擬体験であった。

最後に、四章では超球環に対する補間集合として、超球環に関する零集合、峯集合、補間集合、峯補間集合、測度で決められる null set, totally null set の関係について述べ、特に、これらの出発点である円板環の零集合と補間集合についての Fatou と Rudin の定理を挙げ、それらの詳しい証明をさらに詳細に述べた。

このように、学んだところに関連する事項を述べ、省略されているところなどを考察し補った、総合報告である。

### Cauchy の積分表示式の拡張について

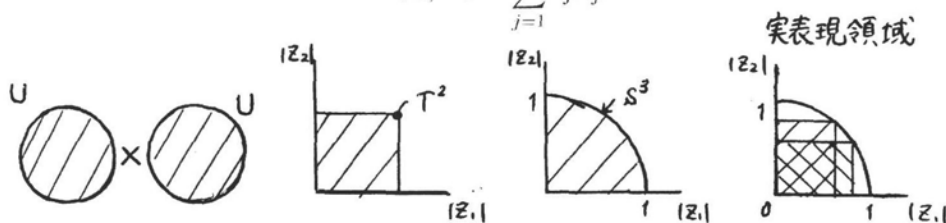
$U$  を開単位円板,  $T$  を開単位円周,  $B$  を  $\mathbb{C}^n$  の開単位超球,  $S$  を単位超球面,  $U^n$  を開単位多重円板,  $T^n$  を  $n$  次元トーラスとする。すなわち,

$$\begin{aligned} U &:= \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}, \quad T := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}, \\ B &= B_n := \{z = (z_1, \dots, z_n) \in \mathbb{C}^n : \sum_{j=1}^n |z_j|^2 < 1\}, \\ S &= S^{2n-1} = \partial B := \{z = (z_1, \dots, z_n) \in \mathbb{C}^n : \sum_{j=1}^n |z_j|^2 = 1\}, \end{aligned}$$

$$U^n := \overbrace{U \times \cdots \times U}^{n \text{ 個}}, \quad T^n := \overbrace{T \times \cdots \times T}^{n \text{ 個}}.$$

$z = (z_1, \dots, z_n)$ ,  $w = (w_1, \dots, w_n)$  に対して, 内積を定める:

$$\langle z, w \rangle = \sum_{j=1}^n z_j \bar{w}_j.$$



1. 定理 (Cauchy の積分表示式)  $f(z)$  が  $\bar{U}$  で連続,  $U$  が正則ならば  $z \in U$  に対して, 次の式が成立する.

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_T \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta.$$

ここでは, この式の超球への拡張がどのように考えられ, 予想され, 導かれたかをテキストの単行本を参考に, 素朴に計算してみたことも含めて述べる.

2. 定義  $\mathbb{C}^n$  の開集合  $\Omega$  上の複素数値関数  $f(z_1, \dots, z_n)$  が  $\Omega$  上で正則であるとは,  $f$  が  $\Omega$  上で  $C^\infty$  級であり,  $\Omega$  の任意の点  $a = (a_1, \dots, a_n)$  に対して, 関数

$$g(z_j) = f(a_1, \dots, a_{j-1}, z_j, a_{j+1}, \dots, a_n), \quad j = 1, \dots, n$$

が  $z_j = a_j$  で,  $z_j$  について正則であるときをいう.

Cauchy の積分表示式は, 多重円板  $T^n$  の上へは簡単に拡張される.

$T_j = \{\zeta_j \in \mathbb{C} : |\zeta_j| = 1\}$  とおく.

3. 定理  $\bar{U}^n$  で連続,  $U^n$  で正則な関数  $f(z)$  に対して,

$$f(z) = \left(\frac{1}{2\pi i}\right)^n \int_{T_1} \cdots \int_{T_n} f(\zeta) \prod_{j=1}^n \frac{1}{\zeta_j - z_j} d\zeta_1 \cdots d\zeta_n, \quad z \in U.$$

この定理を用いると,  $B$  で正則な関数はそこで整級数に展開される:  $n = 2$  でかくと,

$$\begin{aligned} f(z_1, z_2) &= a_{00} + a_{10}z_1 + a_{20}z_1^2 + a_{11}z_1z_2 + a_{02}z_2^2 + \cdots \\ &= f(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial z_1}(0, 0)z_1 + \frac{\partial f}{\partial z_2}(0, 0)z_2 + \cdots. \end{aligned}$$

したがって,  $\bar{B}$  で連続,  $B$  で正則な関数  $f(z)$  ( $f \in A(B)$  とかく) は,  $z_1, \dots, z_n$  の多項式で一様近似される.

$\mathbb{C}^n$  の超球の場合には, 多重円板のときのように簡単には得られないので, 円板の場合の Cauchy 積分の表示式を観察しなおしてみる.

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|\zeta|=1} \frac{f(\zeta)}{1-\zeta z} \bar{\zeta} d\zeta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f(e^{i\theta})}{1-e^{-i\theta}z} d\theta \quad (*)$$

この式が正しいかどうかは知らないものとして、正しいかを見るには  $f(z)$  が  $z$  の多項式のときを調べてみるのが自然である。それには積分の式なので、 $z^m$  のときを調べればよい：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{im\theta}}{1-e^{-i\theta}z} d\theta &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{im\theta} (1 + e^{-i\theta}z + e^{-2i\theta}z^2 + \cdots) d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{im\theta} d\theta + \cdots + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} z^m d\theta + \cdots = z^m. \end{aligned}$$

したがって、(\*) はきっと正しいと考えられる ( $f$  が  $\bar{U}$  で正則ならば正しい)。ここでのポイントは、関数族  $\{z^m\} = \{e^{im\theta}\}$  が  $L^2(\frac{1}{2\pi}d\theta)$  で正規直交系であるということである。すなわち、

$$\int_0^{2\pi} e^{im\theta} e^{-in\theta} d\theta = \begin{cases} 1 & (m=n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases}$$

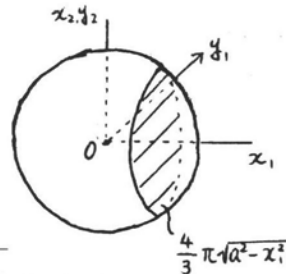
以上をもとに、 $\overline{B_2}$  の場合で考えてみる。テキストでは超球面上のハール測度の形が上の  $2\pi$  は  $T$  の長さなので、超球の表面(体)積  $V(S^3)$  と関連する超球の体積  $V(B_2)$  から始める。具体的には与えられていないので、まずそれを求めてみる。

$\mathbb{C}^2$  の半径  $a$  の開超球を  $B_2(a)$ 、 $\mathbb{R}^m$  の半径  $a$  の開球を  $D_m(a)$  で表すと、 $D_3(a)$  の体積は  $\frac{4}{3}\pi a^3$  なので、

$$V(B_2(a)) = 2 \int_0^{x_1} \frac{4}{3}\pi \sqrt{a^2 - x_1^2}^3 dx_1 = \frac{\pi^2}{2} a^4.$$

$D_3(a)$  の表面積を求めるときと同様に考えると、 $y_2 = \sqrt{a^2 - x_1^2 - y_1^2 - x_2^2}$  に対して、

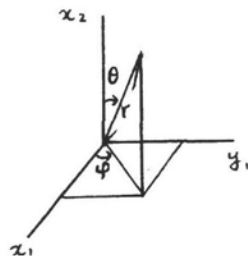
$$\begin{aligned} V(S^3) &= 2 \int \int \int_{D_3(a)} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y_2}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_2}{\partial y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_2}{\partial x_2}\right)^2} dx_1 dy_1 dx_2 \\ &= 2\pi^2 a^3 \end{aligned}$$



となる。これは、 $x_1 = r \sin \theta \cos \varphi$ ,  $y_1 = r \sin \theta \sin \varphi$ ,  $x_2 = r \cos \theta$  と変換すれば簡単に求められるが、後の計算のために極座標を用いる：

$0 \leq \theta_1 \leq \pi$ ,  $0 \leq \theta_2 \leq \pi$ ,  $0 \leq \theta_3 \leq 2\pi$ , に対して、

$$\begin{cases} x_1 = r \cos \theta_1, \\ y_1 = r \sin \theta_1 \cos \theta_2, \\ x_2 = r \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3, \\ y_2 = r \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3. \end{cases}$$



このとき、この変換の Jacobian は、 $r^3 \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2$  である。

半径  $r$  の球面積  $4\pi r^2$  を用いて、球  $D_3(a)$  の体積を求めると、

$$V = \int_0^a 4\pi r^2 dr = \left[ \frac{4}{3} \pi r^3 \right]_0^a = \frac{4}{3} \pi a^3.$$

同様に、 $B_2(r)$  の表面積  $\nu(r)$  を用いると、 $B_2(a)$  の体積は、

$$\begin{aligned} V(B_2(a)) &= \int_0^a \nu(r) dr = \int \cdots \int_{B_2(a)} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \\ &= \int_0^a dr \int_0^{2\pi} d\theta_3 \int_0^\pi d\theta_2 \int_0^\pi r^3 \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 \end{aligned}$$

であるので、

$$V(\partial B_2(a)) = \int_0^{2\pi} d\theta_3 \int_0^\pi d\theta_2 \int_0^\pi a^3 \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 = 2\pi^2 a^3.$$

4. 定義  $S^3$  上の正のボレル測度  $\sigma$  を次の式で定める。 $S^3$  のボレル集合  $E$  に対して、

$$\sigma(E) = \frac{1}{2\pi^2} \int \int \int_E \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3.$$

当然、 $\sigma(S^3) = 1$  である。この正規化された測度  $\sigma$  を用いて、関数族  $\{z_1^m z_2^n\}$  は  $L^2(d\sigma)$  において直交系であるかということである。

5. 補題 0 か自然数  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  に対して、 $(\alpha_1, \alpha_2) \neq (\beta_1, \beta_2)$  ならば、

$$\int_{S^3} z_1^{\alpha_1} z_2^{\alpha_2} \bar{z}_1^{\beta_1} \bar{z}_2^{\beta_2} d\sigma(z) = 0$$

ここで、 $z_1 = x_1 + iy_1 = r(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1 \cos \theta_2)$ 、 $z_2 = x_2 + iy_2 = r \sin \theta_1 \sin \theta_2 (\cos \theta_3 + i \sin \theta_3)$ 。

証明. 今、 $\beta_1 \neq \beta_2$  と仮定すると与式の左辺は

$$\int_0^\pi d\theta_1 \int_0^\pi d\theta_2 \int_0^{2\pi} z_1^{\alpha_1} \bar{z}_1^{\beta_1} (\sin \theta_1 \sin \theta_2)^{\alpha_2 + \beta_2} e^{i(\alpha_2 - \beta_2)\theta_3} \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_3 = 0.$$

さて、 $\int_{S^3} |z_1^2|^m |z_2^2|^n d\sigma(z)$  の値をそれぞれ素朴に、計算してみると、

$$\begin{aligned} \int_S |z_2^2| d\sigma(z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi (\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2) \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}, \\ \int_S |z_2^2|^2 d\sigma(z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_{S^3} (\sin^4 \theta_1 \sin^4 \theta_2) \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 = \frac{1}{3}, \end{aligned}$$



$$\dots, \quad \int_S |z_2^2|^n d\sigma(z) = \frac{1}{n+1} = \frac{n!}{(n+1)!} \text{ となる.}$$

$$\begin{aligned} \int_S |z_1^2||z_2^2| d\sigma(z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_S (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2) (\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2) \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 \\ &= \frac{2\pi}{2\pi^2} \int_0^\pi \sin^4 \theta_1 \cos^2 \theta_1 d\theta_1 \int_0^\pi \sin^3 \theta_2 d\theta_2 \\ &\quad + \frac{2\pi}{2\pi^2} \int_0^\pi \sin^6 \theta_1 d\theta_1 \int_0^\pi \sin^3 \theta_2 \cos^2 \theta_2 d\theta_2 \\ &= \frac{1}{\pi} \left( \frac{4-1}{4+2} \cdot \frac{2-1}{2+2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{3-1}{3+2} \cdot \frac{2}{3} \right) \\ &= \frac{1}{\pi} \left( \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} \right) = \frac{1}{6}, \\ \int_S |z_1^2||z_2^2|^2 d\sigma(z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_S (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2) (\sin^4 \theta_1 \sin^4 \theta_2) \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 = \frac{1}{12}, \\ \int_S |z_1^2||z_2^2|^3 d\sigma(z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_S (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2) (\sin^6 \theta_1 \sin^6 \theta_2) \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 = \frac{1}{20}, \\ \int_S |z_1^2||z_2^2|^4 d\sigma(z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_S (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2) (\sin^8 \theta_1 \sin^8 \theta_2) \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 = \frac{1}{30}, \\ &\dots, \end{aligned}$$

$$\text{よつて } \int_S |z_1^2||z_2^2|^n d\sigma(z) = \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n!}{(n+2)!} \text{ と予想される.}$$

$$\begin{aligned} \int_S |z_1^2|^2 |z_2^2|^2 d\sigma(z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_S (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2)^2 (\sin^4 \theta_1 \sin^4 \theta_2) \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 \\ &= \frac{2\pi}{2\pi^2} \left( \int_0^\pi \sin^6 \theta_1 \cos^4 \theta_1 d\theta_1 \int_0^\pi \sin^5 \theta_2 d\theta_2 \right. \\ &\quad + 2 \int_0^\pi \sin^8 \theta_1 d\theta_1 \cos^2 \theta_1 \int_0^\pi \sin^5 \theta_2 \cos^2 \theta_2 d\theta_2 \\ &\quad \left. + \int_0^\pi \sin^{10} \theta_1 d\theta_1 \int_0^\pi \sin^5 \theta_2 \cos^4 \theta_2 d\theta_2 \right) \\ &= \frac{1}{\pi} \left( \frac{4-1}{4+2} \cdot \frac{2-1}{2+2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{3-1}{3+2} \cdot \frac{2}{3} \right) \\ &= \frac{1}{\pi} \left( \frac{6-1}{6+4} \cdot \frac{4-1}{4+4} \cdot \frac{4-1}{4+2} \cdot \frac{2-1}{2+2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \right. \\ &\quad + 2 \cdot \frac{8-1}{8+2} \cdot \frac{6-1}{6+2} \cdot \frac{4-1}{4+2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{5-1}{5+4} \cdot \frac{3-1}{3+2} \cdot \frac{2}{3} \\ &\quad \left. + 2 \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{5-1}{5+4} \cdot \frac{4-1}{4+3} \cdot \frac{3-1}{3+2} \cdot \frac{2}{3} \right) \\ &= \frac{1}{80} + \frac{1}{120} + \frac{1}{80} = \frac{3+2+3}{240} = \frac{8}{240} = \frac{1}{30}, \\ \int_S |z_1^2|^2 |z_2^2|^3 d\sigma(z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_S (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2)^2 (\sin^6 \theta_1 \sin^6 \theta_2) \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 \\ &= \frac{1}{60}, \\ \int_S |z_1^2|^2 |z_2^2|^4 d\sigma(z) &= \frac{1}{105}, \end{aligned}$$

$$\int_S |z_1^2|^2 |z_2^2|^5 d\sigma(z) = \frac{1}{16 \times 7} \cdot \frac{2}{3},$$

積分を次の式において、ここまですをまとめてみる： $I_{mm} = \int_S |z_1^2|^m |z_2^2|^n d\sigma(z)$ .

$$\begin{aligned} I_{21} &= \frac{1}{12} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1}{3!2} \\ I_{22} &= \frac{1}{30} = \frac{1}{5 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{4}{5!} \\ I_{23} &= \frac{1}{60} = \frac{1}{5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} \\ I_{24} &= \frac{1}{105} = \frac{1}{7 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{2}{7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 4!}{7!} \\ I_{25} &= \frac{1}{16 \times 7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{2!5!}{8!} \end{aligned}$$

よって、予想は次のようになる.

$$I_{2n} = \frac{2!n!}{(2+n+1)!}$$

$$\begin{aligned} \int_S |z_1^2|^3 |z_2^2|^3 d\sigma(z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_S (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2)^3 (\sin^6 \theta_1 \sin^6 \theta_2) \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 \\ &= \frac{1}{140} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{11} &= \frac{1}{6} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{3!} \\ I_{22} &= \frac{1}{30} = \frac{1}{6 \times 5} = \frac{1}{6 \times 3 \times 2} = \frac{4}{5!} \\ I_{33} &= \frac{1}{140} = \frac{1}{6 \times 5 \times 4} = \frac{1}{7!} = \frac{3!3!}{7!} \end{aligned}$$

以上の計算から

$$I_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{S^3} |z_1^2|^m |z_2^2|^n d\sigma(z) = \frac{m!n!}{(m+n+1)!} \quad (**)$$

と予想される。これが正しいとして進めてみる。

円板  $\bar{U}$  の場合、Cauchy の積分表示式の (\*) の分母にある項  $\bar{\zeta}z$  は内積  $\langle z, \zeta \rangle$  であるので、まず分母を  $1 - (z_1 \bar{\zeta}_1 + z_2 \bar{\zeta}_2)$  とした式を調べてみる。

$$\begin{aligned} \int_{S^3} \frac{\zeta_1}{1 - \langle z, \zeta \rangle} d\sigma(\zeta) &= \int_{S^3} \zeta_1 \{1 + (z_1 \zeta_1 + z_2 \zeta_2) + \cdots\} d\sigma(\zeta) \\ &= 0 + \int_{S^3} |\zeta_1|^2 z_1 d\sigma(\zeta) + \cdots = \frac{1}{2} z_1, \\ \int_{S^3} \frac{\zeta_2}{1 - \langle z, \zeta \rangle} d\sigma(\zeta) &= \frac{1}{2} z_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{S^3} \frac{\zeta_1^2}{1 - \langle z, \zeta \rangle} d\sigma(\zeta) &= 0 + \cdots + \int_{S^3} |\zeta_1|^2 z_1^2 d\sigma(\zeta) + \cdots \\
&= \frac{2!}{(1+2)!} z_1^2 = \frac{z_1^2}{3}, \\
\int_{S^3} \frac{\zeta_1 \zeta_2}{1 - \langle z, \zeta \rangle} d\sigma(\zeta) &= \int_{S^3} \zeta_1 \zeta_2 \{1 + (z_1 \zeta_1 + z_2 \zeta_2) + (z_1 \zeta_1 + z_2 \zeta_2)^2 + \cdots\} d\sigma(\zeta) \\
&= 0 + \cdots + \int_{S^3} 2z_1 z_2 |\zeta_1 \zeta_2|^2 d\sigma(\zeta) + 0 + \cdots \\
&= \frac{2}{6} z_1 z_2 = \frac{1}{3} z_1 z_2.
\end{aligned}$$

これはうまくいかないが、多項式の係数に特徴がある。

$$\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots$$

であるので、分母を  $(1 - \langle z, \zeta \rangle)^2$  として計算してみると、

$$\begin{aligned}
\int_{S^3} \frac{\zeta_1^m \zeta_2^n}{\{1 - (z_1 \zeta_1 + z_2 \zeta_2)\}^2} d\sigma(\zeta) &= \int_{S^3} \zeta_1^m \zeta_2^n \{1 + 2(z_1 \zeta_1 + z_2 \zeta_2) + 3(z_1 \zeta_1 + z_2 \zeta_2)^2 + \cdots\} d\sigma(\zeta) \\
&= \int_{S^3} \zeta_1^m \zeta_2^n d\sigma(\zeta) + \cdots \\
&\quad + (m+n+1)_{m+n} C_m z_1^m z_2^n \int_{S^3} \zeta_1^m \zeta_2^n \bar{\zeta}_1^m \bar{\zeta}_2^n d\sigma(\zeta) + \cdots \\
&= (m+n+1) \frac{(m+n)!}{m!n!} \frac{m!n!}{(m+n+1)!} z_1^m z_2^n = z_1^m z_2^n
\end{aligned}$$

うまくいった。ゆえに、 $p(z_1, z_2)$  が  $z_1, z_2$  の多項式ならば、

$$\int_{S^3} \frac{p(\zeta_1, \zeta_2)}{(1 - \langle z, \zeta \rangle)^2} d\sigma(\zeta) = p(z_1, z_2),$$

となり、多項式の一様収束の極限として次の定理が得られる。

**6. 定理**  $f(z)$  は  $\bar{B}_2$  で連続、 $B_2$  で正則ならば、

$$f(z) = \int_{S^3} \frac{f(\zeta)}{(1 - \langle z, \zeta \rangle)^2} d\sigma(\zeta), \quad z \in B_2$$

定理を  $B_n$  にしても成立する。

$I_{mm}$  の  $(**)$  の式は予想なので、これを示す必要がある。テキストでは、いくつかの補題をもとに  $(**)$  を鮮やかに証明している。

## 1 はじめに

この2年間、日比孝之・著 Algebraic Combinatorics on Convex Polytopes を読み進めることで、凸多面体における組み合わせ論について考察してきた。本論では凸多面体の一般化である半順序集合が、コーエン-マコーレー半順序集合になるかどうかの条件について考察し、その中の一つである日比-渡辺の定理について詳しい解説を与えている。

## 2 修士論文の構成

### 1 コーエン-マコーレー半順序集合

#### 1.1 Poset と Lattice

#### 1.2 コーエン-マコーレー半順序集合

### 2 Straightening laws 代数

#### 2.1 Straightening Laws 代数の定義と例

#### 2.2 ASL についての基本定理

#### 2.3 Integral poset と分配的な lattice

## 3 コーエン-マコーレー環とは

$A = \bigoplus_{n \geq 0} A_n$  をクルル次元  $d$  の  $k$  上の有限生成次数つき代数とし、有限個の斉次元  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_d$  が

(i)  $k$  上代数的独立

(ii) 有限個の斉次元  $\eta_1, \dots, \eta_s$  が存在し、 $A$  の任意の元  $y$  が

$$y = \sum_{i=1}^s p_i(\theta_1, \dots, \theta_d) \eta_i$$

の形で一意的に表される

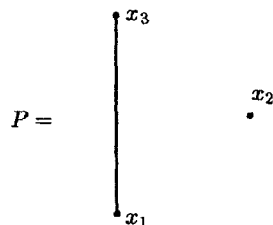
ときに、 $A$  をコーエン-マコーレー環という。なお、 $p_i(\theta_1, \dots, \theta_d)$  は  $k$  の元を係数とする  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_d$  の多項式である。

## 4 コーエン-マコーレー半順序集合とは

半順序集合から導き出される多項式環が3の条件を満たしていれば、コーエン-マコーレー半順序集合と呼ぶ。

## 5 一つの判定法

ある半順序集合から、順序複体と呼ばれるものが導き出され、その順序複体の face 環のヒルベルト級数なるものを計算すると、判定できる。



上の半順序集合  $P$  の場合、face 環は

$$k[\Delta(P)] = k[x_1, x_2, x_3] / \langle x_1 x_2, x_2 x_3 \rangle$$

であり、この face 環のヒルベルト級数は、

$$F(k[\Delta(P)], \lambda) = \frac{1 + \lambda - \lambda^2}{(1 - \lambda)^2}$$

となり、分子の係数に負であるものが存在するので、 $P$  はコーエン-マコーレー半順序集合ではないことがわかる。

## 6 なお、日比-渡辺の定理とは

$P$  を  $\text{rank}(P) = 2$  の半順序集合とし、ある体上で整であるとする。このとき、 $P$  は任意の体上でコーエン-マコーレー半順序集合となる。

## 7 おわりに

日比-渡辺の定理の rank が3の場合の考察ができればと思っていたが、その時間は残念ながら残らなかった。また、半順序集合の考察についてもまだまだ不十分であり、今後機会が与えられれば引き続き考えていきたいと思う。3年以上にもわたり、何かとお世話になった川崎先生をはじめ、ご指導いただいた先生方に感謝致します。

平成 14 年度

卒業論文

「算数・数学における暗記の研究」

理数生活科学コース 数学専攻  
重松研究室 井上 浩一

<はじめに>

私の学生生活において算数・数学という科目は暗記科目ではないかという疑問があります。その疑問を考えるようになったのは、塾の同僚の理科の先生のある一言です。それまで、算数・数学という科目を好んで勉強してきた私にとってこの言葉は意外でした。算数・数学という科目がまったく「暗記」という科目とは無縁の科目であると考えていたからです。確かに、問題を解くためには実際公式を暗記しないとイケないかもしれません。ただ、暗記科目という言葉で済ませてよいのかという事を考えると悩みます。実際、同じ課程の大学の友人に話すと非難を浴びました。しかし、このテーマを文系科目を好んで学んできた人たちに問いかけるとどう回答が返ってくるのかわかりません。また、私たちが暗記科目であると考えている「社会」という科目について同じ質問を社会を専攻している生徒にすると違う（暗記ではない）という回答が返ってくるかもしれません。と、考えると暗記科目という言葉はないのでしょうか。

今回の指導要領の改訂では、上級の学年や学校の段階で学ぶ内容を削減したため、カリキュラムは「スパイラル」の構造が崩れ、すべての内容を一度だけ学ぶ「積み上げ型」の構造に変化しました。そして、やさしくなった内容を暗記で習得する学びへと退化したというように叫ばれています。そこで私は、この研究によって「算数・数学」に対する「暗記」が及ぼす現状と課題について調べ、個々の知識の関連や構造において「暗記」がどう関わっているのかを考えていこうと思います。

<卒業論文の構成>

はじめに

- 第 1 章 算数・数学における「暗記」に関する現状と課題
- 第 2 章 算数・数学における「関係的理解」と「道具的理解」
- 第 3 章 算数・数学における「理解」においての実践授業
- 第 4 章 算数・数学を学ぶ生徒の「理解」についての事例
- 第 5 章 私が考える算数・数学の暗記に対する見解

おわりに

<研究概要>

- 第 1 章：算数・数学において「暗記」が影響して入試や学力問題等のような問題が生じているかを捉える。
- 第 2 章：算数・数学において「関係的理解」と「道具的理解」の 2 つの理解を述べる。
- 第 3 章：「楽しい算数の授業」「新しい算数の研究」等の雑誌を通じて、「関係的理解」をする授業の実践を述べる。
- 第 4 章：算数・数学における児童の「理解」を実践を通して調べる。
- 第 5 章：研究を通しての私の算数・数学における暗記に対する見解を述べる。

<おわりに>

この研究を通して、算数・数学は「暗記」かどうかという課題に対して答えを出す事が私の本来の目的であった。しかし、この事はあまりにも難題な課題であり、私の力量不足によりこのような卒業論文になってしまった。しかし、これからの実践指導によって「暗記」の必要性和算数・数学の学びの関連性を深めていきたいと思う。また、「算数・数学の楽しさ」という観点から、私の算数・数学教育に対する見解を考えていこうと思う。

<はじめに>

私が最初に「宿題」に興味を持ったのは、大学に入学し、アルバイトとして塾講師を始めてからである。私は塾の生徒たちに宿題を出したことがほとんどない。授業をしっかり聞いていれば学力はつくので、「宿題」は必要ないと思っていた。だから、私にはずっと「宿題」は子どもたちに必要なものなのか、という疑問があった。このような疑問があったのは、私自身の学校生活を振り返ってみると、算数の「宿題」といえば、計算ドリルやプリントばかりで特に面白いものでもなく、ただ「宿題」はやっていかなければいけないという意識のもとに何となくやっていた。だから、私は「宿題」というものにあまり良いイメージを持っていなかった。しかし、週休2日制や新課程の導入により大幅な学習内容の削減から学力の低下につながってしまうのではないかと考えた。自分がこれからもし教師になったとき、どうすればこの学力低下を防ぐことができるのか。かなりの内容が削減されたと言っても授業中にすべてを補うのは不可能に近い。私はそこで前から疑問に思っていた「宿題」に着目した。

私はその低下を防ぐためには家庭学習による自己学習力の定着が必要となるのではないかと思った。そこで、学校で出される宿題が一番家庭学習での自学力を養う題材として適していると考え、今回のテーマ設定に至った。

<論文構成>

はじめに

第1章 宿題とは

第1節 宿題の定義

第2節 「学びのすすめ」と宿題

第3節 現在の宿題の状況

第2章 自学力のある子ども

第1節 自学力とは何か

第2節 自学力と宿題

第3章 家庭学習と宿題

第1節 宿題をする環境

第2節 家庭学習におけるいろいろな教材

第3節 宿題の改善点

第3章 これからの宿題

～「宿題」から「自題」へ～

第1節 これからの宿題の課題

第2節 これからの宿題の具体例

おわりに

<おわりに>

「宿題」というと、子どもたちに嫌なイメージを持たれている。その「宿題」をすることで「自己学習能力を身に付ける」と言うテーマをもとにこの研究を進めてきた。

「子どもたちが家に帰ると飛びついてやりたいと思う宿題」にどうすれば変えることができるのか。

「自学力を身につけさせる宿題」に変えていきたいという試みは容易なものではなかった。しかし、いろいろな文献や、1ヶ月間の教育実習での経験をもとにこの研究を進めていくうちに、さまざまな「行為」を通して自学力を身につけさせる「宿題」の存在価値、可能性を考えることができた。

「中学校数学科における評価について」

理・生コース 数学科  
重松研究室 濱田 淳司

<はじめに>

私は小学校の時は学期毎の通信簿で学習の評価を見ていた。それは各教科において観点別の内容が列挙されておりその観点ごとに◎、○、△の3つで評価されていました。それがどのようにつけられていたのかわかっていなかったが、◎が多かったらうれしくて、親からは△をなくすように言われていた。その時は別段、何の疑問も持っていなかった。そして中学では、中間、期末毎のペーパーテストがあり、通知表には大体、平常点10点満点とペーパーテスト90点満点の合計がただ100点満点の数字で書かれていただけだった。副教科に関しては、はかに作品や実技テストも教師の主観で評価された点もいれて100点満点でかかれていた。そしてその下に各教科毎の平均点がかかれていた。私は、その点の高さや平均点との比較に一喜一憂していた。しかし、今思えば、どこに興味や関心が評価されていたのだろう、私はどんな力が身につけていたのだろう。こんなひょんな疑問から評価にたいして興味を抱くようになった。

<卒業論文構成>

はじめに

第1章 現在の評価の問題点

第1節 現在の評価とは

第2節 各学校における評価の工夫改善について

第3節 現在の評価になった経緯

第4節 現在の評価の問題点

第2章 評価をするとは

第1節 評価の意義

第2節 目標標準評価とは

第3節 評価の方法

第4節 評価の流れ

第3章 中学校数学科の目標と評価の観点

第1節 中学校数学科の目標

第2節 数学科の評価の4つの観点について

第4章 観点別学習状況の評価と評定の方法

第1節 4観点を分けて評価する事について

第2節 「数学への関心・意欲・態度」について  
「数学的な見方や考え方」について

第3節 「数学的な表現・処理」と「数量・図形などについての知識・理解」について

第4節 単元の観点別学習状況の評価の総括

第5節 学年末の総括での評価

第5章 具体案「数学への関心・意欲・態度」を評価する授業

終わりに 参考文献

<終わりに>

私は「評価」といものも舐めていた。こんなに大変なこととは思っていなかった。「卒論が完成した」ということに私自身、妥協の末こぎつけた結果でしかなかった。それくらい、この卒論の出来に不満だらけなのである。評価というのがこんなに理想（評価の理想）と現実（教師が実際にできる範囲）に差があるものかと考えさせられた。評価の理想と書いたがそんなものはないと思う。いろんな矛盾の上に成り立っているのが評価だといえるということが、この卒論研究では良くわかった。今から書くことは冗談だが、私が「評価」というテーマの卒論研究での結論は、『大学生が挑むべき内容ではない。』ということである。今もなお多くの著名人、教授、現役教師が議論に花を咲かせていて、1つの結論にさえ達していないものを、たかが、大学生がしょうなんて、甘すぎる。本音混じりの冗談である。

平成 14 年度 卒業論文

# 「小学校算数かけ算 九九の研究」

理数生活科学コース 数学専攻

重松研究室 和田 栄里

<はじめに>

## 目的

小学校 2 年生に習うかけ算九九というのは、私達が生活している中で身近なもので、小学校算数の授業において、重要な位置を占めている。かけ算の九九の基礎がないと以後算数では、大変苦労する。しかし、2 年生の間に、全員がおぼえきことは難しい。実際、家庭教師をしている小学校 3 年生もかけ算はいえるものの、間違っておぼえてしまって、わり算や 2 桁のかけ算などで、大変苦労している。かけ算の授業は重要だが、簡単な内容な上、なんとなくやりすごしてしまいがちなのだ。またかけ算九九は日本独特のやり方でおこなわれており、世界との比較もおもしろい。

そこで、かけ算を深く研究し、よりよい指導法（カリキュラム）を考えていきたい。

## 方法

参考文献などからかけ算の情報を集め、まとめた上で、いろんな先生の指導方法やアンケート、先生教師へのインタビュー、授業観察を参考にし、具体案を書いていく。教師が子どもにもとめている力によって指導法を変えていくことについてまとめる。

## <卒業論文構成>

序章 はじめに

第 1 章 かけ算九九とは

§ 1 九九の歴史・成り立ち

§ 2 諸外国のかけ算

§ 3 現在の算数九九の指導

第 2 章 九九指導のいくつかの工夫

§ 1 九九指導における 4 つの定石

§ 2 練習方法

§ 3 かけ算の工夫された教材

第 3 章 九九の学習の順序について

§ 1 九九についての意識調査九九の学習の順序について

§ 2 教科書比較

§ 3 小学校の先生達の実践例

第 4 章 かけ算九九の指導の提案

§ 1 かけ算九九の指導提案

§ 2 教科書の指導案と指導提案との比較

終章 おわりに

<おわりに>

私の中でこの方が良いのではないかという九九の具体案は今回の卒論の第 4 章で提案した。特徴としては、①1 分間テスト（20 問ばらばら九九）を毎回授業の最初に行う②ゲームの時間を多くとる③復習の時間を多くとる④4 つの定石に沿った授業展開⑤難しい段からの授業展開の 5 つであった。

この授業提案をする上でいろんな先生や小学校 2 年生の子に協力してもらい、裏づけを行った。この卒論で書いた内容はあくまで提案であり、実践できていない。これからも、実践し、よりよい指導案を考えていきたい。



中学校数学における数学史を用いた教材研究  
 学校教育教員養成課程 理数・生活科学コース  
 数学教育専修 日野研究室 鳥島 裕之

<はじめに>

江戸時代に発達した和算の学習では、ある一つのことを学ぶのに、関連した多くの問題を解くことによって、自然的に解法原理になっている数理を類推会得する方法であった。しかし、幕末から明治時代にかけて西洋数学が学ばれ、計算技術を中心とした西洋数学が適用され始めた。今日の数学教育の問題点がここにあるといっても過言ではない。計算技術を中心とした数学教育は確かに日本の学生の計算力を支えてきたといえる。しかし、その反面、技術訓練的な指導は数学嫌いを作る一因にもなっている。また、輪をかけて悪いことに教科書も計算練習に重きを置いたものもある。

例えば、虚数の導入のところで $x^2 = -1$ は実数の範囲で

解くことができない。そこで、 $i^2 = -1$ を導入するといった説明ですぐに $i$ を含む式の計算練習になってしまう。 $i$ がどのような数学上の必要から発見され、数学の発展の上でどのような役割を果たしてきたかを理論からすべて理解できなくても、ある程度は触れることができるであろう。何も計算関係のものをすべて省いてしまえといっているのではない。残念ながら、平成15年度からスタートする高校の新学習指導要領では $i$ を含む式の計算は省かれることになっている。

こうした技能訓練主義に立った数学教育は子ども達に数学という学問が独立したものであるという誤解を招きかねない。実際はあらゆる社会や数理の事情と結びついている。また、私自身、数学を学ぶ上で一番大事にしてほしいのは数学的な見方、考え方を学ぶことであると考えている。本研究では数学史上に目を向け、数学史を用いた授業案を提案する。

<卒業論文の章構成>

はじめに

第1章 数学史を利用することの意義

第2章 数学史を用いた授業の枠組み

第3章 数学史を用いた授業の実践案

第4章 実践のまとめ

第5章 数学史を用いた授業への提案

おわりに

<内容>

第1章 数学史を利用することの意義

第4節 数学史を用いた授業の目的

数学史を用いた授業の目的を3点について述べる。

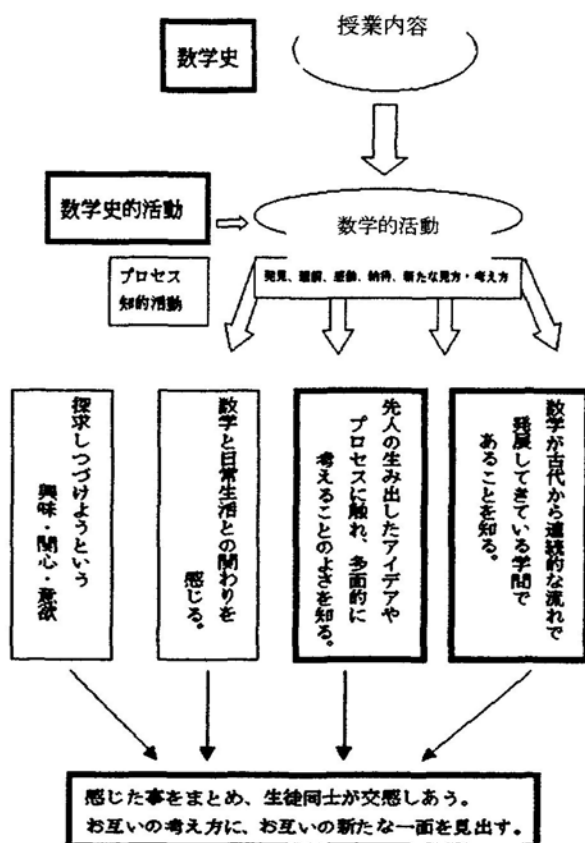
- ① 先人の生み出したアイデアやプロセスを追体験することにより、多面的に物事を考えることの良さに触れる。
- ② 数学が古代から連続的な流れで発展してきている

学問であることを知る。

- ③ 追体験をする中で、先人の苦労に関心を持つとともに自分なりに感じたことを仲間と共有することができる。

## 第2章 数学史を用いた授業の枠組み

### 第3節 数学史的活動が目指すもの



## 第5章 数学史を用いた授業への提案

### 第1節 数学史的活動の提案

以下の4点についてここまでの内容を踏まえて提案したいと思う。

- ① 内面的活動が活発になるような内容の授業を組み立てる。
- ② 生徒の内面を発信する場の設定
- ③ 通常授業の枠組みの重視
- ④ 社会の歴史の授業からの脱皮

### 第2節 数学史を学ぶ必要性

- ① 数学史は数学の構造を示してくれる。
- ② 数学史は数学の内容の本質に迫れる。
- ③ 数学史は新たな教材開発を促してくれる。

<おわりに>

卒業論文を書くにあたり、日野先生をはじめ、数学教育の各教官には大変お世話になりました。また、同じ研究室の阿部君、藤本君、中谷さん、木下さん、山本さん、さらには附属中学校数学科の教官にも感謝しております。この場を借りてお礼申し上げます。

平成14年度 卒業論文

「中学校数学における発問の研究」

日野研究室 学籍番号 995744-1

山本真理子

<はじめに>

私は三回生の時に、附属小学校に4週間の教育実習に行った。小学一年生のクラスを受け持ったのだが、私は小学一年生を軽視していた。算数の授業は、私たちから見たらとても簡単な内容である。しかし、私は自分が初めて行った授業を通して、内容が簡単であるがゆえの“難しさ”を知った。内容が簡単であるからといって教えることが簡単というわけではない。1時間で教える内容は少ないが、そこには大事な要素をたくさん含んでいる。内容が少ないからこそ、それを一年生の視点に合わせ、どのように授業を膨らませていくかが難しいと感じた。また、一年生には私たちが普段使っている言葉を、授業中もそのまま用いたのでは通用しない。言葉を細かく噛み砕いて子供たちに問い掛ける。それでもその言葉が、子供たち自身の心に響かなければ、反応は顕著に現れる。集中力がなくなり、好き勝手なことをし始める。

私はこのような経験を通して、“発問”に興味をもった。教師の問いかけは、授業において大きな意味を持っていると思う。同じ教科書、同じ指導案、同じ児童・生徒を相手に授業を行ったとし、もし、発問の仕方が微妙に違ったとした

ら・・・児童・生徒が示す反応はきっと変わってくると私は思う。

授業の主人公は、児童・生徒たちである。主人公をいかに輝かせることができるか、教師は重要な役目を担っている。発問は子どもにどんな思考を促すか、どんな発問をすることで授業がより活性化するか、などの観点から研究を進めていきたい。

<卒業論文構成>

序章	はじめに
第1章	発問とは
第1節	発問の概念
第2節	発問の役割とそのはたらき
第3節	児童・生徒の思考プロセス
第2章	数学科における発問について
第1節	先行研究
第2節	数学科における発問の特徴
第3章	数学科における発問の分析
第1節	分析の目的
第2節	分析の対象
第3節	分析の方法
第4節	分析カテゴリー
第5節	授業の分析
第4章	数学の授業を活性化させる発問
第1節	指導案
第2節	発問のあり方
第3節	有効な発問を支えるもの
終章	おわりに

<終わりに>

温かくご指導していただきました日野先生を始め数学研究室の諸先生方、そして研究室の方に心から感謝しています。本当にどうもありがとうございました。

数学教育における葛藤の持つ意味  
～文字の式に着目して～

日野研究室 藤本 孝平

《はじめに》

数学の授業の中で今まで何度も「なぜそうなるのだろう?」「どうしてだろう?」という「葛藤」を感じるがあった。だがそれは問題解決につまずき諦めてしまうようなマイナスなことではなく、むしろその気持ちを解消したいという意欲を掻き立てられ、より数学の授業に集中し、それについての理解を深めようと努力するきっかけになっていたと感じている。またその「葛藤」が解消された時の達成感が気持ちよく、数学を楽しんでいることに繋がっていた。だから、今まで自分が数学を勉強する中で感じてきた「葛藤」というものがいったい数学教育ではどのようなものと考えられているのかを調べたいと思ったのがこの研究を始めたきっかけである。そして、実際の教育の場では教科書を基にした授業が展開されているところが多いと思われるが、では一体教科書ではこの「葛藤」を起こさせる事をどのように工夫しているのかを例題や練習問題等を検討していくなかで考えていきたいと思った。特に中学年の内容に興味があり、1年生の時の「文字」を習ったあたりが小学校までの数での計算から「文字」を扱った計算への拡張ということもありどのような影響をあたえているのかについて調べていくことにした。

＜卒業論文構成＞

序章 はじめに

第1章 コンフリクト(葛藤)について

§ 1 コンフリクトとその意義・種類

§ 2 コンフリクトの活用法

第2章 「文字の式」について

第3章 誤答についての分析～文字を含んだ四則計算～

§ 1 問題のタイプ別分析の目的・対象・方法

§ 2 問題のタイプ分けとその理由

§ 3 誤答を問題のタイプ別に見た結果

§ 4 誤答を調べての考察

第4章 各誤答の教科書での取り扱いについて

§ 1 教科書を調べる目的・対象・方法

§ 2 誤答のタイプ別に見た取り扱いについての結果

§ 3 結果から見る各教科書の傾向についての考察

第5章 それぞれのコンフリクトを生起、または解消させるような指導方針

終章 終わりに

《終わりに》

本研究は、奈良県算数数学教育研究会の出している会誌をもとに生徒が多く誤答を起こしている問題に着目し、教科書での扱い方を調査、対策として不足していると思われる箇所を対象に補助問題を提案するというものです。しかし、残念な事に実際の教育現場で実践をする事はしていません。今後実践できる機会があれば是非したいと考えています。また、そこから得られる新しい発見をもとに今後もこの研究を深めていきたいと考えています。そして、提案した問題を通して、「葛藤」を解消していく事に面白みを感じて数学に興味を持ってくれる生徒が一人でも増えるきっかけになればと思っています。

「算数・数学教育における学力問題と  
新しい学力観」

日野研究室 阿部 好貴

《はじめに》

新学習指導要領による「ゆとり教育」の中で教科書の内容は3割も削減されてしまい、さらに完全週5日制に伴い授業時数が減少していることを理由に、テレビなどによく「学力低下」という問題が取り上げられている。本当にこのようなことで子どもたちの学力は大丈夫なのか、という声があがってきているが、算数・数学教育において学力低下ということは起こるのであろうか、という疑問を考えていくと、そもそも「学力とは何なのか？」という疑問に到達した。私にとって「学力」という言葉は今まであたりまえのように使っていたが、それがどのようなものなのか、そして、私の中で子どもに対してどのような学力を身につけさせたいのか、ということを考えてみるとあまりに漠然としていることに気付いた。そして今後、算数・数学教育を研究していく中で、「現在求められる学力」というものを子どもに身につけさせるためには、どのような実践・研究が必要とされるのか、その実践・研究を担うのが学力観であると考え、この卒業論文のテーマに至った。

《卒業論文構成》

序章 はじめに

第1章 学力問題について

第1節 学力低下問題の流れ

第2節 学力低下問題の構図

第2章 過去の学力観

第1節 数学教育の歴史

第2節 過去の学力観

第3章 自分の考える現在求められる算数・数学の学力観

第1節 現在の算数・数学教育の問題点

第2節 現在求められる算数・数学教育の学力観

第4章 アンケートによる教師の学力観調査

第1節 アンケートの目的・方法

第2節 アンケートの結果

第3節 アンケート調査の結果からの考察

第4節 アンケートによる学力観の見直し

第5章 現在求められる学力に対応しうる方法論

第1節 構成主義的授業

第2節 社会・文化と結びついた算数・数学

終章 おわりに

《おわりに》

学力観とは教育に携わるものにとっての基礎であると思う。「自分はこれを教えるんだ」というものを持つということはなかなか難しいことではあるが、とても重要である。また、その学力観を授業に反映させることはさらに難しい。

今後、算数・数学教育を考える中で学力観はさらに変わっていくであろう。それは時代の流れによるところが大きい。したがって「今、生徒に必要な学力とは」ということを常に考えることが重要である。また、その学力観を指導・評価に反映させることもあわせて重要である。よって、私自身も学力観を考え、あわせて指導・評価ということをこれからも考えていきたい。

平成14年度	卒業論文
『算数の学習における具体的操作の役割』	
理数・生活科学コース	数学専攻
日野研究室	木下 絵美

### 【はじめに】

3 回生で、附属小学校に教育実習に行ったとき、授業の中で具体的操作がよく用いられていることに気付いた。

私は学んだことを使って操作をさせるといいのではないかと考え、授業の最後にゲームをすることにした。しかし、そのゲームは失敗した。

私は、教育実習を通して、具体的操作の重要性を知り、また、操作をさせる難しさも体験した。だから、具体的操作をどのように授業に取り入れるのかということを研究したいと思った。また、教育実習で経験したこともあり、具体的操作を使ったゲームについても研究していきたい。そして、将来教師になったときにそれを生かせるようにしたいと思っている。

### <論文構成>

#### 序章 はじめに

#### 第1章 具体的操作について

##### 第1節 具体的操作とは

##### 第2節 具体的操作活動の意義

##### 第3節 具体的操作活動をさせるときの留意点

#### 第2章 ゲームについて

##### 第1節 ゲームとは

##### 第2節 ゲームの意義

##### 第3節 ゲームをさせるときの留意点

#### 第3章 段階別具体的操作活動の比較

##### 第1節 段階別具体的操作活動の分類

##### 第2節 段階別具体的操作活動の特徴

#### 第4章 教材研究 ～具体的操作活動を取り入れた学習指導案～

##### 第1節 低学年の学習指導案（1年生）

##### 第2節 中学年の学習指導案（3年生）

##### 第3節 高学年の学習指導案（5年生）

#### 第5章 事例集（『楽しい算数の授業』の実践例）

#### 終章 おわりに

### 【おわりに】

この研究をして、とてもためになったと思う。教育実習のときと比べて、具体的操作の取り入れ方についての考えが変わった。当時は、とりあえず楽しい授業をして、子どもたちを喜ばせたいという考えだったが、それでは駄目だと気付いた。具体的操作活動をさせる方法やさせる場面、その説明の仕方など、場合に応じて工夫して計画することが重要だとわかった。また、学年によっても具体的操作の役割は違うので、どんな学年でもいつも具体的操作活動をさせればいいというものではないとわかった。具体的操作は、算数の学習において、目標ではなく、方法にすぎないのだ。だから、指導者は、具体的操作活動の楽しさにばかり目を奪われないで、学習内容を充実させることを中心に考えなければならない。

しかし、この研究をしたからと言っても、私はまだまだ未熟で、実践した経験もほとんどない。実際に自分で授業をするときは、さらにいろいろな問題にぶつかり、苦勞することだと思う。だから、この論文を、当初の目標どおり、実践で大いに活用していき、実践しながらさらに中身の濃いものにしていきたいと思う。

平成14年度 卒業論文

「中学校における

選択教科としての『数学』の研究」

理数・生活科学コース 数学専攻

日野研究室 中谷美恵

<はじめに>

平成10年12月14日に告示された学習指導要領において、より一層拡充された選択履修の教科のひとつとして位置づけられている『数学』に焦点をあて、「中学校における選択教科としての『数学』の研究」を卒業論文のテーマとして選んだ。

『数学』が嫌いな生徒でも、少しでも数学に興味・関心を持って主体的に学習活動に取り組むような選択教科としての『数学』を、好きな生徒にはさらに視野を広げるような選択教科としての『数学』のあり方について考えていきたい。

<研究方法>

筆者の求める選択教科としての『数学』のあり方を捉えるために、N中学校に協力してもらい、筆者自ら授業を行った。

筆者は選択数学発展コースを受けもたせてもらい、研究に努めた。また、同研究室のT先生に協力を得、TT体制で指導を試みた。

前期・選択数学発展コース

研究対象：N中学校第3学年 18名

調査期間：平成14年5月～7月、9月～10月

<卒業論文構成>

序章 はじめに

第1節 研究テーマの設定理由とその背景

第2節 研究の方法

第3節 本論文の構成

第1章 中学校指導要領における選択教科の規定

第1節 選択教科の内容と取り扱い

第2節 選択教科としての『数学』の取り扱い

第2章 N中学校における選択教科としての『数学』の意識調査

第1節 N中学校における選択教科としての『数学』の意識調査

第2節 前期履修者の意識の分析

第3章 選択教科としての『数学』の実践案

第1節 数学発展コースにおける目標とその仮説

第2節 教師のアプローチ

第3節 目標設定の構図

第4章 選択教科としての『数学』の実践結果

第1節 授業・実際の流れ

第2節 生徒の変化と分析

第3節 前期実践の結果

第5章 選択教科としての『数学』のあり方の提案

第1節 選択教科のあり方の提案

第2節 選択教科としての『数学』のあり方の提案

資料

参考文献

おわりに

<おわりに>

教育実習というのはどうしても行事的要素が強く、教育実習生も「まだ実習生である」ということに甘えている部分があり、本来の中学校の姿を現していなかったと思います。しかし今回の取り組みで少しながらも現場の空気に触れ、生徒との充実したふれあいの中で、私の中の将来の目標がより明確なものになりました。いつか現場に戻ってきたとき、この研究が研究のままで終わらぬよう、さらに研究を続け、実りあるものにしていきたいと思います。

## 常微分方程式

学校教育教員養成課程理数・生活科学コース

数学教育履修分野 神保研究室 黒田 大樹

&lt;はじめに&gt;

微分方程式は工学的現象などの記述や解析のために広く利用されている。私はこういったことに興味を持ち約 1 年間卒業論文のテーマとして微分方程式を設定し、研究してきた。

&lt;卒業論文構成&gt;

序章

第 1 章 微分方程式

第 2 章 微分方程式を利用した諸問題

第 1 節 消長の法則

1 ニュートンの冷却の法則

2 抑止力の働く過程

第 2 節 幾何学的問題

1 接線の長さが一定な曲線

2  $xy$  平面内で半径が一定であるような円群から導かれる微分方程式

3 焦点を同じくする楕円群の各曲線に直交するような曲線

第 3 節 力学の問題、その他、物理学上の問題

1 ニュートン力学

2 落下の法則

3 放物体の運動

4 単振動

5 自由度 2 の系の振動

6 単ふりこ

第 4 節 変分法の問題

1 変分法の問題

2 最速降下曲線

第 5 節 偏微分方程式

1 弦の振動

2 円形膜の振動

第 3 章 求積法

第 1 節 変数分離形

第 2 節 同次形

第 3 節 1 階線形常微分方程式

1 1 階線形常微分方程式

2 ベルヌーイの微分方程式

第 4 節 全微分方程式

1 完全微分形

2 完全微分形でない場合

第 5 節 一般解のほかに解がある場合

1 特異解

2 クレーローの方程式

第 6 節 特殊な 2 階常微分方程式

終章

&lt;研究内容&gt;

第 2 章 第 1 節 2. 抑止力の働く過程

今、飽和点を  $p$  とし、抑止のファクターとして  $p-x$  がかかるものとして、このような過程の一つのモデルとして次の微分方程式が考えられる。

$$\dot{x} = kx(p-x) \quad (k, p \text{ は定数})$$

$\frac{dx}{dt} \neq 0, x \neq 0, x \neq p$  ならば  $x \neq 0$  であるから

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = \frac{1}{x} = \frac{1}{kp} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{p-x} \right)$$

よって

$$t = \frac{1}{kp} (\log|x| - \log|p-x|) + c$$

$$= \frac{1}{kp} \log \left| \frac{x}{p-x} \right| + c$$

$$kp(t-c) = \log \left| \frac{x}{p-x} \right|$$

$$\frac{x}{p-x} = e^{kpt} e^{-kpc}$$

$$\therefore x = \frac{pe^{kpt} e^{-kpc}}{1 + e^{kpt} e^{-kpc}}$$

$$\therefore x = \frac{pe^{kpt}}{C + e^{kpt}} \quad (C = e^{kpc})$$

&lt;参考・引用文献&gt;

・常微分方程式 竹之内 脩著 秀潤社

・モノグラフ 24 公式集 5 訂版

矢野健太郎監修・春日正文編 科学新興社

・モノグラフ 微分方程式 改訂版

矢野健太郎監修・石原 繁編 科学新興社

## 『微分方程式』

～数学モデルと実数値の比較～

神保研究室

学校教育教員養成課程 数学専攻

杉本 恵

### 《はじめに》

私は、1年を通して、「微分方程式で数学モデルを作ろう」(以下、「教科書」と表記する)を読みすすめてきました。本論文のテーマは“微分方程式”ですが、微分方程式が解けたという喜びよりも、普通の生活の中にたくさんの数学が存在していたことに驚きの連続であり、自分で考え発見できた喜びが非常に大きかったです。数学は数学の世界だけでなく、あらゆる分野とつながりをもっていることを学ぶことができました。

そして、時には自分の身体を使い、また他学科の協力を得、数多くの実験やモデル計算をしてきました。今回、「飛火野」への記録として、日本の人口モデルの結果を残したいと思います。

### 《論文構成》(項目は一部を載せています)

#### 第1章 数学モデル

モデルの作り方、人口問題

#### 第2章 成長と減衰

化学・社会・物理と微分方程式

#### 第3章 変数分離型微分方程式

刺激と反応、技術革新の普及

#### 第4章 線型1階微分方程式

美術品の贋作、電気回路

#### 第5章 線型2階微分方程式

電気回路、消費動向、力学的振動

### 《日本の人口モデルを考える》

#### 教科書より

$$N = N(t)$$

$N$ : ある時刻 $t$ における、ある国の総人口

$N_{\infty}$ : 人口増加の上限

$1 - N_{\infty}$ : 未利用の人口資源の上限に対する比

#### ・マルサスの人口論

人口変化は、 $N$ に比例する。

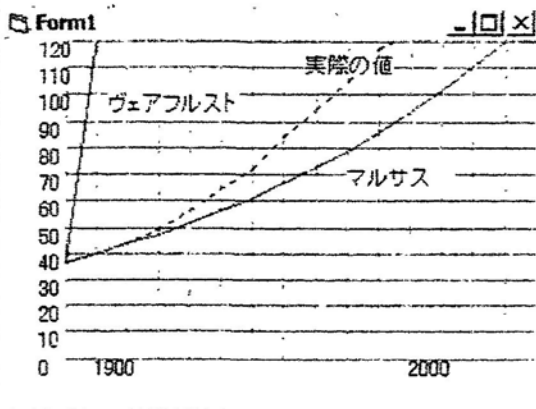
$$\frac{dN}{dt} = rN \Rightarrow N = N_0 e^{rt}$$

#### ・ヴェアフルストの人口論

人口変化は、 $N_1 - \frac{N}{N_{\infty}}$ に比例する。

$$\frac{dN}{dt} = rN \left( 1 - \frac{N}{N_{\infty}} \right) \Rightarrow N = \frac{N_{\infty}}{1 + \left( \frac{N_{\infty}}{N_0} - 1 \right) e^{-rt}}$$

マルサスの人口論を改良したものが、ヴェアフルストの人口論であり、アメリカの人口増加には的確な数値を示している。そこで、この2人の人口論を日本の人口に当てはめて、日本の人口変化をモデル化してみると以下のような結果が得られる。



☆ マルサスの人口論を用いると、数年は変化の仕方は日本の実際の人口変化に似ているが、徐々に離れていく。

☆ ヴェアフルストの人口論を用いると、はじめから急激に人口が変化し、上限までしか伸びない。

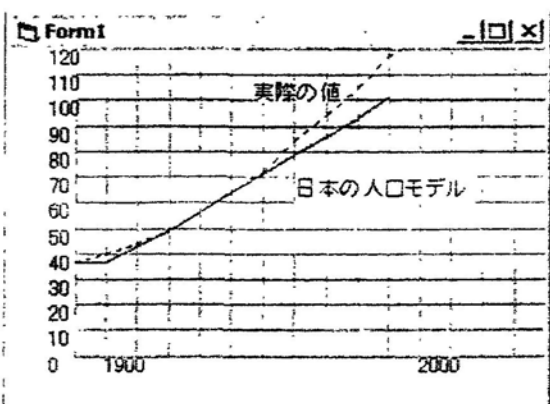
このことから、日本の人口論を次のように考える。

★ ヴェアフルストの人口論を基準とする。

★  $N_{\infty}$ をマルサスの $N_{t+3}$ とする。

すなわち、式は、次のようになる。

$$N = \frac{N_{t+3}}{1 + \left( \frac{N_{t+3}}{N_0} - 1 \right) e^{-(2t-1)ty}}$$



このモデルの $t+3$ とは、子どもが産まれる年齢を30歳と仮定し、現在からみて30年後が人口の上限と考えた。結果は、実際の数値にかなり近い値を得ることができた。しかし、このモデルでは、30年後の人口数がわからないと解くことができない。よって、さらなる改良が必要である。

### 《まとめ》

日本の人口変化を自分なりに考えてみました。教科書に載っているモデルで納得するのではなく、自分で考えていくことに面白さを感じました。少しでも実際の数値に近づけたときは、今までにない感動がありました。「自分で考える」という活動は、これからも私の課題となっていくと思います。

### 《参考文献》

「微分方程式で数学モデルを作ろう」日本評論社

D. パージェス/M. ボリー 著 垣田高夫/大町比佐栄 訳



## 複素関数論

～数学は社会の役に立っている！～

学校教育教員養成課程 理数・生活科学コース

数学教育専修 神保研究室 鳥島 裕之

&lt;はじめに&gt;

高校生までに習う関数には中学校の比例・反比例、1次関数、高校で習う2次関数、指数関数、対数関数、三角関数とたくさんあるわけです。まず、私が声を大にして言いたいのは、複素関数は全ての関数論の元にもなると言うことなのです。虚数という数学独特な抽象思考の導入により高校生には敬遠されがちです。しかし、この虚数の導入により数学の一分野として発展しているだけでなく、理科の分野においても多大な貢献を果たしてきています。このように複素関数論に限らず、数学のあらゆる分野において、数学と理科との結びつきが大変深いものはたくさんあります。私は数学を一つの分野として捉えて欲しくないのです。数学は理科に限らず、社会などとも関わりがあります。本論文では、複素関数論を柱として、そのような数学と理科との結びつきにも目を向けて行きたいと思います。

理科との結びつきといえば、例えば航空力学や電気における数学表現に複素関数が一役買っていることや物理で習う波動と関わりがあることを示したいと思います。

数学の分野はその内容が高度になるとどの分野も難しいです。しかし、その中でも大事なことはじっくりと考えてみることで、数学は独立した一つの分野ではない。この二つであると私は考えています。このことを土台に本論文をスタートさせたいと思います。今回の発表では、等角写像の応用でジューコウスキー変換について発表します。

理論とともに、最後には Visual Basic を用いたグラフを発表したいと思います。

&lt;卒業論文の章構成&gt;

はじめに

第1章 複素数の基本

第2章 ベキ級数展開とオイラーの公式

第3章 複素関数

第4章 複素積分

第5章 等角写像

第6章 複素関数は理科で大活躍！

おわりに

&lt;内容&gt;

第6章 複素関数は理科で大活躍！

第4節 航空力学とジューコウスキー変換

等角写像の一つとして、ジューコウスキー変換という

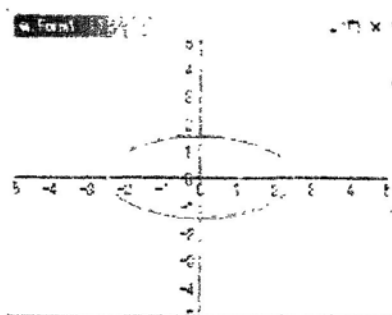
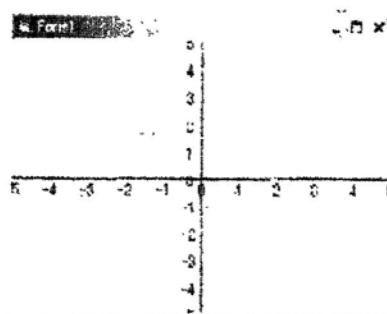
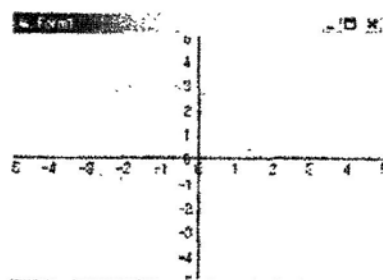
ものがある。この変換の関数は  $f(z) = \frac{1}{2}(z + \frac{1}{z})$  で表

される。この変換の応用は飛行機の翼になされている。飛行機の翼の横から見た断面というものはこのジューコウスキー変換で見ることができる。

第5節 ジューコウスキー変換のグラフ

～Visual Basic を用いて～

ジューコウスキー変換のグラフを Visual Basic を用いて描いてみる。描くに当たり、東京電機大学理工学部建設環境工学科・理工学研究科建設工学専攻河井宏允氏の「やさしい Visual Basic 講座 その14」を参考にした。

①  $z = re^{i\theta}$  を  $r=1$  として、写像したグラフの作成②  $z = re^{i\theta}$  で中心を  $(-1, 0)$  に移して、写像したグラフの作成③  $z = re^{i\theta}$  で中心を  $(-1, 1)$  に移して、写像したグラフの作成

&lt;おわりに&gt;

卒論を書くにあたり、神保先生をはじめ、数学教育の各教官には大変お世話になりました。さらには研究室の杉本さん、黒田君にも感謝しています。この場を借りて改めて御礼申し上げます。

## 図形と量について

学校教育教員養成課程

995714-9 久屋 佳子

ここで「図形と量について」の量は**不変量**とよばれるものをいう。不変量というのは“本質的に”同じである図形を類別するための数量である。本質的に同じということは、様々な幾何があるように、図形の捉え方・見方によって異なる。

幾何には大きく分けて、ユークリッド幾何・非ユークリッド幾何・射影幾何・微分幾何・位相幾何の5つがある。

ここでは、それぞれの幾何にあらわれる図形の変換により不変な計量的性質を調べた。

### 1. 不変量

いまここにある種の図形の集合  $X$  とそこに作用する変換の集合  $G$  とが与えられているとする。 $X$  の2つの図形  $A$  と  $B$  が  $G$  に属する変換で互に移り合うとき、これらの図形は等しいとみなして、 $A \sim B$  と書く。このとき  $X$  から何か数量のなす集合  $Y$  への写像  $\rho$  で、

$$A \sim B \Rightarrow \rho(A) = \rho(B)$$

を満たすとき、 $\rho$  を  $X$  の（この同値関係  $\sim$  の下での）不変量という。更に

$$A \sim B \Leftrightarrow \rho(A) = \rho(B)$$

が成り立つとき、 $\rho$  は**完全な不変量**という。

以下でそれぞれの幾何にあらわれる具体的な不変量について考えていく。

### 2. ユークリッド幾何と非ユークリッド幾何

ユークリッド幾何は、5つの公理から成り立っているといわれている。この5番目の公理は平行線公理とよばれるもので、次のよう

に述べられる。「直線  $\ell$  上にない点  $P$  を通って  $\ell$  と交わらない直線は1本引くことができる。」

非ユークリッド幾何は、この平行線公理と他の4つ公理との独立性を議論することから生まれたもので、だ円型と双曲型の2種類のものがある。結論的には、これら3つの幾何の平行線公理は次のように述べるができる。直線  $\ell$  上にない点  $P$  を通って  $\ell$  と交わらない直線の数を  $\rho(\ell, P)$  とすると

$$\rho(\ell, P) = \begin{cases} 1 & (\text{ユークリッド幾何の場合}) \\ 0 & (\text{だ円型幾何の場合}) \\ \infty & (\text{双曲型幾何の場合}) \end{cases}$$

また、それぞれの幾何の平面における任意の3角形  $\triangle ABC$  に対して次のことがいえる。 $\triangle ABC$  の角の大きさをそれぞれ  $\alpha, \beta, \gamma$  とすると、

$$\frac{\alpha + \beta + \gamma - \pi}{(\triangle ABC \text{ の面積})} = \begin{cases} 0 & (\text{ユークリッド幾何の場合}) \\ 1 & (\text{だ円型幾何の場合}) \\ -1 & (\text{双曲型幾何の場合}) \end{cases}$$

これは、それぞれの幾何の平面の曲率が一定であり、それぞれの平面のかたちが平坦、凸あるいは凹であることを示している。

このように非ユークリッド幾何とユークリッド幾何では考える平面が異なるため、距離や角の定義は異なるが、ユークリッド幾何の合同条件については全く同じことがいえる。例えば、3角形の集合を考えると、3辺の長さが  $a, b, c$  である3角形  $\triangle ABC$  に対して

$$\rho(\triangle ABC) = (a, b, c)$$

とおくと  $\rho$  は合同という同値関係の下で完全な不変量になる。

### 3. 射影幾何

直線  $\ell$  上に4点  $A, B, C, D$  が与えられたとき、

$$(A, B; C, D) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} : \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}$$

をこれら4点の複比または非調和比という。射影変換によるこの4点の像をそれぞれ  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  とすると

$$(A, B; C, D) = (A', B'; C', D')$$

が成り立つ。つまり、射影変換により、複比は保たれることが分かる。

#### 4. 位相幾何

位相幾何における図形の捉え方は、直線などの図形を伸ばしたり、縮めたりしてもよいと考える。厳密には、写像  $f: X \rightarrow Y$  が1対1両連続であるとき、位相変換という。また、 $X$  と  $Y$  の間にこのような位相変換があるとき、 $X$  と  $Y$  は位相同型であるといい  $A \approx B$  と書く。

ここでは閉曲面と結び目について見ていきたい。

##### 4.1. 閉曲面

閉曲面には向き付け可能なものと、不可能なものの2タイプあり、それぞれはオイラー数により完全に分類される。オイラー数というのは曲面を胞体に分割したときの弧の数  $E$  と頂点の数  $V$ 、面の数  $F$  によって決まり、

$$\chi(M) = V - E + F$$

の式で定まる値をいう。

いま  $A$  と  $B$  を共に向き付け可能または不可能な閉曲面とすると

$$A \approx B \Leftrightarrow \chi(A) = \chi(B)$$

が成り立つ。このオイラー数は、閉曲面を分類するときの完全な不変量になっている。

この他に種数や階数、位数といった不変量がある。

##### 4.2. 結び目

結び目とは3次元空間の中でひもが絡まっているものであり、全体が1本につながって

いるものである。このようなものが2つ与えられたとき、絡み方が同じか否かを判断するための不変量がこれまで数多く考え出されてきている。その中の一部を以下に示すが、完全なものはまだ見つかっていない。それに1番近いものがいまのところジョーンズ多項式とよばれているものである。

- ・ RANK
- ・ 彩色可能
- ・ 結び目解消数
- ・ 橋指数
- ・ アレキサンダー多項式 (1928年)
- ・ ジョーンズ多項式 (1984年)

これまで、幾何の性質の違いを数量化する不変量をみてきた。なにか定性的なものを数量化するという操作は私たちの生活の中にもたくさんある。数量化し、一目でその性質を判別できることはとても便利である。この卒論を取り組みに当たり、様々な幾何の性質を不変量という数量によって類別するという観点から幾何を見ることができ、自分自身とても充実した研究ができたと思う。

最後になりましたが、今まで教えてくださった南先生をはじめ、数学科の先生方、ゼミや4年間授業でのご親切なご指導、ご支援ありがとうございました。皆様に感謝しています。これからもそのご恩を忘れずにがんばっていききたいと思います。

多項式が既約になる判定条件について  
学校教育教員養成課程  
理数生活科学コース 数学履修分野  
川崎研究室 岡本涼子

## <目次>

### I 動機

### II 本論 (0) この論文で使う言葉の定義

#### (1) 第一の判定法

#### (2) 第二の判定法

#### (3) 第三の判定法

### III まとめ

## < I 動機 >

研究室に入ってから、ガロア理論を学ぶ準備をしてきた。その中で多項式が既約になるかどうかの判定条件がいくつかあることを知り、興味を持った。特に、多項式の係数によって、有理数係数で既約かどうか判定できる、Eisenstein の判定法に関心を持った。ここでは Eisenstein の判定法を含め、3つの判定法について考察し、実際に多項式が既約かどうか判定していく。

## < II 本論 >

### (0) この論文で使う言葉の定義

- ・ 既約とは
- ・ 整域とは
- ・ 環準同型とは
- ・ 原始的多項式とは
- ・ 割り切るとは

#### (1) 第一の判定法

「多項式が写像した先で既約となるなら、写す前の多項式はより低い次数のふたつの項式の積にならない」という判定法についての証明に詳しい解説をつけた。

#### (2) 第二の判定法

「もともとの多項式がより低い次数のふたつの多項式の積にならないとき、写像した先の多項式は既約になる」という判定法についての証明に必要な補助定理 ABC と判定法の証明に詳しい解説をつけた。

#### (3) 第三の判定法

Eisenstein の判定法についての証明に詳しい解説をつけた。

## <まとめ>

- ・ 本論で証明した3つの判定法での既約の判定例
- ・ 最後に  
本論で述べてきた判定法はすべての多項式について判定できるわけではない。一般的には多項式が既約になるための判定条件は未解決である。しかし、今現在研究されている課題ということでもますます興味を持てる。これから先新たな判定法が発見されるかもしれないし、私自身も今後もこの課題を研究しつづけたいと思う。
- ・ 参考文献

「改訂新版 ガロア理論」

J. ロットマン著 関口次郎訳

シュプリンガー・フェアラーク東京

平成14年度 卒業論文  
「単項イデアルによる  
一変数多項式環の剰余環について」  
学校教育教員養成課程  
理数・生活科学コース 数学教育履修分野  
川崎研究室 古池 亜紀

《はじめに》

中学生の時、証明することを学びました。論理的に確かめることができることのすばらしさ、考えることの楽しさ、証明し終えた時の達成感は、私が数学を好きになる1つのきっかけとなりました。

$F[x]/(p(x))$  と  $F(\alpha)$  という、一見全く違うように見えるものも論理的に同型であると示す事ができます。今回この証明について考察しました。

《卒業論文の構成》

序章 はじめに

第1章 使用する定義

第2章 使用する定理など

§1 定理 G.5 (群に対する第一同型定理)

§2 練習問題 17 (除法定理)

§3 定理 10

§4 練習問題 32

§5 定理 12 (環に対する第一同型定理)

§6 練習問題 38 (環に対する対応定理)

§7 定理 13

§8 系 15 (ユークリッドの補題)

§9 定理 24

§10 定理 25

§11 定理 26

§12 定理 28

§13 系 29

§14 補題 44

§15 定理 45

第3章 定理 47

§1 定理 47 (i)

§2 定理 47 (ii)

§3 定理 47 (iii)

§4 定理 47 (iv)

終章 おわりに

《第3章 定理 47》

$E/F$  は体拡大で  $\alpha \in E$  は  $F$  上代数的とする。

(i)  $\alpha$  を根にもつ既約なモニック多項式  $p(x) \in F[x]$  が存在する。

(ii)  $F[x]/(p(x)) \simeq F(\alpha)$  が成り立つ。

実際 同型  $\Phi: F[x]/(p) \rightarrow F(\alpha)$  で

$F$  を点ごとに固定し、

$\Phi(x + (p)) = \alpha$  となるものが存在する。

(iii)  $p(x)$  は  $\alpha$  を根にもつ  $F[x]$  の最低次数のモニック多項式である。

しかも  $\alpha$  を根にもつ最低次数のモニック多項式は  $p(x)$  以外にない。

(iv)  $[F(\alpha):F] = \partial(p)$ 。

《おわりに》

この1年間ガロア理論について学んできました。ガロアの偉大な定理まで進むことはできませんでしたが、一つ一つの定理について丁寧に、できるだけ詳しく、分かりやすい証明を考えていきました。論理的に筋道を立てて証明していくことは、とても難しく大変でしたが、証明し終えた時の達成感は、悩み、考えた分だけ大きなものになりました。

最後になりましたが、この卒業論文を書くにあたって、丁寧に御指導、御教授いただきました川崎先生をはじめ、4年間御指導、御教授いただきました諸先生方に心より感謝し御礼申し上げます。

卒業論文テーマ『一変数関数の  
解析接続の原理について』

学校教育教員養成過程

理数生活コース

数学専攻 995738-6

川崎研究室

増田 一磨

### 1. はじめに

研究室に入る前に、どうしても解析について学びたいという意志があったために、専門分野外であるにもかかわらず、川崎先生にご迷惑をおかけしながらも、この分野についてともに理解を深めてきた。研究室に入ってから、私はこの一年間、関数論をはじめ収束的べき級数の概念を中心にまなび、解析接続の原理について学ぶための準備をし、そして、一見まったく違って見えるいくつかの関数が、ある条件下では収束し、その全てが実は等しい関数であるという解析接続の原理について学ぶまでに至った。私はこのような原理について興味をもち、卒業論文のテーマにする事に決定した。卒業論文には、その内容を中心とし、解析性の判定条件や、有理型関数などや、その定理について述べられている。

### 2. 論文構成

タイトル：一実変数または一複素変数の解析関数

第一節 定義

第二節 解析性の判定条件

第三節 解析接続の原理

第四節 解析関数の零点

### 第五節 有理型関数

### 3. 発表内容

卒業論文発表会では、まずはじめに解析接続の定義についてのべた。今回は、ある二つの領域内(今回の場合は、領域は円であった)で正則である二つの関数をはじめに与えることにより、話を展開させていった。次に、話を具体化していくために、ある二つの級数を与えた。それぞれの級数が、収束するための領域を説明し、更にそれぞれの領域内で、その二つの級数がどのような複素関数として示されるのかを詳しく計算していった。今回の卒業論文発表会では、一見まったく違って見える二つの級数が、収束するための領域を条件として計算していくことにより、実はまったく等しいものになるという事を発表することに、力をいれた。後、この分野内で追求していきたい事は、はじめに示された級数が、どの領域まで解析接続されるのかということである。

### 5. 参考文献

[1]『改定 関数論』

州之内 治男／猪股 清二 共著 1974

[2]『THEORIE ELEMENTAIRE DES FONCTIONS ANALYTIQUES DUNE OU PLUSIEURS VARIABLES COMPLEXES』

H. Cartan, Hemann, Paris, 1961

## 小学校算数科、中・高等学校数学科に潜在する 半群・群・環・体の概念について

— 学校教育課程において見え隠れする代数 —

理数・生活科学コース

数学専攻 川崎研究室

丸 山 宏

### はじめに

代数学と算数・数学教育の両方に関わりのある内容を研究したいという思いがあり、一般化や概念といった内容である代数の存在を学校教育の場での存在を確かめたい、具体的内容を示したいということを考えた。そこで代数学の基本概念と学習指導要領とのつながりについて研究することにした。

教員免許状は、大学における認定課程を経て授与されるのである。この認定課程において他の大学では、本学と同様に代数学（群・環などの内容）という科目を「選択必須科目」として設置している大学や、「選択科目」としている大学もある。しかしながら、「必須科目」としている大学もあるということである。ならば、免許状を取得するには代数学を学ばなければならないということである。その学ぶ意義として、教育の場においては教科の指導内容には代数学が潜在するのではないかと考えられる。潜在する代数を明確に示し、これから学ぶ学生たちにも意義をもって学べるのではないかと考え、その学びも教育現場への力として生かしていけるのではと考える。

### <卒業論文の構成>

はじめに

#### 第一章 「教科の指導内容とのつながり」に 関しての分析

1. 1 集合の定義
1. 2 旧学習指導要領の小学校算数科
1. 3 旧学習指導要領の中学校数学科
1. 4 旧学習指導要領の高等学校数学科
1. 5 「教科の指導内容とのつながりのまとめ」  
について

#### 第二章 現在の指導内容とのつながりを探して

2. 1 学習指導要領
2. 2 小学校算数科
2. 3 中学校数学科
2. 4 高等学校数学科
2. 5 現在の指導内容とのつながりのまとめ

#### 第三章 教育現場へ

3. 1 大学における認定課程
3. 2 今後の展望

### 終わりに

新・学習指導要領において、「半群」「群」「環」「体」の概念を読みとることができ、小学校算数科、中学校数学科、高等学校数学科における代数的概念の潜在を示すことができた。よって、認定課程における「代数学」の履修は必要であるといえるだろう。必修科目として履修しなければならないとはいき切れないが、小学校算数科、中学校数学科の義務教育での潜在が見れるのであるという部分においては、なんらかの必修科目にしていく必要があるのではないかなと言えるだろう。学生には「認定課程を修了すれば教員免許がもらえる」という考えではなく、「なぜ、認定課程を修了することによって教員免許が取得できるのか」「認定課程における科目の意義は何であるか」などの考えまで達してもらいたい。また、代数に関しての科目において「一般化、概念というようなイメージである」という意見や「概念などは抽象的で難しい」という考えが、同期の学生から聞かれた。おそらく、認定課程における他の分野の科目においても、同じような「わかりづらい」「難しい」といった意見があると思う。学生らにはこのような考えで終わらずに、自分がこの科目に取り組む意義などを考えてもらいたいと思う。

また、代数的概念の潜在を読みとることができたというこの結果をもとに、子どもたちの学習における段階的学習を整えていけることや、教える（支援する）側の教師の立場においても実際の授業において教材や授業形態に反映させるなど、これから教師になっていく学生らに教育現場で生かしてもらいたいと思う。

ユークリッドの互除法  
学校教育教員養成課程  
理数生活科学コース 数学専攻  
川崎研究室 和田実穂

<はじめに>

川崎研究室では『ガロア理論』(J・ロットマン著)を用いてゼミを行ってきたが、その中にユークリッドの互除法を見つけた。以前からユークリッドの互除法には興味をもっていたので、理解を深めるのに良い機会だと思い、この題材を卒業論文のテーマに選び学ぼうと思った。ここでは最大公約多項式を求めるユークリッドの互除法を紹介する。

<卒論構成>

1. 動機

2. 証明の準備

- ・環
- ・イデアル
- ・最大公約多項式
- ・主イデアル
- ・PID (主イデアル整域)
- ・モニック多項式
- ・除法定理

3. 本論

定理の証明に詳しい解説をつけた。

[定理 A]

体  $F$  があって  $F[x]$  の任意のイデアルは主イデアルである。

[定理 B]

最大公約多項式を線形結合に表すことができる。

[ユークリッドの補題]

$p(x) \in F[x]$  が規約でしかも  $p(x)$  が積  $q_1(x) \cdots q_n(x)$  を割り切れば、ある

$j(1 \leq j \leq n)$  に対して  $p(x)$  は  $q_j(x)$  を割り切る。

[ユークリッドの互除法]

最大公約多項式を計算して、それを線形結合として表す算法が存在する。

[ユークリッドの互除法の具体例]

具体的な 2 つの多項式でユークリッドの互除法を実行する。

[具体例 2]

ユークリッドの互除法を使うと乗法の逆を計算するときに便利である。

4. まとめ

<おわりに>

具体的な 2 つの多項式を与えたとき、ユークリッドの互除法により、これらの最大公約多項式が求まり、その最大公約多項式を最初の 2 つの多項式によって、すっきりとした線形結合の形に表せることがわかった。また具体例で紹介したように便利に使えることもわかった。

<参考文献>

『改訂新版 ガロア理論』

J・ロットマン著、関口次郎訳

(シュプリンガー・フェアラーク東京株式会社)



# Vine Linux を用いた小規模ネットワークの構築

## ～クライアント環境の構築～

総合教育課程 科学情報教育コース 情報数理専修  
996908-2 合田 健太郎

現在、大多数の人が OS として **Microsoft Windows** を利用している。しかし、違うところに目を向けてみるとより安いコストで安定したシステムを提供してくれるものがある。その 1 つが研究に用いた **Linux** である。**Linux** はオープンソースであり誰もが手軽に入手でき、個人の好みに合った環境を実現できる。また、**Linux** は **Microsoft Windows** よりシステムの中まで深く関わっていくことができる。そこから、便利さや面白さを感じることができる。

卒業論文では、**Vine Linux** を用いて、クライアントとしてのデスクトップ環境を利用するにあたってどれだけの事ができるのかという事と、**Microsoft Windows** とのアプリケーションの互換性を中心に検討した。

**Microsoft Office** は教育やビジネスの現場で普及し、利用される頻度も非常に高いと言える。したがって、**Vine Linux** で使用できるオフィス系ソフトウェアで **Microsoft Office** のような環境をどこまで実現できるだろうかという視点はデスクトップ環境を考えるにあたって必要だと思われる。また、**Microsoft Office** との互換性も重要な問題となる。そこで、**Microsoft Office** 互換のオフィススイートであり、完全フリーの **OpenOffice.org** を導入し実際に使用することでその機能を確認した。文書作成ソフト、表計算ソフト、プレゼンテーションソフトを使用して使い勝手と、**Microsoft Office** との互換性を確認した。全体を通して使い勝手は **Microsoft Office** のアプリケーションとほとんど変わりはなく、使いやすかった。互換性に関しては、一部フォントの関係で見にくい箇所も存在したが、全体のレイアウトはほぼ元のものに近く再現されていた。

また、**Vine Linux** のデフォルトでのデスクトップ環境の把握、印刷に必要なプリンタの設定、PDF ファイルを読むための **Acrobat Reader** の導入によって、より使いやすい環境を考えた。

# 2002 年度 伊藤研究室 卒業論文概要

## Visual Basic, Visual C++ および OpenGL を使った 歩行ロボットの 3DCG シミュレータ開発

鎌田 初美 (情数 4)

OpenGL とは高品質な画像の生成のためのプログラミングインターフェイスであり、2 次元の図形だけではなく 3 次元の図形に対しても画像を生成することができる。これを利用し、昨年度の卒業論文では人間の脳の働きを真似たニューラルネットワークを構築し、それによってロボットに歩行を学習させるための 3DCG シミュレータを作成している。しかし、このシミュレータはユーザインターフェイスにキーボードを用いており、初めて触れる人にとっては使いにくい。また、2 つの表示ウィンドウが重なってしまい、同時に両ウィンドウを見ることができない。

これらの問題点を解決するために、本研究では Visual Basic (VB) を用いる。VB は簡単に GUI を構築することができ、見栄えのよい Windows アプリケーションを作成することが容易なツールである。VB を使うことによってシミュレータの操作が簡易化でき、ユーザにとっては大変使いやすいシミュレータに改良することができる。

本研究では、昨年度我々の研究室で開発したプログラムの内容を理解し、Visual Basic, Visual C++ (VC++) および OpenGL を用いて 3DCG を作成する方法を学ぶ。そして、既存のプログラムを改良し、より良いシミュレータを開発することを目標としている。内容としては、昨年度の卒業論文をもとに歩行ロボットの動作の原理となるニューラルネットワークと行動知能について簡単に説明し、次にシミュレータ開発に必要な OpenGL の基礎的な機能について説明する。そして、VB, VC++ および OpenGL の連携方法について述べ、最後にこれらを踏まえ、実際に開発したシミュレータのプログラムについて説明する。

まず、ニューラルネットワークについてだが、ニューロン (neuron) とは脳にある神経細胞のことである。生態の細胞の中で情報処理用に特別な分化を遂げたもので、人間の脳には約 140 億個のニューロンがあると言われている。人間の脳の中では多数のニューロンが複雑に結合され、それぞれが並列処理している。

ニューラルネットワークとは簡単にいえば、人間の脳を真似したものである。つまり、脳の情報処理方式を取り入れたもので、ニューロンのモデルをお互いに多数結合させ、接続し、ネットワーク状にし

たものである。

神経回路による運動パターン表現の最も単純なモデルとして、CPG (Central Pattern Generator) と呼ばれる神経回路をモデル化したネットワークを考える。ニューラルネットワークにより、運動パターンを生成し、ロボットに運動を覚えさせる。ロボットに学習させるのに、本研究では「なるべく無駄なエネルギーを使わずに速く進む」という評価基準を与えることにする。この評価基準に従い、学習を行うために、山登り法という、ある関数の最大値探索問題に対する最も基本的な手法を用いることにする。

本研究において用いた OpenGL の基本機能には、「視点・注視点・視体積」「モデルビュー座標変換」「カラー・照明の設定」「モデリング」「フレームバッファ」「シェーディング」という、既存のプログラムでも用いられる機能と、「カメラワーク」「フロアの作成」「シャドウイング」という新たに使用する機能がある。

VB, VC++ および OpenGL の連携方法としては、大まかに説明すると、VC++ において DLL を作成し、DLL 側において OpenGL でレンダリングコンテキスト、VC++ でデバイスコンテキストを生成する。レンダリングコンテキストのハンドルである hRC をデバイスコンテキストのハンドルの hDC に結合させる。そして、OpenGL は hDC を用いて、VB のピクチャボックスに描画することができる。

最後に、既存のプログラムの改良点についてだが、GLUT ライブラリを使用せず、それが行っていた処理を VB で行うことにする。

本研究において、VB, VC++ および OpenGL を用いて歩行ロボットの 3DCG シミュレータを開発することができた。VB を用いたことで表示画面は見やすくなり、簡単なマウス操作によりユーザの使いやすさが増した。

しかし、ユーザにとってより良いシミュレータを求めたとき、表示画面 (VB) からあらゆる値を指定したり、より詳しいデータを表示したりと、本シミュレータにおいて様々な未開発部分への課題が生じてくると考える。よって、これらの課題を解決しユーザにとってさらに使いやすいシミュレータ開発がこれからの課題である。

## 2002年度 伊藤研究室 卒業論文概要

### XMLを用いたWebアプリケーション開発

中尾 伸章 (情数4)

World Wide Web(以下、Webと呼ぶ)の拡大に伴い、Webアプリケーションを用いたサービスが多く利用されている。チャット、掲示板(BBS)、オークション、インターネットショッピングなど、数多くのサービスが、Webアプリケーションの利用により実現されている。これらWebアプリケーションの多くはHTML(Hyper Text Markup Language)を用いて作成されているものが殆どである。しかし、データの再利用における柔軟性が低い、開発・保守に時間がかかる、データ交換が困難である等々、HTMLは必ずしもWebアプリケーションの要求に十分に答えているわけではない。これは、HTMLが、論文や文章の表現のために考案されたことに由来している。一方、IT(Information Technology)革命以後、ある種のキーテクノロジーとして注目されてきたXML(Extensible Markup Language)という技術がある。XMLは、Webアプリケーションに限定される技術ではないが、今後のWebを取りまく幅広い分野で注目されている。

本研究のテーマは、XMLを用いたWebアプリケーションの開発であり、開発を通して、XMLとその有用性について考察する。また、開発に関しては、現在本学のホームページに存在する「教官紹介登録ページ」及びそれに関するWebアプリケーションについて、XMLを用いて再構築を行った。

実装したアプリケーションは、本学のホームページにおける、教官紹介登録ページであり。既存のアプリケーションでは、一度入力した教官が更新を行う際、再び全てのデータを再入力する必要がある。本研究では、既存のアプリケーションのXMLでの再構築に加え、1. 更新の際には、既入のデータが入力フォームに入っている、2. 入力により、教官紹介ページだけでなく、教官一覧・英字版教官一覧・オフィスアワーのページ内容も生成・更新されるようにする、3. 入力後、確認画面を挟む、という機能をさらに追加した。具体的な開発技術として、CGI(クライアントからの要求に対するサーバー側での処

理)、XML(データの格納)、XSLT(クライアントでの表示・処理)、DOM(ブラウザでのXML編集)といった技術を用いた。HTMLで行われていた処理は、XML・XSLT・DOMを組み合わせて行い、役割が分化された分、仕様変更に近いアプリケーションとなった。また、データを格納するファイルがXML文書となったため、データの中身だけでなく、格納されているタグ(要素)に意味があるため、データとしての価値・再利用性が飛躍的に向上した。

本研究を通して、Webアプリケーションの作成にXML技術を用いる事による有用性が理解できた。XML技術でWebアプリケーションを作成できるということは、単にHTMLでのアプリケーションをXMLで書き換えられるというだけではない。XSLTを用いた同一データの表示変更の柔軟性や、データファイルとしてのXML文書の有用性、DOMによるCGIの負担の軽減など、XML利用での利点が数多く理解できた。特に、データファイルとしての、XML文書の有用性は大きい。中身(タグで挟まれた値)にしか意味のないHTMLとは異なり、要素に人間が意味を記述できるXML文書では、遥かにデータとしての価値があるといえる。今後、XML技術が広がり、Web上により多くのXMLファイルが存在するようになれば、Web上のXML文書全てを、大規模なデータベースとして利用することも可能なのである。構築したWebアプリケーションにおいては、今後更なる改良の余地が残っている。よりユーザーにとって見やすいアプリケーションにするためにCSSを用いたり、より扱い易いアプリケーションにするために入力項目の細分化や表示の工夫を行う必要がある。また、Windows環境下で作成した本アプリケーションを、現在の大学のUnixサーバー機の下で使用するには、変更を加えるべき点もいくつか存在する。それらの点を改善し、更に、実際に導入した後にユーザーの希望を再確認していくことで、アプリケーションの完成度はより向上していくのである。

2002 年度 伊藤研究室 卒業論文概要  
Vine Linux による小規模ネットワークの構築  
～情報共有サーバーの構築～  
濱崎 梓(情数 4)

現在、インターネットが急速な勢いで普及しており、我々が生活していく上で、コンピューターは必要不可欠なものになっている。企業などの組織はもちろん、個人でも複数台のパソコンを保持し、管理している。その際、よりよい運用を図るためにネットワークの構築が必要となる。ネットワークを構築することで、データを共有できるなどのメリットがあり、作業の効率化につながる。また、ネットワーク内にそれぞれの用途に合わせて、数種類の OS が混在している場合であっても、情報の共有をできる方が非常に便利である。

本研究では、研究室内のネットワーク上にサーバーを構築し、情報の共有を図ることを目的とした。その情報の共有を Linux 間で行い、Windows とも共有する。情報の共有とは、ある一台のマシンにアカウント情報、ホスト情報、ファイルなどを一括に管理しておき、クライアントからの要求に応じて、それぞれの情報を渡すものである。具体的な目的として、Linux 間でアカウントの共通化とホームディレクトリの共有を行う。そして、Linux 間で共有しているホームディレクトリを Windows とも共有を行う。これらの共有を行うことで、情報が一つのサーバーにまとまり、実体が一つとなるため、管理しやすくなる。サーバーを構築する OS には、安定性が高く、サーバーとして評価があり、Windows ともファイル共有が可能な サービスが備わっている Vine Linux を用いた。サーバーを構築するにあたって、OS に採用した Vine Linux について、情報の共有を可能にする NIS・NFS・Samba の概要及び設定について、構築されたサーバーの管理方法について、それぞれ考察する。

本研究では、研究室内のネットワーク構築において、情報の共有を目的として研究を進めた。サーバーを構築し、Linux 間でアカウント情報の共有、ホームディレクトリの共有を行った。また、Linux 間で共有しているホームディレクトリを Windows からでも操作できるようにした。これにより、各ユーザーはスムーズなパソコンの運用が期待でき、管理者側にとっても、情報がひとつになるため、管理が行いやすくなると思われる。ただし、改善の必要な部分が残されている。Linux と Windows とでユーザーのアカウント情報の共有が行われておらず、共有されている方がよい。また、各ユーザーのファイルをどのような方法でバックアップを取るか考え、ログの管理も必要となる。これらの解決を行うことで、スムーズな運用を行うことができ、環境の整った実用性のあるネットワークが期待される。

## 2002 年度 伊藤研究室 卒業論文概要

### Apache を用いた web サーバーの構築およびセキュアな管理・運用設計

毛利寿志 (情数 4)

現在、ブロードバンド回線のような高速大容量通信を用いたインターネット接続サービスはもちろん、携帯電話や PDA などのツールによる手軽なインターネット接続など、インターネットを取り巻く環境が急速に整ってきている。インターネットの中でも最も活用されているのは、World Wide Web (以下 web) である。web では、クライアント側がブラウザなどから web サーバーにコンテンツを要求し、web サーバーは要求されたコンテンツを自サーバー内から探し、クライアント側に送信するという仕組みになっている。

本研究では、安全性と利便性の高い web サーバーの構築を行う。また、運用していく上で起こりうる問題を考え、できるだけ運用前に解決方法を施し、よりセキュアな web サーバー運用について設計する。特に、サーバーの安定した運用を目指してのサーバー本体の管理、セキュアな運用を目指してのログ管理の方法を示す。

web サーバーを構築するには、核となる web サーバーソフトウェアが必要になる。本研究では、現在のインターネットで最も広く使用されている web サーバーソフトウェアである Apache を使用した。Apache は、オープンソースのソフトウェアであるため必要に応じて機能の追加や修正が容易であり、フリーのソフトウェアであるため低コストで web サーバーを運営することができる、などの利点がある。この Apache を用いて web サーバーの構築を行う。なお、本研究で構築する web サーバーの OS には Linux (ディストリビューションは Vine Linux) を選択した。さらに、web サーバーの実装

として、cern で作られた一部の奈良教育大学大学の web サーバーを Apache を用いて新しく作り替えた。cern は、アップグレードやメンテナンスが終了している web サーバーソフトウェアであり、このようなソフトウェアを使用し続けた web サーバーの運用はセキュリティ上の問題がある。cern から Apache に変更して新しく web サーバーを作り直すことにより、より安全性と利便性の高い、かつ同じ振る舞いを行う web サーバーが構築できた。

また、運用後の管理について事前に設計を立てた。web サーバーを日常的に管理することの意義について考察した結果、web サーバー本体の点検・セキュリティの確保の 2 点であるとした。そして、サーバー本体の点検は、サーバーの情報を取得できる通信プロトコル SNMP と情報をグラフ化できるツール MRTG を用いて監視し、セキュリティの確保は、common 形式・combined 形式の 2 種類のアクセスログを Analog・AWStats といったログ解析ツールを用いて解析することで対応した。

これからの課題は、一般に公開した後に起こる様々な問題の対処である。web サーバーへの不正アクセス、CPU や HDD などハードウェアの損失、インストールされているソフトウェアのセキュリティホールやバグなどの発見、毎日肥大するログの保管方法・保管期間など、運用していくにつれさまざまな問題が出てくる。どのくらいのアクセス数があるかなど運用中の状況を考慮し、あらゆる事態を迅速に対処することにより、セキュアな web サーバーの運用が期待できる。

## 編集後記

今回の飛火野は楽しんで読んでいただけましたか?「飛火野を、みんなが気軽に読めるものに!」ということで、前号を作成してくださった先輩方に引き続き、かつ、中身の濃い会誌となることを願って、多くの方のご協力も得ることができ、これまで作成してまいりました。

しかし、余裕をもった活動ができず、先生方には大変なご心配とご迷惑をおかけしました。先生方、先輩方のご協力なしでは、今号の完成はありませんでした。

次号はより一層、身近な読み物となることを期待しております。

最後に、この飛火野のますますの発展を願った、皆様方のご意見・ご感想・ご提案等をお待ちしております。お手紙・お電話等何でも結構ですでお寄せください。今号を編集するにあたりまして、お忙しい中ご協力いただきました先生方や先輩方に、この場をお借りして厚く御礼申し上げます。

### 飛火野編集委員

孫紀元 (情数 3 回)

西川嘉洋子 (情数 3 回)

藤川佳代 (理生 3 回)

山本千加津 (理生 3 回)

李丹陽 (情数 3 回)



奈良教育大学 数学・情報研究会会誌

飛火野19号

2002年(平成15年)6月21日発行

発行 〒630-8528 奈良市高畑町

奈良教育大学 数学・情報研究会