

数学科における「よい授業」の構成原理の探究（2）

－ 数学の「語り」の変容プロセスに注目して －

竹村景生

（奈良教育大学附属中学校）

舟橋友香

（奈良教育大学 数学教育講座（数学教育））

江森英世

（大谷大学教育学部 数学教育）

西仲則博

（近畿大学教職教育部 数学教育）

山上成美・亀井朋也

（奈良教育大学附属中学校）

Exploration of the principles of “good lesson” in mathematics classrooms (2):

Paying attention to the transformation process of mathematical narrative

Kageki TAKEMURA

(Junior High School attached to Nara University of Education)

Yuka FUNAHASHI

(Department of Mathematics Education, Nara University of Education)

Hideyo EMORI

(Faculty of Education, Otani University)

Norihiro NISHINAKA

(Faculty of Teacher-Training, KINDAI University)

Narumi YAMAGAMI, Tomoya KAMEI

(Junior High School attached to Nara University of Education)

要旨： 数学教師は、「どのように（学ばせるのか）」と「なぜ（学ぶのか）」の「問い」を往還しながら二重性を合わせ持ち日々教壇に立っている。この二重性を一人の教師の中で統合するのが、「語り（物語）」であると考え。そして、その二重性を生きる教師の「授業」の語りを子ども達は聴き、学んでいる。教員養成の課題もまた、その二重性の間に生じた授業観の葛藤にあると考える。本研究は、教育実習や長期インターン学生の指導に表れた、彼らの「語り（物語）」の生成と変容に注目する。この「語り（物語）」の構造は、彼らが「稽古」として、指導する教師との長期的な対話の中で感化され、型の習得に始まり模倣されて学ばれるものである。本稿では、メネラウスの定理を題材とした授業から、教員養成としての「稽古」の意味を、彼等のナラティブに読み解き分析する。

キーワード： 教員養成 Teacher training
数学教師の二重性 The duality of mathematics teachers
よい授業 Good lesson
語り・物語 Narrative
稽古 Practice
模倣 Mimesis

1. はじめに

前研究報告（1）では、「よい授業」の構成原理として、教師の「感化力」に着目した。感化力とは「子どもたち一人ひとりの『わからなさ』に対応した数学対話」を通して、

子どもたちが学びの中に文脈性を獲得することであると、「よい授業」の構成原理の条件とした。

これまでの中学・高校での「学校数学」を経験してきた学部学生たちは、「なぜ数学を学ぶのか？」に対して、答えを見出せないまま先送りにさせられてきたために、その時々において、自分が見出した（感じ取った）数学になん

らかの意味づけを行ってきた経験を少なからず持っていたと想像する。しかし、それはやがて受験に焦点化された求答型の「数学」の有能感に取って代わられていき、数学科教員として子どもたちに向き合うときには、「教える側」の論理で授業が進められていく。

それでも、数学教師は、「どのように（学ばせるのか）」と「なぜ（学ぶのか）」の「問い」を往還しながらその二重性を生きている。この二重性を一人の教師の中で統合するのが、「語り（物語）」ではないかと本稿では捉えている。そして、その二重性を生きる教師の「授業」の語りを子ども達は教室で聴き、学んでいるのではないか。教員養成の課題もまた、その二重性と葛藤の間にあると考え、そこに表出された言葉に着目する。

本研究は、学びの意味に応答する数学教育ならびに数学科教員養成をどのように考えていけばよいかを、指導教員との対話から感化されたナラティブの具体化として2点に分けて考えてみる。

1つめは、子どもの「数学を学ぶ意味がわからない」に応答できる授業は、数学に対する教師の初源的（構造的理解を目指した）な問いかけからの語りに依拠するのではないか。

2つめは、数学の授業では定番になっている「問題練習」を、スキルを通した解決方法への習熟と定着と位置づけるのではなく、「稽古」（西平 2019）の視点から捉え直すことによって、数学を主体的に「考える」とはどういうことかに導かれるのではないか。

本稿では、この2側面から、「よい授業」を目指す数学科教員養成の課題を、本年度実習直後の学生、ならびに昨年度の実習以後もインターンシップ生として学んでいる学生（4 回生 K 君）の記述とその解釈から浮かび上がる「数学を教える」という行為の本質を明らかにすることを目的とする。

2. 教師の「語り」の意味すること

数学的活動が強調される中、アクティブ・ラーニングが意識されることもあって、教師の教える姿勢と共に子どもたちの授業での学びが変わろうとしている。しかし、教員養成段階の学生にとっては、なかなかハードルが高いことは、教育実習（ここでは3 回生実習）での学生たちが実際に教科書を使っての授業の振り返りの記述からもうかがい知ることが出来る。

【問】「教科書を教える」こと、「教科書を読みこなす」ことのむつかしさはどこにありましたか。また、実際に教科書を使った授業をしてみて、どのような「発見」があったにありましたか。

・ただ単に教科書の内容を生徒にやらせるだけでなく、なぜこの学習をこのタイミングでするのかなどを考えながら教えることが教科書を教える授業だと思います。そのた

めに教科書を読みこなすことが必要ですが、その授業ですすめる教科書の内容で大切なポイントはどこなのかを考えていくことが難しかったです。一番教えたいポイントが決まっても、授業を組み立てるときに他のことも重要に思えてきて、どんどんやる内容が増えてしまうこともありました。1時間の中で生徒に伝えたいポイントを教科書から読み取り、そこに行き着くためにどのような道筋をたてていくのかを考えるようにしたかったです。

教科書の順番を変えてはいけないのかという話を他の実習生と少しだけ話すことがあったのですが、やはりその単元の授業を組み立てるうえで、教科書の順番がベストでそこに戻ってきてしまうことがありました。教科書がなぜその順番で学習させようとしているのかを考えることが大切だと気づきました。

ただ、今はまだ教科書の内容を生徒に伝えなければと思っていますが、これから生徒の意見を聴くなかで、教科書と順番を変えた方がいいと思うときがあるかもしれないと思うので、そのときにはなぜその順番がいいと思うのかをしっかりと考えようと思います。（N さん）

・今回の実習では基本的に教科書の流れに沿って教えるようにしていたのですが、授業で扱う教科書のページで何を伝えたいのかを教師が把握しておくことが重要であることを学び、それを実行に移すことが大変難しかったです。

また、教科書では少し説明が不十分なのではないかという点を教師側が補うところを考えると、難しい点であると感じました。生徒が考えるきっかけを教科書の中から作ることが教師の働きかけだと感じました。

また、日常生活の中で、教科書で学ぶ事柄がどこで使われているのかを提示しており、自分の授業の時間配分が間に合えば紹介したくなる事柄が記述されており、うまく活用することができれば生徒にとって有用な学びを感じさせることができるのではないかと考えました。（O 君）

・教科書を読むということはただ教科書の教える筋道を見るだけではなく、なぜどうしてという視点を持つてみるということです。なぜそのようなことをやるのか、この単元で何を身につけさせたいのか、そしてその先の単元でどのようにつなげていくのかなど、教科書にはとても多くの情報が載っています。その情報の中からどの情報を選び伝えるのかを考えることも教科書を読むということだと感じました。（IT 君）

上記の彼等の振り返りからわかることは、授業は「教科書の読みこなし」「教科書の構成原理の理解」「授業の連続性・単元間のつながりの意識」「数学の有用性（社会的文脈への接続と関心）」が必要であり、その前提の下で授業が行われるべきだろうという理解である。そのために、彼らは実習期間中に何をなそうとしたのか次に聞いてみた。

【問】教科書を使っての授業の組み立ての苦勞はどこにありましたか。それは、ICT 活用することによってどのような違いが生じましたか。

・授業の組み立てで苦戦したのは、50 分の間に何を教えて、何を飛ばすかの取捨選択をすることです。ただでさえ 11 回(他の人では 10 回の人も)の授業でこの放物線を教えようとしていたのですべてを教師側から説明するには時間が足りません。だからこそ ICT 活用をして短縮を狙っていたのですが、それを使う時間も考えなければならぬので非常に苦戦しました。他にはワークシートが難しく、自分らで作っているときは何ら違和感がないときでも生徒の目に入ると、意味がわからなかったり間違った伝わり方をしたりと、伝えたいことがまっすぐ伝わらないことが多く、苦戦しました。ICT との違いは ICT は見えるので推移はわかり、頭で考える補助ができ、ある程度同じ答えを導くことができるというのが明確な違いだと感じます。

(O 君)

・今回の実習にて、教科書を使つての授業の組み立てで苦労した点としてはまず教科書の流れを把握することがとても大変でした。今まで教科書の流れをじっくりと考えることがなかったため、次回の授業ではどのようにして展開していくのかを考えて授業を組み立てていくことが難しいと感じました。また、ICT 活用を授業の中で使う場面はその授業の中で 1 番伝えたいことを見せることに対して使おうと思っていたのですが、見せる時間が短くなってしまい結局生徒にはあまり伝えることができなかった点は難しいと感じました。(NHK さん)

・ただ教科書をなぞるだけならだれにでもできますが、そんな授業が面白いはずもなく、その中でどんなことを伝えたくて教科書を読んでいるのかをきちんと生徒に伝える、その中で豆知識や考え方を挟み生徒の関心を高めていくということに苦労し、できませんでした。

また、ICT に関してもただ組み込むだけではなく何を見せたくてやっているのか、それは本当に ICT で見せる必要があるのかなども考えることがとても苦労しました。

(IT 君)

実習の途中から、ICT を得意とする学生から「関数」(中学 3 年)の授業を、数学関数グラフ作成ソフト『GRAPES』で教材作成して行いたいと提案があった。そして、4 人の実習生が協同して改良しながら授業で使っていくのだが、IT 君の言う「ただ組み込むだけではなく何を見せたくてやっているのか、それは本当に ICT で見せる必要があるのか」を考え始め、実習後半から、その教材提示の技術的な難しさもあり ICT 活用から離れていった。

ICT 活用は、言葉では確かに説明しにくいところを、関数の動的なイメージを通して印象づけていくことや、式一対応表—グラフの関係を一度に同じ画面に見せることが出来る点で、教科書の記述を説明する煩雑さを省くことが出来る。しかしそのことが逆に、(実習生にありがちなことだが)見せ場と位置づけたがために「説明のための説明を重ねていく」授業展開となり、わかりやすさをねらった説明が結果として收拾がつかなくなって混乱する場面となったりした。

授業内容の説明の困難さから、説明の省略をねらった ICT 活用であったが、その説明をさらに被せることによって同じような失敗をしてしまう場面が生じてしまう。彼らの反省にもあるように、ICT は見せるところに意味があり、言葉を介した理解の先にあるものに有効であるのかもしれない。それでも、ワークシートと同様に ICT 活用は単元や節のまとめとして活用することが、彼らにとって有効な教え方の手立てとして印象に残ったようだ。確かに、彼等の感じ取った授業の「難しさ」は技術的な課題であるのかもしれないが、それでは IT 君の「どんなことを伝えたくて教科書を読んでいるのか」「何を見せたくてやっているのか」という「授業とは何か?」の問いに回答したことにはならないだろう。

他方で、説明や作業の効率化を図って現場ではよく「ワークシート」が作成されている。往々にして実習生は「ワークシート」に走りがちな傾向がある。それは、自分では内容がわかっているという自負があるのだが、いざ実際に教えてみると「伝わらない」「伝えられない」もどかしさに襲われるのである。「ワークシート」にまとめるのは、内容の「取捨選択」が自分の教える基準によって行われるために、O 君が言うように「ワークシートが難しく、自分らで作っているときは何ら違和感がないときでも生徒の目に入ると、意味がわからなかったり間違った伝わり方をしたりと、伝えたいことがまっすぐ伝わらない。」といういらだちに遭遇するようだ。そのために、ICT は「自分がわかるように生徒にもわかる」という共通理解が、画面に提示されるコンテンツへの信頼から安心感が持てるのかもしれない。

しかし、IT 君が懐疑的になったように、それはワークシートに代わって ICT 活用が「組み込まれた」だけであって、「どんなことを伝えたくて教科書を読んでいるのかをきちんと生徒に伝える」根本の問題が言語化されて解決されない以上、その悩みは繰り返し再生産されるのではないだろうか。

それでは、実習生にとって「教科書を理解している授業」とは、どういう状態を意味しているのだろうか。さらに問いかけてみた。

[問]今回の教育実習は主として①対話を通して ②教科書の読み ③授業をどう組み立てるかを 考えてきました。T (筆者) との対話を通して、教職または数学教師についてどのような気付きがありましたか。また、実習当初からの自分の 4 週間の変化を聞かせてください。
・私は数学をなぜ学ぶのかを生徒に伝えられる教師になりたいと思っています。そのためにまずは、教科書を生徒に教えるために教材研究をしっかりとすることが大切だと気づきました。教科書がなぜその言葉遣いで、なぜその順番で単元の学習を進めさせているのかということを考え、ストーリーを組み立てて授業を行うことの難しさもわかりました。

これまでの模擬授業や実習が始まってすぐの授業では、その場を乗り越えれば良いというような考えが少なからずあったため、これまでの学習との関連や次の学習へのつながりなどはそこまで意識することができませんでした。しかし、1単元をこの1ヶ月で終わらせると考えたときに、どのように授業のストーリーを構成し、どこのポイントを外してはいけないのか、どこどこがつながっているのかなど、考えるべきポイントが多くありました。今回の授業では生徒に何を学ばせたいのかを毎回決めておかないと次の授業に繋がらないということもあり、どのポイントを押さえるのかを考えることが大変でした。

また、授業中に生徒の考えを引き出す発問が難しく、ふと答えてくれた面白そうな考えを拾うことができないこともありました。最初は授業を組み立てて、その授業をすることに必死でした。T先生に前で授業ができるようになってきたら、生徒の中へ入っていくようにとご指導いただき、生徒の考えから授業を組み替えていくようなこともできるようにになりたいと思いました。そのために、生徒の考えをよく聴き、よく観察するように心がけて授業をしました。まだ自分の授業に必死になっている部分も多いので、やるべきことはたくさんあると思っています。(Nさん)

・T先生との対話を通して、数学という教師はしゃべるのではなく数学を語れるようになると自ずと生徒がついてくると言うことに気づきました。また、授業とは関係ないかもしれませんが、それぞれのクラスにはどのような子たちがいて、彼らにどう対応すべきか、つまり多様な個性に応じて伝える工夫をする大切さにも気づきました。(中略)

2週目は、魅せる授業にするにはどうすればよいのかと考えたところ、GRAPESという無料グラフ作成ソフトを使い、生徒に「関数」を魅せることができるのではないかと考えるようになりました。実際にこの週からこれらを用いて授業を始めました。徐々に余裕が出てきて、生徒を見れるようになってきたのもこの週だったような気がします。(O君)

・今回の実習を通じて、数学教師とは知識を伝えるだけではなく知識の有用性や身の回りにある目には見えない数学の知識に気付かせてあげるという点に重点を置かないといけなことを気づくことができました。そのためにも数学教師はその分野を学ぶこととはどのようなことなのか、どのような良さがあるのかを持っておく必要があると感じました。

そして、数学教師が用いる言葉の取り扱い方の難しさについて学ぶことができた。今までは何気なく教科書に書いてある言葉を用いておけばよいという風に考えていましたが、なぜそのような言葉を用いるのかを考えることによって説明の際に生徒にとってわかりやすい言葉とはどのようなものなのかについてこの実習中に考えることができました。しかしながら、なかなかうまく言葉を選択することができず、説明のための説明を行ってしまうことが多々あったため、その点は今後も考えていかなければ

ならない課題であると感じました。そのほかにも、授業を組み立てていく際の心がけとして、教科書の流れをつかんでおくことの重要性についても感じました。どうしても授業を練る際に本時の授業のことについてのみ考えてしまうことが多かったのですが、そのような考え方をしてしまうと授業が1つずつ切りとなってしまい生徒にとって授業の流れをつかめなくなってしまうことに気づくことができました。そのため授業中に次回の授業につながる布石を打つことを今後うまくできるようになりたいと感じました。(IM君)

・T先生との対話を通して感じたことは、先生は長い時間を通して考えているということ、そして教科書から何を読み取るのか、何が今回の肝でありそこからどのように広げ、最終的に教科を超えての考え方を身につけさせていくのかという段階をきちんと見ていくということを学びました。そして、今回の実習で教科を超えての考え方を身につけるという授業の一端を最後の授業で行うことが出来たのではと思います。はじめは教科書をなぞることしかできませんでしたが、この4週間で少しはこの考え方を身につけることが出来るようになったのかなと思います。(IT君)

「数学を語れるようになると自ずと生徒がついてくる」と、O君が述べ、IT君は「先生は長い時間を通して考えている」それが「教科を超えての考え方を身につけさせていく」のではないかと考察する。またIM君の「本時の授業のことについてのみ考えてしまうことが多かったのですが、そのような考え方をしてしまうと授業が1つずつ切りとなってしまい生徒にとって授業の流れをつかめなくなってしまう」という実習生同士の反省から、Nさんは「教科書がなぜその言葉遣いで、なぜその順番で単元の学習を進めさせているのかということを考え、ストーリーを組み立てて授業を行う」ことへの示唆を得ている。附中数学科の教育実習は、同僚研修を基本としているので、実習生間の対話を通じた省察は「教えるとは何か」という本質的なところに迫っていく。

それでは、彼らが気付いた「語り」とは何だったのだろうか。また、「数学を語る」とはどういうことなのだろうか。これは、次章で述べる「稽古」につながっていく「型の習得」(ミメシス Mimesis ; 模倣)ともいえる。

例えば、「証明とは何か?」を語る場面、ここでは「合同」について述べてみたい。ときに、数学(ここでは証明)は対象理解のための認知構造を表現している。その意味で人と人とのコミュニケーション活動に準拠していると言える。

まずは、考えるべき対象に名づけをする。合同を考えると、「同じ」とはどういうことか?を、具体物から様々な衣装を捨象し、対象の抽象度を上げて概念化し、言葉の定義を行ったうえでどのように伝えるかを考えることである。また、合同を語るには、その語りのシチュエーション(situation)を要求する。

日常的な次元で考えれば、新しいクラスで出会ったBさ

んが私にとって「友人」と了解していいか？という判断のプロセスでもある。そのためには、私の中の「友人」という定義があって、「友人」というものの性質〔定理〕が語られ、「友人」の成立（認定）条件〔定理〕が決定される。このとき、証明とは、既存の友人 A さんに確信した友人の外的条件（辺）や内的条件（角）の組み合わせから、「友人の条件」を同定し、B さんとの比較の中に「友人」であることを読み解こうとするものである。その条件を満たしたとき、私は A さんと同様に、新しく出会った B さんもまた、新たな友人として安心して付き合えるのである。

このようなシチュエーションに引き寄せた語りを、ここでは「物語化」と呼ぶことにする。私たちは本質が捉えきれないものを理解しようとするとき「物語化」を行い、状況や意味を判断しているといえる。確かに、友人の話は数学ではないが、そこには数学の論理や構造が潜んでいる。「数学は何をしているのか？」は、確かに理解するには難しい。しかし、話題を喩える（物語化する）ことで「数学の語り（コンテクスト）」が生成する。実習ではその「語り」への気づきを目指している。

このような語りの節は、「むかしむかしあるところに…」という昔話の問題解決の語りにも似ている。これを、「昔話のメタファー（metaphor；隠喩）」として援用し、筆者は証明の原型として授業でしばしば言及する。つまり、シチュエーションに応じた問題解決のプロセスから真理（昔話は時に教訓であったりするが）に至るまでの語りの文脈に置き換えるとは、社会的文脈に読み替えたり、単元間のつながりや発展を読み解くことだけを意味しないのである。語りでのミメシスの中で、数学という学問構造が何を対象とした構築物かが展望され、理解されてくると考える。「語り」へのこだわりとは、「数学は何を考えているのか」、または「考えるとはどういうことか」の枠組みを捉える「型を習う」ことを目標としている。その意味で、授業とは文脈（コンテクスト）づくりの「稽古」と言える。

3. 稽古の持つ意味

筆者は、宮城県仙北・岩手県一関地域での和算の調査を通して、なぜこのような辺境の農村部で和算が広く、長年月にわたって学び続けられてきたのかに関心を寄せてきた。そこには、「解法の着想や美を面白がる」寄り合う座（学びの共同体）があり、解題を得て自らも面白さに夢中になることによって「算勘と工夫」⁽¹⁾の知を育み、磨かれていく。そのための教材（題材）の工夫がある。型から入って、免許皆伝までのプロセスがある。これは、芸事や「道」のつく世界の稽古に近い。そうであるように、和算を嗜む人たちは着想を磨く和歌も嗜んでいる。

そして、稽古の知は「使えるようになる」ことを目指した（外部観測）その先の「勘がへや工夫」が生まれてくる地平を要求する（内部観測⁽²⁾）。型に習熟させると、執着が生まれるので、その執着を手放すことを稽古は要求する。

授業では常に「これ以外の何か面白い方法はないですか？」と、思考の反転を促すようにしている。これは、教室の問題解決の現場でなければ意味を持たない言葉である。

ここで、「稽古」の前提となる実習生やインターン学生と指導教員との関係を考えてみたい。松岡(2013)は、世阿弥「花鏡」から引用して次のように述べている。

“師の条件は3つある。それは、第1には「下地の叶ふべき器量」をもつこと、第2に「心にすきありて、この道に一行三昧になるべき心」をもてること、第3に「この道を教ふべき師」がいることである、と。「心にすきありて」とは数寄の心をもつという意味である。

芸の師と芸の習得者は、片方の長所だけでは成り立たない。世阿弥は稽古や修業には陰陽和合の気持ちが重要で、それによって初めて「相応成就」が実っていく。能に学び、能をたのしむことは、相思相愛することであって、相互編集の世界をまっとうすることなのである。”（松岡正剛「千夜千冊」）

「下地の叶ふべき器量」とは、教える覚悟と学識の深さ・造詣が備わっていることと理解すればいいだろう。数寄とは、「なぜ」「どうして」「どのようにして」を嗜む心の傾向。そして、その師がまた誰に師事したのか。これを流派と呼ぶもので、和算がまさに何流にも分かれてそれぞれの免許皆伝を与えている。教師の学びの履歴、数学をどう（何をお手本として）学んできたのかが必要条件として問われている。十分条件は、後段の「相互編集」と言えるだろう。

4節では、後段の「相互編集」について、昨年度から長期インターンシップ（弟子入り制度）に入っている K 君の記述から「稽古」の特徴を導き出し、教員養成への知見を導き出したい。

4. メネラウスの定理へのこだわり

相似の授業は、表1に示した「三角形と線分の比」の図1のピラミッド型の三角形の物語として、授業が構成され語られていく。表1は、その流れを図案化したものである。

ここでは、相似の締めくくりとして「チェバの定理とメネラウスの定理」を扱った授業を長期インターン生の K 君と取り組んだ際の K 君の記述から「稽古」について考察する。

■授業実施日 2019年11月6日（水）

1時間目（3年2組）教師が前半（25分）授業をし、後半（25分）K君が授業の続きを行う。

2時間目（3年3組）教師は導入（10分）だけをし、その後 K 君が授業の続き（40分）を行う。生徒が躓きがちな個所では、教師がサポートに入る。

3時間目（3年4組）教師はポイントガイドとして入るだけで、授業は K 君が行う。

■授業内容 導入はすべて前時で習った「重心」を復習する中で、重心をめぐる比の特徴「1周回って1（ワン）」（ここではメネラウスの定理を「内環状線」、チェバの定理「外

環状線」と呼ぶ)を生徒に見せて、一般化への拡張を促していった。

2, 3 組は一般化へと比較的容易に進めることが出来たが、4 組では、生徒が重心に固着して、理解が進まない現象が起きた。なぜ、このような違いが生じたのか。授業後、教師が行った授業と、K 君の授業での、一般化へ導いていったプロセスのどこに違いがあったのかを考察する機会を設けた。

[先生 (筆者)] 2 組と 3 組でクエスチョンのタイミングに違いがあった。2 組では、平行線の補助線を引いたところで、証明ができるか投げかけた。が、3 組では、1 つの比の値を置き換える手順を示した後で、もう 1 つがわかるかという質問だった。

2 組→3 組→4 組と進むにつれて、証明で理解が難しい部分を図で解釈させていた。2 組では、平行線と線分の比を「たけのこ型」の図で抜き出していた。3 組では、それに加え面積比を用いた証明で、「分母分子に同じものがあり約分できる」を「どの三角形も 2 回ずつとってきたから約分できる」と置き換えた。さらに、4 組では、チェバの定理の証明では、同じように証明式がわかりやすいように図式で表していた。

[自分 (K 君)] 2 組では、メネラウスの定理、面積比を用いた証明を説明→複雑にしてしまう。チェバの定理の証明を説明。

3 組では、メネラウスの定理の証明 2 種を説明。チェバの定理の証明を説明→説明の 50%を補助してもらおう。

・4 組では、導入、三角形の重心の話からチェバの定理の証明まで。→生徒の躓きを先生に解消してもらおう。

2 組→3 組→4 組と進むにつれ、補足が必要な箇所が増えていった。例えば、比の式と比の値の関係、底辺比と面積比のブーメラン型など。今回の授業はメネラウスの定理とチェバの定理の存在を証明によって確かめることがポイントだった。しかし、証明の所々に難解な部分もあり、そこに時間が取られるあまり、結局、していた事がわかりにくい授業だった。

4 組では、証明に入る前に授業の流れが止まった。メネラウスの定理を証明することに生徒が抵抗を感じたからだ。めあてを明確にしていなかった事で生徒に授業の流れをつかませることができなかつたと感じる。導入部分で、

- ①メネラウスとチェバの定理があります。
- ②三角形の各点から中線を引いたとき成り立ちます。
- ③一般的に成り立つのか? →証明・・・と始めたが、これを②三角形の各点から中線を引いたとき、一周まわってワンが成り立ちます。
- ④一般的に成り立つのか? →証明
- ①これをメネラウスの定理、チェバの定理といいます。
の順にしていたら、無駄な躓きは省けたのではないか。

K 君による教師の観察の記述と K 君自身の内省の記述との違いは「説明」という言葉に表れている。K 君は、「こ

よ」と、生徒にその証明や使い方をわからせようと「説明」している。そのため K 君は、いかに知識を伝達するかと「手段」についての考察に向かっている。それが、「教え方の順序を変える」という形にあらわれてくる。つまり、説明の 1 つ 1 つが分節化してしまっているのである。K 君は、単純に接続詞によって授業をつなげていく技術を模索しているように見える。これを「伝達 (Transmission)」の言葉とし、教授の第 1 段階とする。

他方で教師側は、既習知識とメネラウスの定理やチェバの定理のつながり、またメネラウスの定理とチェバの定理のつながりに生徒の意識を向けて、その間に何かあるのかを考えてみることを促している。それが、「解釈させる」「抜き出して」「置き換えた」「図式で表していた」という言葉となって教授行為が表現されている。これを、教師と生徒間の「交流 (Transaction)」の言葉とし、教授の第 2 段階とする。

《交流》型は、生徒が一方向的な受け手にはならず、教師と生徒、そして生徒間で「なぜ?」「どうして?」を共有し、交流しながら学ぶ過程である。この双方向の過程で、教師と生徒がともに問題解決や知識探求しながら学んでいく。この段階では問題が直接的に生徒の内面に関わっているかはあまり問題としない。むしろ教師側の問題提起より、刺激された生徒たちの交流の中から出てきた「思いつき」や「考え方」を楽しみ、「なぜそう考えたのか?」「なぜそうつながったのか?」を抽出し、話し合う。教師自身もまた、その交流を楽しむとともに、教授内容と共に生徒個々の考え方への理解も深めていく。生徒に行為 (目の付け所や考え方の技術) を促している様子が、K 君の当事者性として観察記録されたと言える。

ところで、K 君も記しているように教師側もクラス毎に授業の展開が変わっている。それは、K 君 (そして生徒たち) との交流を通じた「相互編集」によって授業展開が編み直されていることを意味している。教師の語りからも、相互編集への参画からも、K 君は少しずつ内省し確かめながら、文脈を大切にしながら授業構成の物語化を習得しようとしている姿が記述からうかがえる。教育実習期間中は、時間的な制約もあって教授の第 1 段階で終始する。しかし、長期インターン生である K 君のように、長期にわたる授業観察 (年間 50 回程度) と、指導教員との授業の見方や指導方法の工夫を読み解く検討会の経験を通して、K 君も教師も授業と授業の接続の合間に相互編集に自然と導かれていく。ここに、「相応成就」の段階を読み取ることが出来る。

ところで、一般的には普通の教授法は第 1 段階を中心に取り組まれている。また、新学習指導要領にもみられるように、「アクティブ・ラーニング」という形で数学科の教授法や学び方として取り上げられ、第 2 段階を目標とした教授法として位置づけられる。だが、「稽古」の視点からは、授業にはさらに第 3 段階と呼べる段階がある。

メネラウスの定理を習うと、子どもたちはそれが使えないかとまず問題を見てしまう。そこで、教師は第 2 段階か

らの脱文脈化を促してみる。従来の外からの観察からではなく、その問題や問題が置かれているシチュエーションから聴こえてくる内側から語りかけてくる声を読み取らせようとする。このような授業は、結果が必ずしも読めるわけではないので、意図的でもあり、非意図的でもある。ここに、「稽古」として数学授業を読み解いていく醍醐味と可能性がある。

例えば、1次関数の交点の図を見たとき、一般的に私たちは座標平面上から、または連立方程式の手順で考える。そうではなく、白紙の状態から図から創発されるものの声を聴こうとする。または、読み取る。これは自他（ここでは私と図の境界）が融ける状態（変容 Transformation）を意味し、メネラウスの定理で図を解釈するのではなく、図がメネラウスの定理を語りだす（内部観測）ことに気づくのである。

図形で扱ったメネラウスの定理が、1次関数の交点に現れ、連立方程式を使わなくても算術範囲で解けるとは想像もできなかった。だからこそ、その脱文脈化した気づき、着想への感動は大きく、さらなる精神的な高みへと学びの変容を導いていく。それは、相互作用として教師もまた変容を促されてくる。ここでは、誰が教授しているのか、教授されているのかの境目が見出しにくい。ともに探究者として教室にいる状態となる。このときに発する言葉は、「あっ」という感嘆の言葉かもしれないし、「メネラウスだ」という1語にしかならないような、言葉の向こう側に数学の深淵を見てしまった無分節な言葉の表出である。

本稿では、誌面の都合で脱文脈化へのジャンプについての考察まで届かなかった。個人的な思いを記しておくならば、受験用雑誌に「高校への数学」がある。この雑誌の特徴は、「見方・考え方」の工夫や別解に執拗なまでのこだわりを読者に要求してくる。「高校への数学」の門人となり「数学稽古」をしている感覚になる。そして、数学修業の最後に「チェバ・メネラウス」の面白さをひも解いて、脱文脈に読者を連れ出し宙刷りにして終わる。雑誌は多くを語らないが、つき合った読後感は格別である。主体的な学びとは、この宙刷り状態の自分の向こう側にある学びであろうという手応えを残すのである。

5. さいごに

以上の考察から、稽古による脱文脈化のプロセスを、創発に導かれる江森(2006)の数学学習における「コミュニケーションの連鎖」に重ねて読み取るのであるが、それは「対話的で主体的な学びとは何か」という新学習指導要領の主題へ、教員養成の課題から導かれる本質的な問いになるだろうと考える。

註

(1) 「算勘と工夫」は、『「算勘」と「工夫」 - 江戸時代の数学的発想』（西田知己・研成社・1994）に出て

くる、江戸時代の和算家の考え方の特徴。「勘」を、西田は「勘がへ」とも表記している。なお、「勘」については、「勘の研究」（黒田亮・講談社学術文庫・1980）が、教授の第3段階の意味を理解する上で、その精神的深さ「覚」への洞察として参考になる。

(2) 内部観測は、主客が分離している一般的な「外部」からの観察と区別して、「内部」という今現在に起こっている経験であり、まさに今進行しつつある経験の局面を対象とする。即ち、内部観測によって捉えられ、記述されるものとは、常に運動の最中にあり、進行中の事象として生成される「いま、ここ」の気づき（創発）であり、不確実な持続にその特徴をみる。

引用参考文献

- ・高校への数学編集部（1985）「図形のエッセンス、東京出版
- ・小島寛之（1989）「高校への数学 解法のスーパーテクニック」、東京出版
- ・O.F.ボルノウ（2009）「練習の精神」、北樹出版
- ・西平直（2019）「稽古の思想」、春秋社
- ・松岡正剛（2013）「松岡正剛の千夜千冊」《西平直世阿弥の稽古哲学》 イシス編集学校 <https://1000ya.isis.ne.jp/1508.html>
- ・江森英世（2006）「数学学習におけるコミュニケーション連鎖の研究」、風間書房

