

# 放物線を題材とした教材開発

－ 「ウィンタースクール 2019 in 曾爾」における実践報告 －

大谷恒登・寺西柚稀・中原由貴

(奈良教育大学 数学教育専修)

片岡佐知子

(奈良教育大学 理数教育研究センター)

釣井達也

(大阪人間科学大学 人間科学部)

Development of Teaching Material of Parabolas for Junior High School student:  
Practice Report of Winter School 2019 in SONI

Hisato OTANI, Yuzuki TERANISHI, Yuki NAKAHARA

(Mathematics Education Specialization, Nara University of Education)

Sachiko KATAOKA

(Center for Education Research of Science and Mathematics, Nara University of Education)

Tatsuya TSURII

(Faculty of Human Sciences, Osaka University of Human Sciences)

**要旨:** 奈良教育大学理数教育研究センターは、曾爾村との連携協力事業の一環として、「ウィンタースクール in 曾爾」を平成 17 年より毎年、実施している。これは、本学の特色プログラム「新理数プログラム」の履修生が理科や数学をテーマとした授業を自ら企画し、曾爾中学校で実践する事業である。2019 年 3 月に開催したウィンタースクールで、筆者らは放物線をテーマとした授業を実践した。中学生が体験的に放物線について学習することを目的とし、放物線の性質を生徒自らが探求できる教材を開発した。本稿では、開発した教材と授業実践について報告する。

**キーワード:** 放物線 Parabolas  
数学教材 mathematics teaching material

## 1. はじめに

奈良教育大学理数教育研究センターは、曾爾村との連携事業として、平成 17 年より「サマースクール」および「ウィンタースクール」を実施している<sup>1)</sup>。サマースクールでは、曾爾小学校、曾爾中学校の児童・生徒を対象に、ウィンタースクールでは曾爾中学校の生徒を対象にして、学生が授業を実践する。これは、奈良教育大学特色プログラムである「新理数 スーパー・サイエンス・ティーチャー(SST)」の一環として実施しているもので、新理数 SST の履修生は 2~3 名の班に分かれて、理科や数学をテーマとした授業を学生自ら企画し実践する。

昨年度は「ウィンタースクール 2019 in 曾爾」を、2019 年 3 月 6 日(水)に開催した。学生らは 4 班にわかれて、理科や数学を題材とした授業を実践した。本稿では、その中の一つとして実施した放物線の授業における教材開発および実践内容を報告する。

## 2. 授業の概要

### 2. 1. 放物線

放物線とは、「平面上で、ある定直線  $L$  とその上にない定点  $F$  から等距離にある点の集合」と定義される。このとき、定直線  $L$  は準線、定点  $F$  は焦点と呼ばれる。今回の授業では、放物線における二つの性質を取り上げた。

(性質 1)

焦点  $F$  から放物線上を經由して、 $y$  軸に直交する直線までの距離は、どのような経路をとっても等しい。つまり、図 1 において  $FA + AP$  は  $A$  が放物線上のどこにあっても一定である。

(性質 2)

焦点  $F$  を通る直線は、放物線上で反射した後、 $y$  軸と平行な直線となる。つまり、図 1 において、 $y$  軸と  $AP$  は平行である。

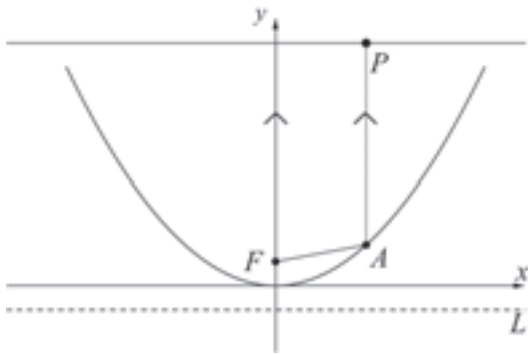


図 1：放物線の性質

## 2. 2. 授業目的・指導について

授業の概要を以下に示す。

- 日時：2019年3月6日（90分授業）
- 指導者：中原、寺西、大谷  
(2回生2名が補佐として参加)
- 生徒：8名(3学年複合クラス)  
2班にわけて活動

本授業では、数学の内容や数学的性質が、日常生活でも利用されていることを確かめてもらうことを主目的としている。上述の放物線の性質は、

「焦点から出たどの光線も、放物線で反射した後、同じ時間に  $y$  軸に直交する直線に到達する。」  
 「焦点から出たすべての光線は放物線で反射した後、互いに平行な光線となる。」

にそれぞれ対応する。そこで、これらの性質が確認できるような実験を考案し、オリジナルの教材を開発した。また、教材開発のねらいを、「生徒が主体的に取り組むことができること」とした。実験内容・開発教材の詳細については後述する。

指導にあたっては、対象が中学校第1学年から第3学年の複合クラスであり、放物線について学ぶのは第3学年であることから、放物線とはそもそもどのような曲線なのかということから始める必要がある。また、性質1の証明は、高校3年生で習う準線や焦点の存在、放物線の数学的な定義が必要となるため、理論的な部分を可能な限り簡略化した穴埋め形式の証明を行うことで、イメージでの理解の定着を図った。授業の展開計画案を表1に示す。

## 3. 教材の開発

以下の二つの観点に基づいた実験で用いる教材の開発を行った。

(実験1) 放物線の性質を理解するための基礎実験

(実験2) 放物線の性質が日常生活で利用されていることを知る実験

### 3. 1. 実験1の教材開発

先に述べた放物線の性質より、「 $y$  軸に平行な光線は、放物線で反射した後に必ず焦点を通る」ことが言える。これは放物線の重要な性質の一つであり、日常的に放物線が利用される際にもよく使われる。この性質を確かめる実験教材例はすでにいくつかあったものの<sup>2)</sup>、「生徒が主体的に取り組む」というねらいを達成するため、新たに以下のような実験を考案した。

(実験1-1)

放物線の軸と平行に転がったビー玉が放物線で反射した時、どのような軌道を描くのかを観察する。

(実験1-2)

放物線の軸と平行になるように入射したレーザーポインターの光が放物線で反射した時、どのような軌道を描くのかを観察する。

実験で用いる器具は、一から自作した。

実験の目的は、生徒自身に焦点を必ず通ることを気づかせることである。また、生徒にとって机上の理論でしかない放物線という概念を、よりリアルなものと感じてもらうには、実験を通して、生徒自身が楽しみながら探求することが効果的だと考えた。そこで、実験1-1では、生徒にも操作が容易なビー玉を用いた教材を作成した。

実験1-2では、レーザーポインターの光であれば、確実に目視で焦点を通ることが確認できる。さらに、焦点の位置も確かめられることから、実験1-1で生徒らが推測した放物線の性質を追認する、という位置付けで用いた(図2)。



図 2：作成した実験1の教材：斜面上のどの点からビー玉を転がしてもビー玉は必ず焦点を通る(左)。同様の実験を、レーザーポインターを用いて行う(右)。

どちらの実験でも放物面を作成する必要がある。最初の段階では、木材を加工して放物面を作成しようとしたが、精度がそれほど高くなかなかたこと、作成に時間がかかりすぎることから断念した。加工をする際に最も容易で、なおかつ生徒の安全も考え、紙を使うことにした。強度の面から段ボール、そして自在に曲げることが

出来る点からリップルボードを採用してみると、精度は高まった。しかし、実験 1-1 ではビー玉が放物面で反射せず、斜面に沿って転がった。反射面でのビー玉の横すべりを減らすために、包装用の発泡シートを用いたところ上手くいったため器具が完成した。

### 3. 2. 実験 2 の教材開発

「放物線が日常で使われていること」を体験的に学ぶ教材として、当初は、大きなパラボラアンテナのようなものを二つ作り、音を飛ばしてキャッチするという実験を計画していた。しかし、時間や加工できる素材の確保、実験精度の改善が容易ではなく途中で断念することになった。それまでは、インパクトのある演示実験教材を検討していたが、方針を転換し生徒一人一人が持ち帰ることができ、授業終了後に生徒自身が学ぶことができる教材を検討することにした。そして、生徒たちにとって身近であり、かつ安全に実験ができるものは何であろうかと考えた時に、まず浮かんだのが懐中電灯だった。

しかし、単に市販の懐中電灯を渡すだけでは、放物線が利用されているということを確認するにとどまり、放物線の性質を本当に理解できるとは限らないと考えた。そもそも市販の懐中電灯は、光の平行線で明るく照らされるようになっている。

そこで、生徒自身が作成でき、放物線がどのように利用されているのかを見出す教材がないかと先行事例を調べてみたが、適当なものは見当たらなかった。よって、簡単にかつ安全に作成できる懐中電灯を自作することにした。

とはいえ、放物面を一から作成することは容易ではない。ある程度の強度があること、また光を反射するような適当な素材を見つけるために悪戦苦闘した。最終的には、ペットボトルの上部、中でも炭酸飲料のペットボトル容器の形状が、ほぼ放物線になっていることから、ペットボトルを素材として選択した。光を反射させるために、アルミホイルをペットボトル内にはりつけた。また、光源には豆電球を用いることにした (図 3)。

さらに、放物線の性質が利用されていることを、わかりやすくするための工夫として、光源の位置を動かせることができるようにした。生徒自らが光源の位置を変化させて、明るさの変化を確認できる。焦点に光源がなければ、光源からの光はランダムに反射されるため暗くなり、焦点に光源がくると、平行な光により明るくなることが理解できる。

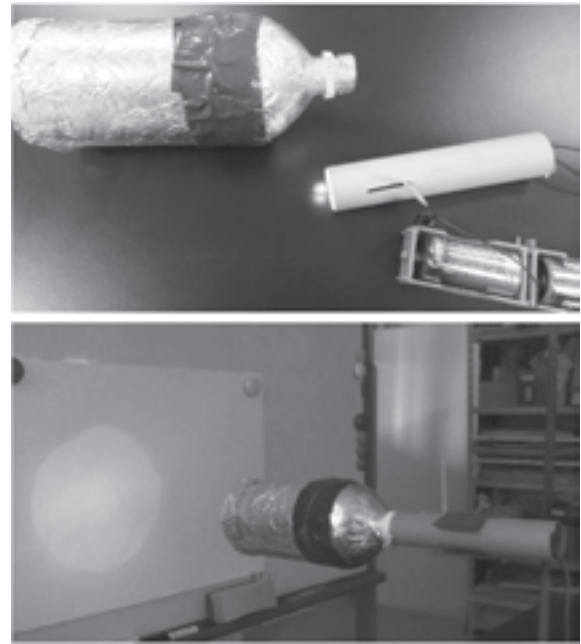


図 3：実験 2 の教材。ペットボトル上部の形状が放物線になっていることを利用した懐中電灯。レバーで光源の位置を変化させた時の明るさの変化を観察する。

### 3. 3. 実践結果とまとめ

生徒は 2 班に分かれて実験を行なった。授業の様子を図 4 に示す。実験 1-1 では、初めは一つのビー玉を転がして観察を行なった。気がついたことを班内で話し合う活動を行ない、様々な意見が出たが議論が思うように進まなかったため、指導者からビー玉を二つ転がすように助言した。二つを同時に斜面から落とすと、焦点で衝突することから焦点の存在に気がついたようだった。さらに、実験 1-2 で先ほど、推測したことを確認できた様子で、どちらの実験についても、目的は概ね達成されたと考える。一方で、助言を出すタイミングや助言内容に課題が残った。生徒自身が放物線の性質に気づくことをねらいとしていたが、指導者側からの助言がやや誘導的になってしまった節がある。

実験 2 では、懐中電灯のどの部分に放物線が利用されているかを確認するために、各班に配布した市販の懐中電灯を分解させ実際に使われている部品を取り出して確認した。生徒たちは、形を見て光を反射させる部分が放物線であることに、すぐに気がついていた。

次に、この部品は放物線のどの性質を利用しているかを考えさせたところ、一人の生徒が性質 2 を利用していると気づいた。性質 1 の方は利用されていないかを考えるよう促したところ、「光が平行に進むことは性質 2 だから性質 1 は使われていないのでは？」といった意見や、「性質 1 も学んだから使われているだろう」という意見が出た。

表 1: 授業の展開計画案

時間	教師の指導、支援	学習活動（生徒の活動） （生徒の主体的な活動は*で表す）	留意点
0分	1.放物線についての紹介	○動画や画像で放物線の形をみせる	・放物線を学習しているのは3年生だけであるため、1・2年生にもわかりやすい表現で行う。
	放物線の性質を理解し、放物線の性質が日常生活でどのように使われているかを理解する。		
10分	2.実験 1-1 ・ビー玉が焦点を必ず通っていることに気づく。	*実験 1-1 を班ごとに行う *気づいたことをワークシートに記入 *記入したことを班ごとに発表	
20分	3.実験 1-2 ・レーザーポインターの光がすべての焦点に集まることを確認する。	○実験 1-2 を行い、実験 1-1 の気づきを確認しつつ、レーザー光でも同じ動きをすることを確かめる。	・レーザーポインターの光は直接見ないように徹底する。
25分	4.焦点と準線(放物線の定義)の説明 ・焦点と準線を学習するのは高校数学であるため、全員が未知であることに注意する。	*ワークシートに記入	
37分	5.放物線の性質 1 ・長さを図ることで、性質 1 が成り立っていることを確認させる。	* FA+AP の長さを図る *ワークシートに記入	・今回扱っている放物線の性質は両方とも現段階では証明できないが、証明可能であることは述べる。
45分	6.放物線の性質 2 ・2点間の距離を求めるなど証明の内容が難しいため、紹介程度にとどめる。		
53分	7.実験 2 ・実際に簡易懐中電灯を作り、放物線かがどのように活用されているのかを確認する。	*懐中電灯の作成	・放物線がどこに隠れているのかを確認しながら進める。 ・放物線のどの性質が用いられているのかを確認する。
75分	8.まとめ ・日常生活において身の回りには多くの数学が使われていることをまとめとする。		
90分			

そこで、性質 1 が利用されているならどのように使われているかを考えるよう促したが、なかなか意見がでなかったため、問いかけを「性質 1 が利用されていないならどうなるか」に変更し、再度、考えるように促した。話し合いの結果、「平行線が同時に進まなければ、光の明るさが変わってしまう。光の量がかわってしまう。」という結論に落ち着いた。ここで、性質 1 がどのようなものだったかを振り返り、性質 1 が利用されていないと光の明暗にばらつきが出ることを説明するとともに、自作懐中電灯を用いて光源の位置を変化させ、明るさの変化を確認した。実際に、電球を動かし、電球が焦点の位置にあるときとそうでないときに、明るさの違いは一目瞭然であり、生徒たちから驚きの声が上がっていた。

生徒が活動に取り組む様子から、実験 2 についても、ねらいは概ね達成できたと考える。また、曾爾中学校の教員からは、手作りの教材に対して好意的な評価をいただいた。



図 4：授業の様子。実験 2 に取り組んでいる。

#### 4. 今後の課題

生徒の主体的な活動をサポートするためには、適切な問いかけと助言が不可欠である。本実践では、指導者か

らの発問がきちんと伝わっていないと思われる場面や、助言が誘導的になってしまった部分があった。指導法や授業の進め方を検討し直す必要がある。

ビー玉の反射実験では、包装用の発泡シートを用いたことで反射面での滑りの影響がおさえられ、反射したビー玉が一点を通ることは確認できるようになった。しかし、理論上の焦点の位置と、実際にビー玉が通った点にずれが生じた。この要因として、衝撃が吸収されてしまったことが考えられるため、別の素材の利用を検討する。

また、今回の教材は「ウィンタースクール 2019 in 曾爾」での授業実践を前提に開発したが、授業後に教材や内容に関するアンケートを実施しなかった。今後、本教材を用いた実践の機会を設けて、教材の有効性について評価していきたい。

さらに、ウィンタースクールでは 90 分の授業を行なったが、中学校数学の放物線の単元でも利用できるような通常の 50 分授業の指導案を作成する。高校数学への接続を考慮した中学校数学の教材となるよう、引き続き教材や指導案の改良を行っていきたい。

#### 参考文献

- 1) 松山豊樹 (2008)、「新世紀の理数科教育システムの開発」、奈良教育大学次世代教員養成センター研究紀要, 第 17 号, pp. 137-143.
- 2) 岡田真子, 愛木豊彦 (2008)「高校生を対象とした 2 次曲線を題材とする教材の開発と実践」, 岐阜数学教育研究, 第 7 号, pp. 48-59
- 3) 佐藤雅彦, ユーフラテス (2010)「日常にひそむ数理曲線」, 小学館