

## はしがき

私たちは、平成 19 年度から平成 21 年度にわたる 3 年間、日本学術振興会科学研究費補助金・基盤研究 (A)「わかる数学の授業を構築するための基礎研究～小中高接続の重点化を通して～」(課題番号 19203037)において、中学校及び高等学校における数学の授業を改善するための研究をしてきました。ここにその成果を報告させていただきます。

この報告書は、次の 5 章から成り立っています。

第 1 章は、「わかる」についての多面的調査・研究で、先行研究の調査やフィンランドの教育についての調査などをまとめました。第 2 章は、教員の「わかる」についての意識調査についての分析をまとめました。第 3 章は、本研究において「わかること」をどのようにとらえているかについてまとめ、分野ごとに「わかる」の特長を示しています。第 4 章では、「わかる授業」の実践例をまとめています。第 5 章は、わかる授業の評価についてまとめています。

この研究を進めるに当たりましては、「教員の意識調査」を行い、全国の公立小学校、中学校及び高等学校の先生方から貴重なご意見をいただきました。心より感謝の意を表します。

この報告書が、中学校や高等学校におけるこれからの「わかる数学の授業」の構築を進めていく上での一つの視点として役立つことを心より願っております。

なお、最後になりましたが、報告書をまとめるに当たりまして、研究メンバーの皆様にご協力・ご支援いただきましたこと、あわせて御礼申し上げます。

平成 22 年 3 月

研究代表者 吉田 明史

奈良教育大学大学院教育学研究科・専門職学位課程教職開発専攻・教授

## 研究メンバー一覧（平成22年3月現在：五十音順）

### 研究代表者

吉田 明史 奈良教育大学教育学研究科専門職学位課程教職開発専攻 教授

### 研究分担者

飯高 茂 学習院大学理学部 教授  
市原 一裕 奈良教育大学教育学部 准教授  
一楽 重雄 横浜市立大学国際総合科学部 教授  
今岡 光範 広島大学大学院教育学研究科 教授  
岡部 恒治 埼玉大学経済学部 教授  
勝美 芳雄 帝塚山大学現代生活学部 教授  
國宗 進 静岡大学教育学部 教授  
熊倉 啓之 静岡大学教育学部 教授  
佐々木 徹郎 愛知教育大学教育学部 教授  
重松 敬一 奈良教育大学教育学部 教授  
長尾 篤志 国立教育政策研究所教育課程研究センター研究開発部 教育課程調査官  
長崎 榮三 静岡大学大学院教育学研究科 教授  
永田 潤一郎 国立教育政策研究所教育課程研究センター研究開発部 教育課程調査官  
山口 武志 広島大学大学院教育学研究科 准教授  
渡邊 公夫 早稲田大学教育・総合科学学術院 教授

### 研究協力者

上田 喜彦 天理大学人間学部総合教育研究センター 准教授  
宇都宮 真 大阪市立夕陽丘中学校 教諭  
梅田 英之 静岡県立静岡商業高等学校 教諭  
大室 敦志 奈良教育大学大学院教育学研究科 院生 M1  
川内 充延 葛城市立新庄中学校 教諭  
川口 慎二 奈良女子大学附属中等教育学校 教諭  
近藤 裕 奈良教育大学教育学部 准教授  
四方 敏幸 奈良県立奈良高等学校 教諭  
芝野 雄大 奈良教育大学大学院教育学研究科 院生 M2  
正田 實 日本数学教育学会（元文部省主任視学官，滋賀大学教育学部教授） 名誉会員  
高井 吾朗 広島大学大学院教育学研究科 院生 D 2  
田中 友佳子 奈良女子大学附属中等教育学校 教諭  
椿本 剛也 奈良県教育委員会事務局学校教育課 指導主事  
西仲 則博 奈良教育大学附属中学校 教諭  
西村 圭一 国立教育政策研究所教育課程研究センター基礎研究部 総括研究官  
八田 弘恵 渋谷教育学園幕張中・高等学校 教諭  
藤本 禎男 和歌山市立野崎小学校 校長  
廣瀬 保善 奈良県教育委員会事務局学校教育課 課長補佐  
松尾 孝司 奈良県教育委員会事務局学校教育課 主幹  
丸井 理恵 生駒市立生駒中学校 教諭  
向井 慶子 滋賀大学教育学部 講師  
逸見 幸弘 藤村女子中学・高等学校 教諭  
横 弥直浩 奈良女子大学附属中等教育学校 教諭  
横澤 克彦 長野県上田千曲高等学校 教諭  
吉岡 淳 奈良県立教育研究所 研究指導主事  
吉次 憲保 大阪市立夕陽丘中学校 教諭

# 目 次

はしがき	i
研究メンバー	ii
研究の目的・方法	1
研究の概要	6
第1章 「わかる」についての多面的調査・研究	
第1節 日本数学教育学会誌調査	17
第2節 「理解論争」	98
第3節 「メタ認知」からみた「理解」	122
第4節 フィンランドの教育について	142
第2章 教員の「わかる」についての意識調査・分析	
第1節 意識調査における選択肢項目の分析	II- 1
第2節 意識調査における自由記述項目の分析	II- 49
資料 各項目集計及びクロス集計の抜粋	II- 58
第3章 本研究における「わかる」	
第1節 「わかる」とは	154
第2節 「わかる」とメタ認知	160
第3節 分野ごとの「わかる」	
3-1 数式(代数)分野	172
3-2 図形(幾何)分野	184
3-3 関数(解析)分野	196
3-4 確率・統計分野	212
第4節 数学者から見た「わかる」	
4-1 数学者による高校の授業	220
4-2 大学生に対するゼミ形式の指導	270
4-3 数学者からの提言	286
第4章 わかる授業の実践	
第1節 わかる授業のための教材研究	
1-1 小学校と中学校の接続	IV- 1
1-2 中学校と高等学校の接続	IV- 28
1-3 教材開発	IV- 39
第2節 わかる授業の実践的研究	
2-1 教員研修	IV- 86
2-2 教員養成	IV- 92
2-3 数式(代数)分野	IV-116
2-4 図形(幾何)分野	IV-181
2-5 関数(解析)分野	IV-213
2-6 確率・統計分野	IV-319
第5章 わかる授業の評価	
第1節 学力調査等にみる理解の把握	332
第2節 学習の評価	366
第3節 授業の評価	
3-1 「わかる授業」と評価	380
3-2 「わかる授業」のためのチェックリスト	400

# 研究の目的・方法

## 1. 研究の目的

本研究の目的は、中学校及び高等学校における、わかる数学の授業を構築するための基礎研究として、小学校、中学校及び高等学校の接続等について、内容及び指導法の両面から考察し、指導内容の体系化、教材開発・指導方法の改善工夫について、研究授業を組み込みつつ実践的な研究をすることにある。

その際、中学校及び高等学校の「わかる授業」に関する教員の意識を踏まえ、県教委等とも連携し提案が具体的に実践されるように留意した。

## 2. 研究の方法

### (1) 「わかる」ということについて

本研究で用いている「わかる授業」の「わかる」ということについては、第3章で詳細に述べることになるが、簡単にこの言葉の意味を説明しておきたい。

数学教育においては、これまで「理解」についての先行研究は数多くある。奥(1989)によれば、昭和20年代の数学教育において「理解」が強調されたが、もともとの原語の意味は、UnderstandingではなくGeneralizationであると指摘する。つまり、「いろいろの事柄の関係から一般化されたのが理解」ということである。また、「理解」の対象としてもっとも重視すべきものは、数学の「原理・法則」とであると論じている。さらに、「理解」の類義語として、「了解」「会得」「理会」があるとし、このうち「理会」は、明治33年の小学校令施行規則(文部省令第14号)に「算術ヲ授クルニハ理会ヲ精確ニシ運算ニ習熟シテ…」と記載されるなど、戦前の数学教育の目標を示す法規上の記述に多くみられたが、戦後になって、社会科の影響を受けて「理解」が本格的に使われるようになったと指摘する。(第22回数学教育論文発表会資料より)

本研究では、「わかる授業」を追究する際に、「わかる」が日常的に多様に用いられていることを踏まえ、まず、「わかる」ことの中に「理解」することがあるととらえた。

### (2) 「わかる授業」を構築するために

指導目標にかかれる「理解」を考えるときには、目標達成のために、何を(対象)どのように指導(工夫)し、その結果生徒が本当に理解できたのかの確認が問われる。

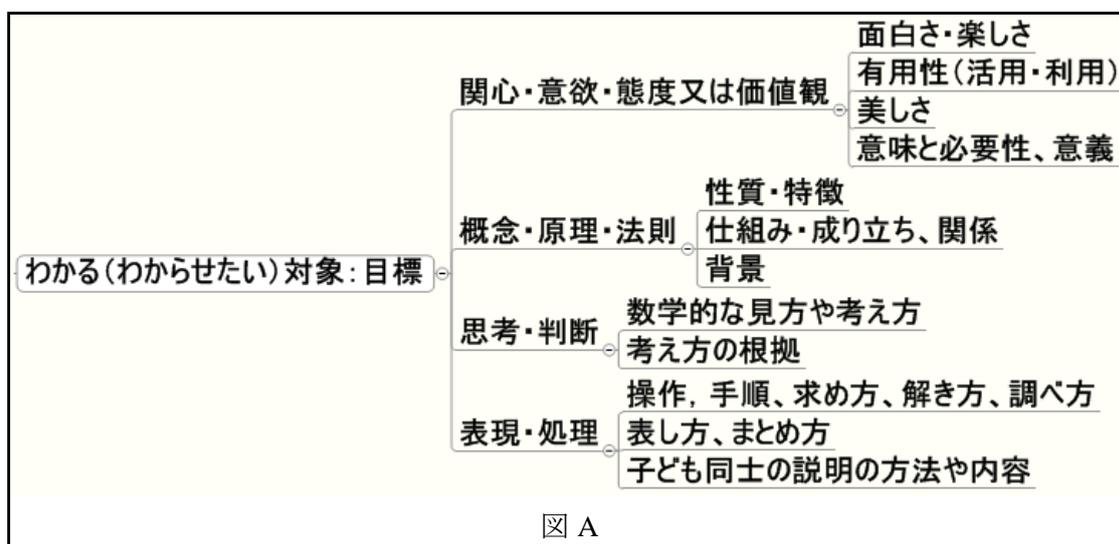
本研究では、このことを踏まえ、「わかる授業」を構築するためには、「わかる(わからせたい)対象」「わかる(わからせる)ための工夫」「わかったことの確認」という3つの柱を大切にしたい。

なお、「わからせたい」という表現については、いささか「理解」になじまない言

業である。つまり、「わからせる」ように指導しても、生徒が「わかる」とは限らないこと、本来、「わかる」とは生徒の内面の事柄であり、生徒自身に「わかる」ための主体的な学びがなければならぬことは承知している。が、ここでは、教師の指導意図を明確にするためにこの言葉を使用した。本研究では、文脈に応じて「わかる」「わからせたい」「わからせる」という言葉が混用されているが、これらは「わかる授業」の構築に当たって同意義として使用していることを留意いただきたい。

3つの柱である「わかる（わからせたい 対象）」「わかる（わからせる）ための工夫」「わかったことの確認」に含める項目については、第1章1節の先行研究調査結果や各種研究発表会等で用いられているキーワード等を参考にして整理した。

「わかる（わからせたい 対象）」については、図 A に示すように、「関心・意欲・態度又は価値観」、「概念・原理・法則」、「思考・判断」、「表現・処理」の4つの項目を想定している。「わかる授業」を構築する際には、教師はこの中の一つ又は二つ程度のことを「わからせたい」と願って授業を進めていると想定している。



なお、上にあげた4つの項目の順序は、「わからせたい対象」として大切にしたいものから順に並べている。まず、「関心・意欲・態度又は価値観」がわかるということに基づいて、「思考・判断」していく基となる「概念・原理・法則」があり、最後に「表現・処理」がわかるという位置付けである。生徒指導要録の評価の観点とは少し順序が異なるが、「わかる」という視点でみると、この並べ方が重要であると考えた。

「わからせる対象」が決まると、「わかる（わからせる）ための工夫」については、次ページの図 B のように考えた。

「わからせるための工夫」は、様々にある。本研究でこれらのすべてについて実践をしたわけではない。が、およそ「わかる授業」を構築するに当たって必要とされるものをまとめておくことによって、授業者の「立ち位置」を明確にできると考え、そえをマップ化した。



図 B

最後の「わかったこと  
の確認」については、  
右の図 C のように整理  
した。「わかる授業」  
を進めるに当たっては、  
「わかったかどうかの  
確認」がとても重要で  
ある。研究授業などに  
おいて、目標に「～に  
ついて理解する（させ  
る）」と書いてあっても、  
実際に生徒が理解

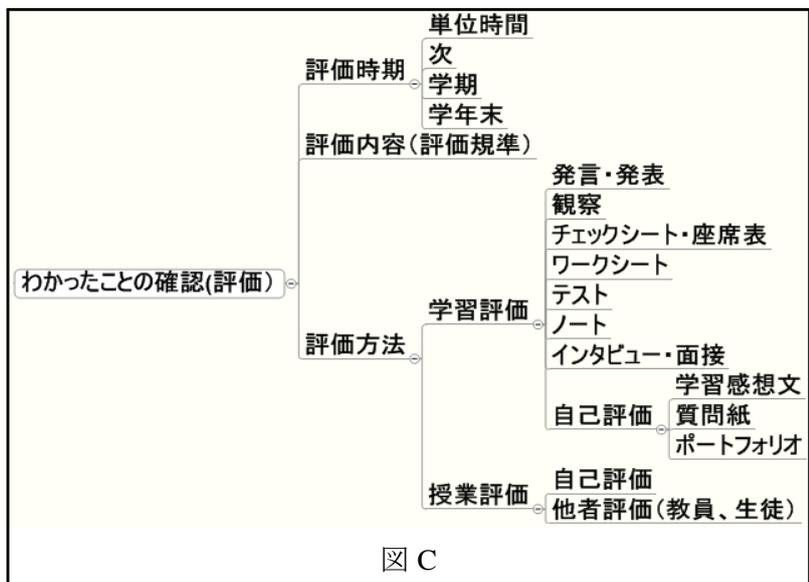


図 C

したかどうかを確かめる場面や方法が不明瞭なことが多い。わかったかどうかの確認方法が、一般的なものとして存在するのではなく、生徒の実態に応じてそれらが適切に変えられなければならない。そのため、図Cでは、項目だけにとどめた。

### (3) 本研究のプロセス

本研究は、まず、「わかる」ことをどのようにとらえるべきかを、先行研究や教員の意識調査を基に考察した。その後、「わかる授業」を構築するための三つの柱を明確にし、「わかる」ことの特徴が分野ごとにあることを認識し、分野ごとに「わかる授業」についての実践的な研究を進めた。その際、「わかる授業」については、中学校や高等学校の教員が中心に実践したが、それ以外に大学院生のゼミや数学者による高校生・大学生への授業を実践し、「わかり」をどうとらえるか、「わかる」ための授業の工夫について考察した。

また、中学校や高等学校の授業では、共通の授業評価表(右の表)を示し、各授業担当教員が生徒の実態や授業の特色を踏まえて工夫できるようにした。

一方、生徒の学習の評価については、「わかること」と「できること」との関係をもとに、どのようにみるかということも課題となった。この部分については、分野ごとの「わかり」のとらえ方があるとともに、「わからせる対象」によって、「わかったことの確認」方法が異なるものと考えた。

研究実践に当たっては、研究分担者15名と研究協力者26名とがチ

授業後のアンケート				
1. 今日の授業について、1～4で自己評価し、その番号を○で囲んでください。				
4 大いにそう思う(全くその通り) 3 そう思う(その通り) 2 あまり思わない(ややそうではない) 1 全く思わない(全くそうではない)				
1	何を学習するのが明確だった。	4	3	2 1
2	私たちの理解度を確認しながら進めていた。	4	3	2 1
3	話の内容が変わるとき、既習の内容との関連を十分説明してくれた。	4	3	2 1
4	進行速度が適切だった。	4	3	2 1
5	じっくり考える時間があった。	4	3	2 1
6	ノートをとる時間が十分にあった。	4	3	2 1
7	先生の説明がわかりやすかった。	4	3	2 1
8	黑板にかかれた内容がわかりやすかった。	4	3	2 1
9	配布資料(資料・プリント・道具、映像等)がわかりやすかった。	4	3	2 1
10	授業のレベルが適切だった。	4	3	2 1
11	新しい内容に入る最初の部分が面白かった。	4	3	2 1
12	話の内容が変わるとき、今までの学習とのつながりがわかった。	4	3	2 1
13	学習したことの意味や意義がわかった。	4	3	2 1
14	次の授業が楽しみに思えた。	4	3	2 1
15	自主的・意欲的に取り組むことができた。	4	3	2 1
16	友達の考えや解法が参考になった。	4	3	2 1
17	答えの求め方がわかった。	4	3	2 1
18	考え方がわかった。	4	3	2 1
19	新しい知識や考え方などを得ることができた。	4	3	2 1
20	授業で学んだことから発展的に考えようとした。	4	3	2 1
21	学習したことを、同学年又は下学年の生徒に説明できる。	4	3	2 1
22	学習したことを活用することができる。	4	3	2 1
2. 今日の授業で、わかったことや気付いたことを書いてください。				
3. 今日の授業で、わかりにくいことはどんなところですか。自由に書いてください。				

ームを組み、分野別に研究授業を通して考察した。この報告書に載せたのはその一部である。

なお、報告書では「分野」という表現を使っている。本来、数学では「領域」、理科では「分野」という言葉が普通であるが、ここでは、中学校や高等学校段階の数学の「領域」を考える際に、より範囲の広い「分野」という視点から「わかる授業」について考察することが必要と考え、この言葉を用いている。(吉田明史)

## 研究の概要

本研究の研究内容を印刷すると全部で約 850 ページになるので、報告書は 3 冊に分冊した。報告書は全部で 5 章からなっており、分冊Ⅰには、第 1 章、第 3 章、第 5 章を掲載し、分冊Ⅱには第 2 章を、分冊Ⅲに第 4 章を掲載した。全部の内容は分冊Ⅱの冊子裏表紙の CD で見るができるようにした。

ここでは、CD をご覧いただくに当たって、研究の概要（全体像）を明確にしておくことが必要と考え、目次に添ってその説明を加えておきたい。なお、各章及び節の説明は、原則として、各執筆者が各項で示している「要約」等を参考にした。

### 第 1 章 「わかる」についての多面的調査・研究

#### 第 1 節 日本数学教育学会誌調査

1980 年代以降 30 年間の日本数学教育学会誌『数学教育』の論文を対象として、中学校・高等学校の「数学におけるわかる授業」の特徴を、その研究の目的や内容から明らかにし、それらを分析の観点として、「数学におけるわかる授業」の研究の動向を明らかにした。

その結果「数学におけるわかる授業」の特徴が、教育目標である「関心・意欲・態度、または、価値観」「概念・原理・法則」「思考・判断」「表現・処理」の 4 領域と、研究内容である「わかる授業のための基礎研究」「わかる授業の開発研究」「わかる授業のための評価の研究」「わかる授業のための環境の研究」「わかる授業のための教師の働きかけの研究」「わかる授業のための接続の研究」の 6 領域にあることを明らかにし、各々の論文数をみた。教育目標に関しては「関心・意欲・態度、または価値観」、「概念・原理・法則」、「思考・判断」、「表現・処理」の順に論文数が多い。また研究内容では、「わかる授業の開発研究」、「わかる授業のための基礎研究」、「わかる授業のための評価研究」の順に論文数が多いが、一方で「わかる授業のための環境の研究」「わかる授業のための教師の働きかけの研究」「わかる授業のための接続の研究」に関する論文はほとんどみられないことなどが明らかになった。

#### 第 2 節 「理解論争」

我が国の教材研究や授業のねらいとして、学校教育の中で「理解」という言葉は多用されてきた。一方、数学教育研究の展開としてもまた、「理解」は認知心理学や認知に関する研究と関連して数学教育における「理解論争」などを経て、これまで多くの研究者に取り組みされてきた。しかしながら、数学的理解研究の理論と実践

が有効に接合しているかどうかは、目的論、評価論、教授・学習論等の観点から検討されなくてはならないだろう。それらを踏まえ、算数・数学教育における理解に関する研究（以下、数学的理解研究）を概観し、それぞれの「理解」の解釈と理解のモデルに着目して、算数・数学教育における数学的理解研究の動向を明らかにした。

その結果、理解のモデル研究の発展においては、数学的理解の分類可能性の検討から、数学的理解を認知的な「つながり」として捉え、さらに、その「つながり方」の複雑性を理解することの特徴に着目していくという大きな研究動向の流れがみられた。

ここでは、まずブラウン、スケンプ、バイアスとハースコヴィクス、デービス、バックストン、ヘイロック、ハースコヴィクスとバーゲロン、ピリーとキーレンらの主張を整理し、更に、その後の展開の一つとして、岡崎(1997)、小山(2007)らの理解のモデルに関する主張を示した。

### 第3節 「メタ認知」からみた「理解」

メタ認知から子どもの「わかり」を捉えるために、まず日本の数学教育におけるメタ認知研究をまとめた。これまでの研究では、メタ認知の規定、認知とメタ認知の関係性が述べられ、その結果をもとにメタ認知の調査方法の構築、指導方法の構築が進められている。

この結果をもとにメタ認知という視座から子どもの「わかり」を見たとき、問題を解決するために、自分の「わかり」を判断する過程がメタ認知的活動であり、その対象は、基礎的な知識、技能だけでなく、その判断のための知識も含まれることがわかる。また指導に関しては、メタ認知研究ではメタ認知的支援という指導法があり、それは子どもの「わかり」を判断し、それを代替するものであると言い換えることが可能である。

### 第4節 フィンランドの教育について

2008年9月にフィンランド（タンペレ市）を訪れ、Pyynikin ylaaste 中学校、Hervannan lukio 高校での授業参観、およびタンペレ大学教育学部でのインタビュー調査を行った。

その結果、フィンランドの数学教育の特徴として、教科書に沿った授業展開が多いこと、「教師による説明」から「個人による練習」という流れの授業が多いこと、授業中に、教師と生徒、生徒同士で議論する場面はほとんど見られないこと、宿題が必ず出されること、生徒は、授業に真剣に取り組んでいること、現実事象と結び付いた興味深い問題が見られることがわかった。

## 第2章 教員の「わかる」についての意識調査・分析

### 第1節 意識調査における選択肢項目の分析

小中高を通じて、わからせたい対象として「考え方の根拠」を挙げているが、小学校では「学ぶ楽しさ・面白さ」に、中・高等学校では「論理的に考えること」に重点が置かれている。また、中学校及び高等学校では、数学及び数学教育専攻の教員は、「問題の解き方・求め方」に関心が高く、高等学校教員は、数学・数学教育以外の専攻の教員が、「学ぶ楽しさ・学んだことの有用性」等に留意している。

わかったことの確認では、小中高とも「児童生徒の表情・態度をみる」「児童生徒の発言や質問の内容から判断する」等の即断的・主観的な方法でなされている。また、わからせるための工夫として、プリントやワークシートを使っているが、後刻プリント等をみて児童生徒がわかったかどうかを確認しているわけではない。

情報源となる書籍・雑誌等については、小学校教員は、「授業に関わる本」を挙げ、高等学校では「受験参考書、受験雑誌」などを挙げている。

### 第2節 意識調査における自由記述項目の分析

「わかる授業」についての意識調査のうち、「『わかる授業』を行うこと又は算数・数学教育全般に関して、先生のお考えがあればご自由にお書きください」として、自由記述で回答を求めている部分について計量的な分析を行った。設問には「又は算数・数学教育全般に関して」という文言が含まれているが、この設問が「わかる授業」に関する意識調査の最後に設定されていることから、ここに回答された内容を「わかる授業」に対する教員の考えを表すものとして扱うこととした。

その結果、回答に頻出する語をリストアップすることによって、「わかる授業」を行うことについて、どのようなことを手がかりとしているかを考察することができた。また、出現パターンが似ている語を抽出することによって、自由記述の内容を3つのカテゴリーに分類することができた。

## 第3章 本研究における「わかる」

### 第1節 「わかる」とは

まず、本研究における「わかる」の語義を先行研究を踏まえて明らかにした。本研究における「わかる」とは、「外部からの情報を取捨選択し、変形し操作を加え、先行知識を含んで自ら再構成して得られた心的状態である」。この規定は、概念や原理・法則だけでなく、思考・判断や表現・処理能力の形成、そして関心・意欲・態度、価値観の形成という情意面も含めている。

また、問題提示とその把握、個人による解決、小集団や全体での検討、まとめ、練習と振り返りという授業展開による「わかる授業のモデル」を示した。また、その展開に従って、授業改善の方向性を小中高の学校段階ごとに指摘した。

## 第2節 「わかる」とメタ認知

自分の理解の状態を知っているメタ理解と「わかる」(理解)との関係について、算数・数学教育の実践的な視点からまとめた。

人は、頭の中にネットワークができる「わかる」状態になると、安心、展望、内なる疑問が生じ、積極的な行動や学習が起こると期待がある。そのために、自分の「わかる」状態を判断し、「わかる」ための働きを促すためのメタ理解を活性化することは大切な知的な活動であるといえる。算数・数学の学習や問題解決においても、メタ理解を育成するようにして、自分で「わかる」ことをモニターし、コントロールできるようにさせたいものである。

なお、「わかるか?」という教師の何気ない一言は、理解かメタ理解かのいずれに働きかけているのか曖昧さがあることにも注意したい。

## 第3節 分野ごとの「わかる」

### 3-1 数式(代数)分野

中学校での「数と式」や高校での数式領域に関する「わかる」対象の明確化を図り、その分析を次の三つの柱によって記述した。

- (1) 数式領域の固有性. 各種の文献、近年の教育課程調査、本研究でのアンケート調査、授業研究を通じた議論などに基づき、数式領域の固有性を明確にし、それに関わる「わかる」ことを分析した。特に、数式領域の系統的な学習の積み上げに対する、「わかる」ことへの課題を論じた。
- (2) 校種間の接続. 小学校、中学校、高校間の数式領域の接続について考察した。特に、小学校の「数の世界」から中学校の「文字式」への接続、中学校の代数から高校のすべての分野の基盤としての代数への接続に関して、構造の拡張にまつわる「わかる」過程を具体的に論じた。
- (3) つまづきの分析. 数式領域のつまづきは「わかる」ことへの影響が特に大きいという認識で、中学校や高校での数式内容のつまづきを分析した。特に、高校におけるつまづきの具体的事例をあげ、その傾向や事由を論じた。

### 3-2 図形(幾何)分野

図形(幾何)分野に特徴的な「わかる」について考察するとともに、授業研究を行って確認された「わかる授業を行うために検討したいこと」を示すことがねらいである。まず、図形(幾何)分野における「わかる対象」を検討する柱として、「概念の理解、能力の形成、意義・必要性がわかる」という3つを設け、それに基づく分析の事例として、中3での三平方の定理と数Iでの三角比について具体的に示した。

続いて、数学のテキストを読み進めるには、読み手(学習者)一人ひとりに固有

な思考行動が要求されることを示し、特に証明指導では何をねらいとしてどの程度までの思考を要求するかについて事前の検討が重要であることを指摘した。また、授業研究に基づき「わかる授業を行うために検討したいこと」として、①授業のねらいの明示、②課題選択とその提示の仕方の検討、具体化、③生徒の解決法に関する検討、④的確なコミュニケーションの場の設定、⑤的確なワークシートの工夫、⑥わかったかどうかの確認の方法、の6点をあらためて確認した。

### 3-3 関数（解析）分野

関数（解析）分野に「わかる」ことについて検討し、関数（解析）がわかるための指導を考察し、授業のあり方を追究することを目的とした。

「関数がわかる」ことの対象を「概念」、「方法」、「意義・必要性」の3つの「わかる」でとらえて検討した。次に、「関数がわかる」ための指導について、生徒のつまずきや小・中・高校の接続の視点から考察した。また、「関数がわかる」ことの評価についても検討を加えた。

これらのことを踏まえ、「関数がわかる」ことをねらいとした授業を実践し、「関数がわかる」授業のあり方を追究した。その結果、「数学的活動」を重視すること（ICTの利用も含む）、具体例との対応を図りながら、概念の意味理解を促すこと、表・グラフ・式の相互関係の理解を重視すること、授業におけるコミュニケーションを重視することの4点が重要であることがわかった。

### 3-4 確率・統計分野

まず第一に、確率・統計分野における「わかる」対象を、「確率・統計の概念」と「不確実な事象に対する問題解決の方法」として明確化した。第二に、中学生、高校生の「わかる」の状況について、大規模調査の結果をもとに検討した。第三に、小学校、中学校及び高等学校の接続を視点を、特に中・高において一貫してわからせるべきことを具体的に示した。第四に、本研究における確率・統計分野の研究授業を概観し、授業の工夫と評価の方法について考察した。

## 第4節 数学者から見た「わかる」

### 4-1 数学者による高校の授業

研究分担者の中で、数学者である飯高と岡部が高校生を対象に授業を行った。

飯高は、愛知教育大学付属刈谷高校の第2学年のあるクラスで、「お笑いの心で数学を」というテーマで、「パスカルの三角形の拡張」について50分間の授業をした。この目的は、「パスカルの三角形のいろいろな計算から、わくわくするような数学の発展する様を体験させ、数学的な発見の感動を知ること。」であり、このことによって「わかる」に迫った。

岡部は、品川女子学院高校の第2学年の希望者に対して、「微分の導入について」の授業を行った。この授業は、別の研究授業の際に、微分積分に対して『計算はできるが意味がわからない』という生徒が多い」という意見を踏まえ、意味がわかるようにするために、微分積分をより視覚化することが大切であるという趣旨から、わかるための様々な実験的アプローチを提案した。

#### 4-2 大学生に対するゼミ形式の指導

算数・数学の授業における「わかる」を判断するための方法と「わかる」ための指導法の確立を目的として、大学数学におけるゼミ形式による指導を観察し、さらに発表者と指導者に「わかる」をどう判断したかなどのインタビューを行った。

その結果として得られた仮説『「わかる」の判断基準として『指導者の「確立された理解」と学生の対応との比較』が挙げられるのではないか』を基に、「わかる」の判断過程モデルと指導法を提案した。

#### 4-3 数学者からの提言

「わかる授業」は、教育の立場から考察することが多いため、専門的な数学の立場からみたときには、どのような授業なのかを知っておくことが大切であると考え、研究分担者の中で数学者である、飯高、一楽、市原、今岡、岡部、渡邊から「わかる授業」についての提言をいただいた。

### 第4章 わかる授業の実践

#### 第1節 わかる授業のための教材研究

##### 1-1 小学校と中学校の接続

小学校と中学校の接続の問題については、これまでも、いわゆる「中1ギャップ」として注目され、教育課程や学習内容に関する課題、小学校と中学校の授業構成や指導方法の差異などの観点から様々な研究が行われてきた。

ここでは、まず、小学校と中学校の壁となっていると思われる「証明」と「変数」の指導改善と、中学校で新しい領域となった「資料の活用」に関する小中の接続について述べた。

前者は、小中学校の接続を意識して実践された小学校算数科の授業を紹介しつつ、小中一貫教育モデル校での児童生徒の意識調査等から小中のスムーズな接続について考察した。後者は、「資料の活用」が新たな領域として設けられた趣旨を説明するとともに、接続に関してポイントとなるところを整理した。

##### 1-2 中学校と高等学校の接続

新学習指導要領に示した中・高等学校の内容構成と、今後一層の充実が求められる

ている数学的活動をもとに、わかる授業の構築を見据えて、中学校と高等学校の接続に関わる指導の在り方について考えた。

具体的には、中学校と高等学校の接続についての課題を整理し、校種を超えて学習内容の定着を図るための工夫や数学活動を通しての連携について考察した。

### 1-3 教材開発

ここでは、二次関数、三角関数(三角比)、指数・対数、複素数、ベクトルなどの理解を深めるために、「懸垂曲線についての疑問」、「角度から三角比」、「三角比から角度」、「 $n$ 倍角の公式」、「常用対数」、「ピタゴラス数と複素数」、「内積の解釈」、「無理数乗」、「対数関数」、「関数マングラ」などの教材を提案した。

## 第2節 わかる授業の実践的研究

この節では、教員研修、教員養成にかかる実践的研究と、中学校や高等学校での研究授業をまとめた。中学校や高等学校での研究授業では、主に次の6つの視点でまとめている。(各実践者によって、細分化されている場合もある。)

- ①指導内容の小中高の接続について
- ②本時の授業でわかってほしいこと(わかる対象の明確化)
- ③わからせる方法(指導上の工夫)、図Bからみた本時の授業の特徴
- ④学習課題設定の意図
- ⑤わかったことの確認(把握)方法(評価規準、判断基準等)、わかっているという根拠(わかる授業であったか)、
- ⑥わかっていないとみなされる例、わからない生徒への対応例等

これらの内容は、「わかる授業」を考えるに当たって重視した「わからせる対象」「わからせるための工夫」「わかったことの確認」の3つの柱に基づくものである。

ここでは、各研究授業について、どのような内容をテーマにしてどんな特徴があったのかを示しておく。詳細は、各節を参考にしてほしい。

### 2-1 教員研修

「授業改善と校内研修の充実～わかる数学の授業を構築するために～」というテーマで、わかる数学の授業を構築するための授業改善の視点を明確にし、それを校内研修等で検証し、さらに改善を行うことが大切であることを述べた。

また、これまで指導計画の見直しや指導体制の検討も継続的に行われなければならないが、そのためにはそのことを学校全体で取り組むシステム作りが必要であるとした。

### 2-2 教員養成

「わかる数学の授業」の構築に向けた教員の意識改革を図るための取組みとして、教員養成課程における小学校教科科目「算数」において授業を行った。

具体的には、教員養成課程における授業改善を目指した先行研究（吉川，1997，「小学校教員養成課程におけるオープンエンドアプローチ」，弘前大学教育学部紀要，第77号，pp.15-27）を基にし，大学生の算数・数学観の意識変革を目指した。内容としては，小学校で算数を教えるために必要とされる知識の習得（図形の合同）と，先行研究において取り入れられている指導法（オープンアプローチ）について取り扱った。この授業の内容と授業による教育効果について考察した。特に，「わかる授業」を構築するに当たって，オープンアプローチによる指導法が効果的であるとの結論を得た。

### 2-3 数式（代数）

研究分担者の佐々木，研究協力者の四方，川内が研究授業をした。

佐々木は，「掛け算から平方完成へ」というテーマで，平方完成などの変形が，小学校の掛け算の筆算が発展したものであることを理解させるというねらいで，高等学校2年生に「数学I」の内容として授業を実施した。授業では，掛け算の筆算では，手続きが1つではないことに気づかせ，分配法則が活用されていることを知らせるとともに，「 $2 \times 2$ のマス」を利用して計算し（「マス計算」），文字式の展開や因数の計算，平方完成にもこの「マス計算」を利用できることに気づかせた。

四方は，「数の性質」の学習が，小学校，中学校，高等学校へと学習が進むにつれて段階的にその概念が広がっていくことをどのように理解させるるとよいかを考えて授業をした。特に，「わかる授業」という視点から，高等学校における演習方法として，解答→添削・解説という一般的な学習の流れの中に「他者の解答の分析」を取り入れるなどの工夫をし，整数の性質を考える活動を展開した。

川内は，「1次関数と連立方程式」をテーマに，中学校2年生を対象に授業を行った。授業は水の流入・流出の題材によって，1次関数と連立方程式との結びつきが「わかる」か，生徒が例を作ることでよりよく「わかる」かが試された。特に，小中高の学習内容において「不等関係」又は「ある変数の範囲」に焦点を当て整理することは，小中高の接続を円滑にするための観点の1つとして大切であるとした。

### 2-4 図形（幾何）分野

研究協力者の丸井，横，吉次・宇都宮が研究授業をした。

丸井は，中学校第3学年の「平行線と線分の比の活用」で，「紙の3つ折りにする」という活動を通して，平行線と線分の比の性質を理解させようとした。具体的には，「便せんを3つ折りにして封筒に入りたい。同じ幅にきっちり3つ折りにしたいのですが，どのように折ったらきれいに折れますか。」という日常的な課題を

設定し、平行線と線分の比の性質を利用してこの課題を解決させたり、線分が等分されていることを平行線と線分の比の性質を使って筋道を立てて説明させたりするなどの工夫をした。

横は、土地についての等分割という日常的な課題を、与えられた四角形について、その内部にある点を通る直線で面積を二等分する（等積変形）という、幾何の課題に数学化することを扱い、テーマである「平行線と線分の比」の学習に迫った。工夫としては、前時(授業)からの学習のつながりを意識化させること、思考の支援となる条件を示すこと、必要なときにPCを活用させることなどに留意した。

吉次・宇都宮は、三角形の合同条件を天下り的に与えるのではなく、生徒自らが見いだすことができるように、分度器や定規、コンパスを用いて与えられた三角形と同じ三角形をかくという活動から始めた。この作業を通して、どのような条件があれば合同な三角形がかけられるのかを問い、三角形の決定条件に気づかせ、その後、二つの三角形が合同であるための条件を見いださせようとした。

## 2-5 関数（解析）分野

研究協力者の梅田、八田、逸見、川口が授業をした。梅田、八田、逸見の3人の授業は、いずれも「容積が最大になる箱（正方形の用紙の四隅から合同な小さな正方形を切り取ることによってできる箱の容積について、箱の容積を最大にするような小さな正方形の一辺の長さを求める）」という同一の教材を扱った授業である。各授業では、その題材の位置付けや取り扱いを工夫することによって、「わかる」授業の在り方について検討した。

この教材は、一般には、「微分の利用」の教材として取り上げられることが多く、教科書にも掲載されている。この3つの授業における具体的な工夫の視点は次の2点である。

まず、逸見が中学校で、梅田と八田が高等学校で実践し「わかる」授業づくりに関する工夫の有効性を検証した。次に、高等学校において、この授業を梅田は微分の「応用・活用」に、八田はその「導入」に位置付けたという違いがあり、授業展開の相違が与える「わかる」ことへの影響を検討した。

また、川口は、高等学校数学において、「生徒がわかったと実感することができる授業」とはどのような授業であるか、生徒を対象としたアンケート調査結果をもとに教材及び指導法の研究と実践（対数、ベクトルの指導）を行い、その効果を検討した。その結果、作業や数学的活動を取り入れた授業、身近な生活の実例や既習事項、または他教科の内容と関連付けて数学を考えることができる授業、概念間の相互関係を認識し事象や課題を多角的に考察する授業などが生徒に「わかった」という実感を持たせることが明らかにした。

## 2-6 確率・統計分野

研究協力者の西村，西仲，横澤が授業を行った。

西村は、「資料の散らばりと代表値」をテーマとして，中学校1年生に対し，ヒストグラムや代表値の必要性和意味を理解し，それらを用いてデータの傾向をとらえることと，統計的な問題解決の方法を理解することに焦点を当てた。授業の工夫としては，生徒がヒストグラムや代表値の必要性に気づく問題場面にするこゝと，解決の必要感や社会的な価値があり，何らかの判断をする必要がある問題場面にするこゝとを大切にした。

西仲は，中学2年生に対し，統計グラフを用いた課題解決型学習「統計資料の収集と探究」をテーマとして，生徒自信が探究していく授業の実践を試みた。授業の工夫としては，統計資料の収集方法，統計グラフの作成・解釈，課題解決プロセスの解説を行った授業と，題解決プロセスを意識したグループ活動にあてた授業という2つの取組みを設定したプロジェクト型学習を取り入れた。

そのほか，課題解決の共有化や仮説・検証型の取組み，ICTの利用などにも配慮して授業を展開した。

横澤は，高等学校第3学年の生徒が履修する「数学基礎」において，確率の授業を行った。生徒にとって，身近であるはずの期待値がなかなか理解されないという課題を克服するために，宝くじについて考えさせた。多くの場合，宝くじを買う側に立って期待値を考えさせるが，この授業では，宝くじをつくる側を体験させ，宝くじの構造を理解する段階を設けるようにした。このことによつて，生徒に期待値の意味を実感させることができた。

## 第5章 わかる授業の評価

### 第1節 学力調査等における理解の把握

教育課程実施状況調査(中学校数学)において，「わかる」ということがどのようにとらえられ，また，具体的に子どもの「わかり方」についてどのようなことが読み取れるのか等について報告書をもとに考察した。

まず，「調査問題の内容やねらい」や「設定通過率と通過率」，「解答類型とその反応率」等に着目して考察し，「子どものわかり方をとらえるための視点」を整理した。その視点をもとに調査結果を分析することで「子どもにわかつてほしい事柄」，「子どものわかり方の全体傾向(量的な面)」，「子どものわかり方の特徴(質的な面)」，「子どもたちがわからないところ」がとらえられると考えた。そして，具体的に方程式，図形，関数についての調査結果を分析し，「わかる」という観点からの意識的な分析が，「理想とするわかり方」や「すべての子どもに最低限わからせたい肝心なこと」等を明確にさせることを例示した。

## 第2節 学習の評価

実際の学習評価の在り方について、高等学校を例にとって考察した。学習評価は、「どのような学力観に依拠するか」「どのような方法で実現状況を見るか」「評価をどのようにしてフィードバックするか」などいくつかの課題と結びついている。

また、学校現場では、評価の重要性は意識されながらも評定を出すことが中心になっており、評価を指導の改善や生徒の自己実現に生かすことが十分にはできていないとは言い難い。近年、いろいろな評価方法も提案されているが、ここでは学校現場の状況も踏まえ、評価の意義や目標に準拠した評価の在り方などについて、評価の改善が小中学校に比べ遅れていると考えられる高等学校を例にとり、具体的に提言した。

## 第3節 授業の評価

### 3-1 「わかる授業」と評価

信頼される学校教育の確立のための必要条件として「わかる授業」を行うことが提言されるようになった。このことを、昭和40年代からの関係する教育政策を概観するとともに、「わかる授業」が重視されてきた経緯や、「わかる授業」が目指すものを明らかにした。

また、よい授業・わるい授業、できる・わかる、総合的評価・教育的評価などを対比することによって、「わかる」の評価、「わかる授業」の評価の性格を明らかにした。

### 3-2 「わかる授業」のためのチェックリスト

授業は「生きもの」であり、多種多様なことがらが複雑に絡み合っ成り立っている。例えば、同じ学校で、同じ内容・方法で授業を行っても、クラスが違えば、授業の様相はかなり違ったものになるといったことは、よく経験することである。したがって、分かる授業を行うための条件をリストアップするといっても、そのすべてを網羅することは不可能であろう。しかし、分かる授業を創っていくためには、いくつかの視点をもって授業を工夫・改善研究していくことが大切である。その視点を整理するに当たって、先行論文に示されているものを基本に考えた。

(吉田明史)