第１章「わかる」についての多面的調査・研究
第１節　日本数学教育学会誌調査

日本数学教育学会誌『数学教育』における 1980 年代以降の「わかる授業」関連の論文の分析

向井　慶子	髙井　吾朗	長崎　栄三	吉田　明史
滋賀大学	広島大学大学院	静岡大学大学院	奈良教育大学大学院
教育学部	教育学研究科院生	教育学研究科	教育学研究科

目　次

要　約

日本数学教育学会誌『数学教育』の 1980 年代以降の 30 年間の論文を対象として，主として中学校・高等学校の「数学におけるわかる授業」の特徴を，その研究の目的や内容から明らかにし，そして，それらを分析の観点として，「数学におけるわかる授業」の研究の動向を明らかにした。

「数学におけるわかる授業」の特徴は，教育目標である「関心・意欲・態度，または，価値観」「概念・原理・法則」「思考・判断」「表現・処理」の 4 領域と，研究内容である「わかる授業のための基礎研究」「わかる授業の開発研究」「わかる授業のための評価の研究」「わかる授業のための環境の研究」「わかる授業のための教師の働きかけの研究」「わかる授業のための接続の研究」の 6 領域にあることを示した。

そして，1980 年代から 2000 年代へかけての 30 年間の「数学におけるわかる授業」の研究を見ると，教育目標では，「関心・意欲・態度，または，価値観」が一番多く，それに続いて，「概念・原理・法則」，「思考・判断」，「表現・処理」の順

になっており，数学内容では，「図形・幾何」が一番多く，それに続いて，「数と式」，「関数」，「微積分」，「集合・論理」，「確率・統計」の順になっており，研究内容では，「わかる授業の開発研究」が一番多く，それに続いて，「わかる授業のための基礎研究」，「わかる授業のための評価研究」が多い。ただし，「わかる授業のための環境の研究」，「わかる授業のための接続の研究」，「わかる授業のための教師の働きかけの研究」はほとんどなかった。

キーワード　わかる，理解，数学，教育目標

１．研究の目的

1980 年代以降の主として中学校・高等学校の「数学におけるわかる授業」についての研究の目的や内容などを分析することで，「数学におけるわかる授業」の特徴を明らかにするとともに，1980 年代から 2000 年代へかけての 30 年間の研究の動向を明らかにする。

２．研究の方法

（１）分析の対象

日本数学教育学会誌『数学教育』の 1980 年代以降の掲載論文を対象とする。

具体的には，日本数学教育学会誌『数学教育』の 1980 年第 62 巻第 1 号から 2009 年第 91 巻第 1 号までの，論文種別の「論説」，「実践研究」，「教材研究」，および，「講演」，「寄稿」，「特集」，「座談会」として掲載された全 819 編の論文を対象にする。なお，『数学教育』は，主として，中学校・高等学校の数学教育を扱っている。

これらの全論文のうち，次の 3 つの条件を満たすものを分析の対象とする。

①「キーワード」として，「わかる」「理解」などの言葉が含まれている。

②「要約」に次の点が顕著に述べられている。

１）数学科授業での学習・指導における実際的な問題点（なお，多様な教材の紹介を主たる目的とする論文は含めない。）

２）基礎的考察や開発研究などの研究の方法が明確であること（なお，数学教育における大規模調査等の報告を主たる目的とする論文は含めない。）

③　論文全体を通して，数学科授業へのよりよい示唆が具体的かつ顕著に述べられている。

（２）分析の項目

分析項目は,「数学におけるわかる授業」の特徴を表すものとして, 対象学年, 教育目標，数学内容，研究内容の 4 点に焦点を当てる。すなわち，研究が実施されている「対象学年」，研究で目指されている「教育目標」，研究で扱われて

いる「数学内容」，研究でわかる授業のために行われている「研究内容」，の 4 項目である。

なお，これらの 4 項目のうち，対象学年や数学内容については前もって特定しやすいが，教育目標や研究内容については，前もってその具体的な全体像を描くのは難しいので，初めは作業仮説的に大枠の項目を作り，その後，分析の作業を進めながら随時，加除修正をし，すべての論文を分析したあとで改めて項目全体を検討する。

（３）分析データの作成

分析においては，（１）の条件を満たすものとして「数学におけるわかる授業」の論文とされたものについて，次の項目によってデータ化をする。

・日本数学教育学会誌『数学教育』掲載　年（西暦）
・日本数学教育学会誌『数学教育』掲載　巻，号，頁
・著者名
・標題名
・対象学年 :「数学におけるわかる授業」の研究が実施されている学年
・教育目標 :「数学におけるわかる授業」の研究で目指されている教育目標
・数学内容 :「数学におけるわかる授業」の研究で扱われている数学内容
・研究内容 :「数学におけるわかる授業」の研究で行われている内容

それぞれの項目についての結果をエクセルの 1 行に記入してデータを作成する。

なお，作成されたデータは，本研究の複数のメンバーによって再度チェックを行い，可能ならばサイト上で検索ができるようにする。

３．分析の結果

1980 年第 62 巻第 1 号から 2009 年第 91 巻第 1 号までの全 819 編の論文のうち，本研究の対象としたのは，425 編の論文である。

なお，分析対象の 1 次データは，2008 年に，本研究メンバーの向井慶子（当時，広島大学院生），髙井吾朗（広島大学院生），および，田中友佳子（奈良教育大学院生）によって作成され，その後，本論文の表記メンバーによって再度チェックされた。

本章においては，分析結果を 3 つの節に分けて述べることにする。第 1 に，分析の過程で追究された「数学におけるわかる授業」の分析の観点から，その教育目標と研究内容をもとに，「数学におけるわかる授業」とは何かを分析的に明らかにする。第 2 に，「数学におけるわかる授業」の研究について，過去 30 年間のデータをもとにその実態を全体として明らかにする。そして，第 3 に，「数学におけるわかる授業」の研究について，過去 30 年間の動向を明らかにする。

（１）数学におけるわかる授業の概観

「数学におけるわかる授業」を大まかに把握するために，数学の授業で何をわかろうとするのか，そして，そのためにどのような研究を行うのかということ，すなわち，教育目標と研究内容について分析的に見ることにする。なお，以下で述べることは，過去 30 年間の論文を分析する観点として浮かび上がったものを基に考えられたものである。

①数学におけるわかる授業において目指す教育目標

数学におけるわかる授業において目指す教育目標をまとめると，表 1 の通りである。

表１　「数学におけるわかる授業」の教育目標

A. 関心・意欲・態度，または，価値観
A1　面白さ・楽しさ
A2　有用性（活用・利用）
A3　美しさ
A4　意味と必要性，意義
B. 概念・原理・法則
B1　性質・特徴
B2　仕組み・成り立ち，関係
B3　背景
C. 思考・判断
C1　数学的な見方や考え方
C2　考え方の根拠
D. 表現・処理
D1　手順，求め方，解き方，調べ方
D2　表し方，まとめ方
D3　子ども同士の説明の方法や内容
E. その他
例えば，数学の力，つなげる力

数学におけるわかる授業において目指す教育目標には，大きく分けると，A. 関心・意欲・態度，または，価値観，B. 概念・原理・法則，C. 思考・判断，D. 表現・処理，の 4 領域に分けられる。なお，これらは，2001 年に文部科学省より出された児童・生徒指導要録の評価の観点と並列的に考えられた。この結果が示すことは，「わかる」ということを論じるときには，その「わかる対象」，すなわち，教育目標をも一緒に考えなければならないことを示している。

②数学におけるわかる授業において行われる研究内容

数学におけるわかる授業において行われる研究内容をまとめると，表 2 の通りである。

表２　「数学におけるわかる授業」の研究内容

1. わかる授業のための基礎研究
101. わかる授業のための基礎調査
102. わかる授業のための子どものわかり方の研究
103. わかる授業のための教師のあり方の研究
104. わかる授業のための学級・子ども集団のあり方の研究

105. わかる授業を促進させる要因の研究
106. わかる授業の指導モデルの構築の研究
107. わかる授業の理論的枠組みによる研究

2. わかる授業の開発研究

201. わかる授業の構造の研究
202. わかる授業のための目標設定の研究
203. わかる授業のための数学的内容の体系化の研究
204. わかる授業のための学習指導形態の研究
205. わかる授業のための展開の研究
206. わかる授業のための課題の開発
207. わかる授業のための教材の工夫
208. わかる授業のための発問の研究
209. わかる授業のための子どもの数学的活動の研究
210. わかる授業のための子どもの学習活動の研究
211. わかる授業のための教具・道具の研究
212. わかる授業のための板書の研究
213. わかる授業のためのワークシートの研究
214. わかる授業のための練習のあり方の研究
215. わかる授業のためのノート指導の研究

3. わかる授業のための評価の研究

301. わかる授業のための評価目標
302. わかる授業のための評価方法
303. わかる授業のため自己評価
304. わかる授業のため授業評価

4. わかる授業のための環境の研究

401. わかる授業のための宿題のあり方の研究
402. わかる授業のための学級の研究
403. わかる授業のための教室環境の研究
404. わかる授業のための家庭学習の研究
405. わかる授業のための社会環境の研究

5. わかる授業のための教師の働きかけの研究

501. わかる授業のための教師の基礎技能の研究
502. わかる授業のための教師の対応の研究
503. わかる授業のための教師の学習方略伝達の研究

6. わかる授業のための接続の研究

601. わかる授業のための学校間・学年間の接続の研究
602. わかる授業のための内容・方法の接続の研究

数学におけるわかる授業において行われた研究内容は，大きくまとめると，次の６領域に分けられた。

１．わかる授業のための基礎研究

わかる授業の構成要因である子どもや教師や学級のあり方や実態を探求するものである。また，わかるとはどのようなことかという理論的な研究も含まれる。

２．わかる授業の開発研究

わかる授業を作り出すための広範囲の様々な工夫であり，目標設定のあり方や教材や授業の様式や授業の構成要素の各段階での学習指導方法の工夫など多様な研究がある。教師によるわかる授業の研究の中心をなすものである。

３．わかる授業のための評価の研究

指導と評価は一体化すべきであるということから，わかる授業を評価の面から探究するものである。

４．わかる授業のための環境の研究

わかる授業を周りから支える要因である，教室，家庭，社会などに目を向けた研究である。

５．わかる授業のための教師の働きかけの研究

わかる授業を行う教師の指導のあり方に焦点を当てた研究である。

６．わかる授業のための接続の研究

わかる授業を小中高大の学校間の接続という観点から探ろうとする研究である。

これらの 6 領域のうち，2 から 5 の 4 領域は，これらの領域に示された教師の具体的な工夫によって，「数学におけるわかる授業」が実現される可能性を示しているものである。例えば，それぞれの領域の項目については，さらに次のような具体的な項目がある。

202.目標設定の改善：水準設定，スモールステップなど

204.学習指導形態の改善：少人数学級，グループ指導，個別指導など

205.展開の改善：多様な考えを活かす，誤答を活かす，他人の考えを説明させるなど

206.課題の開発：興味関心，オープンエンド，日常生活に関連など

207.教材の工夫：図的に表現，実物で演示，数式と図形の関連づけなど

208.発問の改善：説明，探究，個に応じる，問題を作らせるなど

210.子どもの活動の改善：予想する，観察を行う，話し合いをする，操作を行なうなど

211.教具・道具の改善：プリント，説明教具，探究教具，ICT など

212.板書の改善：概念化のための板書，まとめのための板書，図表を活用した板書など

213.ワークシートの改善：ワークシートの構成，使う時期など

214.練習のあり方の改善：練習問題の配列，練習問題の量，練習問題の出し方など

215.ノート指導の改善：ノートを取る必要性，ノートの取り方，ノートの使い方など

302.学習評価の改善：発言，ワークシート，テスト，ノート，インタビュー，数学日記など

303.自己評価の改善：質問項目，ポートフォリオ，学習感想文など

401.宿題のあり方の改善：宿題の内容，宿題の量，宿題を出す時期など

403.教室環境の改善：小黒板，ポスター，標語，ICT など

これらのことから分かるように，「数学におけるわかる授業」の研究は，非常に多岐にわたっており，ある意味では，数学教育の研究の中心的な主題であり，数学教育全体に関わっているとも言えよう。なお，それぞれの具体的な項目は，後述の表 6 にまとめてある。

（２）「数学におけるわかる授業」の研究の全体的な特徴

日本数学教育学会誌『数学教育』の 1980 年第 62 巻第 1 号から 2009 年第 91 巻第 1 号までの分析対象の論文 425 編を，次の観点から分析した。

・対象学年：「数学におけるわかる授業」の研究が実施されている学年
・教育目標：「数学におけるわかる授業」の研究で目指されている教育目標
・数学内容：「数学におけるわかる授業」の研究で扱われている数学内容
・研究内容：「数学におけるわかる授業」の研究で行われている内容

①対象学校・学年

「数学におけるわかる授業」の研究が実施されている各学年をまとめて学校段階を図に表すと，図 1 の通りである。

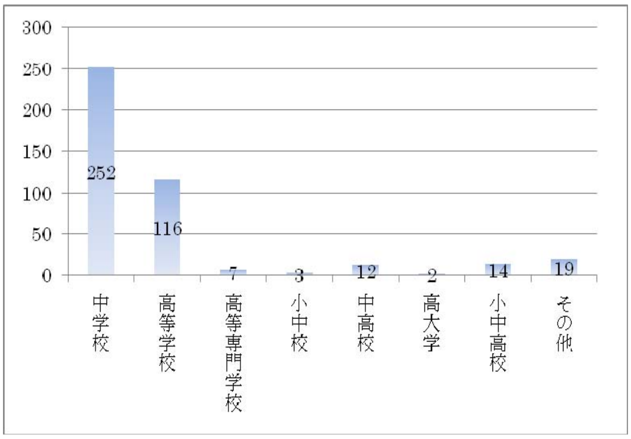


図 1　「数学におけるわかる授業」の研究の対象学年

対象学校段階は，中学校は 252 編で全体の約 60%であり，高等学校は 116 編で全体の約 30%であり，高等専門学校は 7 編である。また，小中にまたがっているのが 3 編，中高にまたがっているのが 12 編，高大にまたがっているのが 2 編であり，小中校にまたがっているのが 14 編である。

「数学におけるわかる授業」の研究が実施されている学年等をまとめると，表 3 の通りである。

表 3　「数学におけるわかる授業」の対象学年

番号	学年等	論文数	番号	学年等	論文数
01	小中	3	30	高	58
02	小中高	14	31	高 1	34
03	小中高大	1	32	高 2	14

10	中	82	33	高 3	9
11	中 1	50	34	高 1,2	
12	中 2	56	35	高 2,3	1
13	中 3	48	40	高専	1
14	中 1,2	7	41	高専 1	
15	中 2,3	7	42	高専 2	2
16	中 1,2,3	2	43	高専 3	3
21	中高	8	44	高専 4	
22	中 3,高 1	3	45	高専 5	1
24	中 3,高	1	51	高大	2
			61	大学	2
			71	高等部	1
			100	指定なし	15
合計					425

各学年段階でみると，中 1 が 50 編，中 2 が 56 編，中 3 が 48 編，高 1 が 34 編，高 2 が 14 編，高 3 が 9 編である。高 2，高 3 の研究は，中 1 から高 1 に比べて少ない。

②教育目標

「数学におけるわかる授業」の研究で目指されている教育目標（大項目）を図に表すと，図 2 の通りである。なお，対象とした研究には，教育目標が単一のものと複数のものがあり，図 2 では，その両者を挙げてある。

教育目標が単一なのは 327 編で，教育目標が複数なのは 98 編である。

研究で目指されている教育目標を多い順（単一，複数の合計）に挙げると，「A. 関心・意欲・態度，または，価値観」194 編，「B.概念・原理・法則」158 編，「C. 思考・判断」102 編，「D. 表現・処理」41 編であり，関心・意欲・態度，または，価値観が一番多い。

また，複数の目標を挙げているのは 98 編あるが，その組み合わせを見ると，「AB」が 29 編，「AC」が 26 編，「BC」が 12 編，「ABC」が 8 編であり，他方，「D. 表現・処理」との組み合わせに関しては，最も多いもので「CD」が 3 編だけである。A，B，C に関しては互いに関連づけて研究されているが，D は他の観点との関連性が希薄となっているようである。

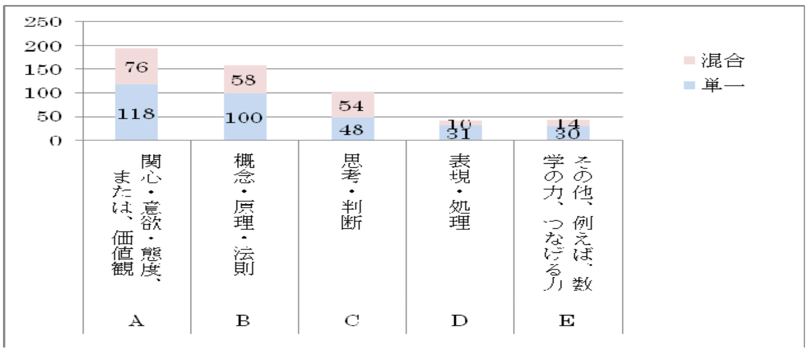


図 2　「数学におけるわかる授業」の教育目標（大項目）

「数学におけるわかる授業」の研究で目指されている教育目標をさらに中項目まで細かく分類した結果をまとめると，表 4 の通りである。なお，表 4 は単一の目標を持った論文だけについてまとめてある。

表 4　「数学におけるわかる授業」の教育目標（大・中項目）

番号	大項目･中項目	小計	総計
A0	関心・意欲・態度，または，価値観	68	118
A1	面白さ・楽しさ	15	
A2	有用性（活用・利用）	18	
A3	美しさ	2	
A4	意味と必要性，意義	15	
B0	概念・原理・法則	80	100
B1	性質・特徴	9	
B2	仕組み・成り立ち，関係	7	
B3	背景	4	
C0	思考・判断	25	48
C1	数学的な見方や考え方	16	
C2	考え方の根拠	7	
D0	表現・処理	8	31
D1	手順，求め方，解き方，調べ方	7	
D2	表し方，まとめ方	13	
D3	子ども同士の説明の方法や内容	3	
E0	その他，（　）内に明記，例えば，数学の力，つなげる力	30	30
合計		327	327

中項目で 10 編以上の論文があるのは，A2.有用性（活用・利用）18 編，A1.面白さ・楽しさ 15 編，A 4 . 意味と必要性，意義 15 編，C1. 数学的な見方や考え方 16 編，D2. 表し方，まとめ方 13 編である。

③数学内容

「数学におけるわかる授業」の数学内容（大項目）を図に表すと，図 3 の通りである。

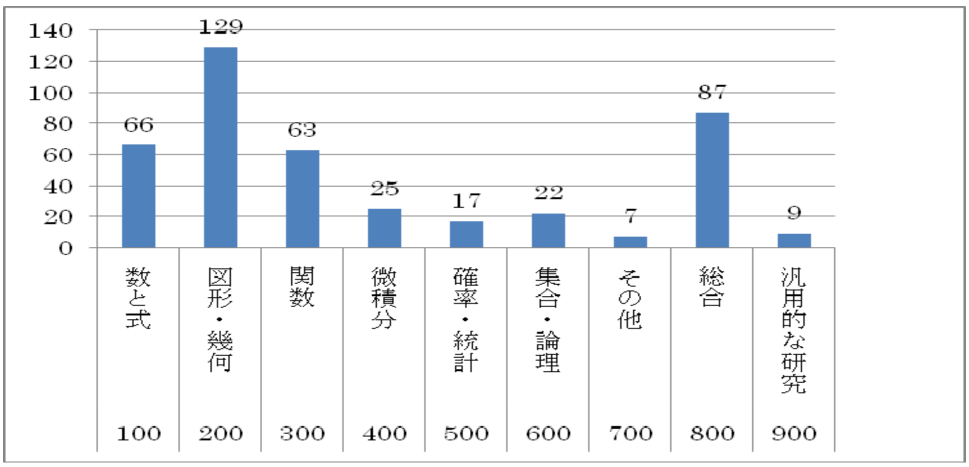


図 3　「数学におけるわかる授業」の数学内容（大項目）

数学内容を多い順に挙げると，図形・幾何 129 編，数と式 66 編，関数 63 編，微積分 25 編，集合・論理 22 編，確率・統計 17 編であり，また，複数の内容を総合したものが 87 編，全体にわたる汎用的な研究が 9 編となっている。図形・幾何の内容が約 30%を占めている。

「数学におけるわかる授業」の研究で扱われている数学内容をさらに中項目まで含めてまとめると，表 5 の通りである。

表 5　「数学におけるわかる授業」の数学内容（大・中項目）

番号	大項目・中項目	小計	総計
100	数と式	4	66
101	正負の数	5	
102	平方根数	0	
103	実数	2	
104	複素数	2	
105	文字と計算	33	
106	乗法公式・因数分解	4	
107	整式・分数式	0	
108	1 次方程式	1	
109	連立 1 次方程式	6	
110	2 次方程式	3	
111	いろいろな方程式	2	
112	1 次不等式	1	
113	いろいろな不等式	3	
200	図形・幾何	22	129
201	基本的な平面図形	25	
202	基本的な空間図形	18	
203	図形の移動		
204	平面図形の論証	47	
205	空間図形の論証	1	
206	三角比	8	
207	解析幾何	0	0
208	ベクトル	2	
209	行列（1 次変換）	3	
210	2 次曲線	2	
211	複素数平面	1	
300	関数	12	63
301	変化と対応	4	
302	比例・反比例	5	
303	1 次関数	20	
304	2 次関数	13	
305	いろいろな関数	9	
400	微積分	5	25
401	数列	14	
402	微分	3	
403	積分	3	
500	確率・統計	3	17
501	確率の考え	1	
502	順列・組合せ	0	
503	確率	4	

504	統計の考え方	9	
505	統計の分布	0	
506	統計的推論	0	
600	集合・論理	0	22
601	集合	0	
602	論理	1	
603	数学的な考え方・推論	17	
604	数学的帰納法	4	
700	その他	4	7
701	離散数学	3	
702	応用数学	0	
800	総合	75	87
801	数量と図形	9	
802	図形と関数	3	
900	汎用的な研究	9	9
合計		425	425

中項目で 10 編以上の論文があるのは，「数と式」では，105.文字と計算 105 編，「図形・幾何」では，204.平面図形の論証 47 編，201.基本的な平面図形 25 編，202.基本的な空間図形 18 編，「関数」では，303.1 次関数 20 編，304.2 次関数 13 編，「微積分」では，401.数列 14 編，「集合・論理」では 603.数学的な考え方・推論 17 編，となっている。いずれもそれぞれの内容領域の理解で鍵となる内容であり，しかも，指導が難しい内容である。

④研究内容

「数学におけるわかる授業」の研究内容（大項目）を図に表すと，図 4 の通りである。なお，研究内容は，主たるものを 2 つまで，順位を付けて挙げられるようになっている。図 4 では，第 1 番目と第 2 番目の研究内容をまとめて挙げてある。

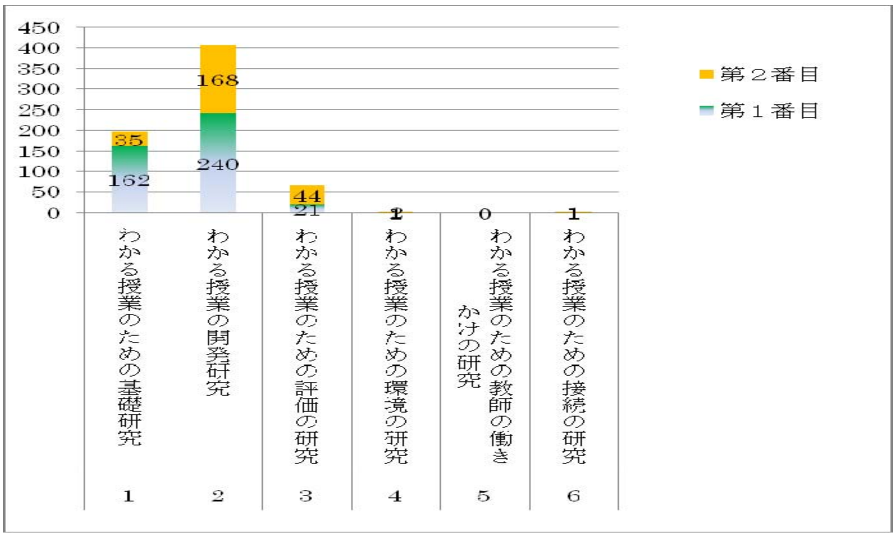


図 4　「数学におけるわかる授業」の研究内容（大項目）

対象論文 425 編のうち, 250 編の論文が, 第 2 番目の研究内容も付けられている。両者を合わせて多い順に挙げると, 「2.わかる授業の開発研究」が 408 編（全体の 96%）, 「1.わかる授業のための基礎研究」が 197 編（全体の 46%）, 「3.わかる授業のための評価研究」が 65 編（全体の 15%）となっている。「4.わかる授業のための環境の研究」は 3 編, 「6.わかる授業のための接続の研究」は 2 編, 「5.わかる授業のための教師の働きかけの研究」は 0 編である。「数学におけるわかる授業」の研究は, 何らかの形で, 指導方法や教材などの開発研究となっている。

「数学におけるわかる授業」の研究内容のうち, 論文数が多い「1.わかる授業のための基礎研究」「2.わかる授業の開発研究」の中項目を図に表すと, 図 5 の通りである。

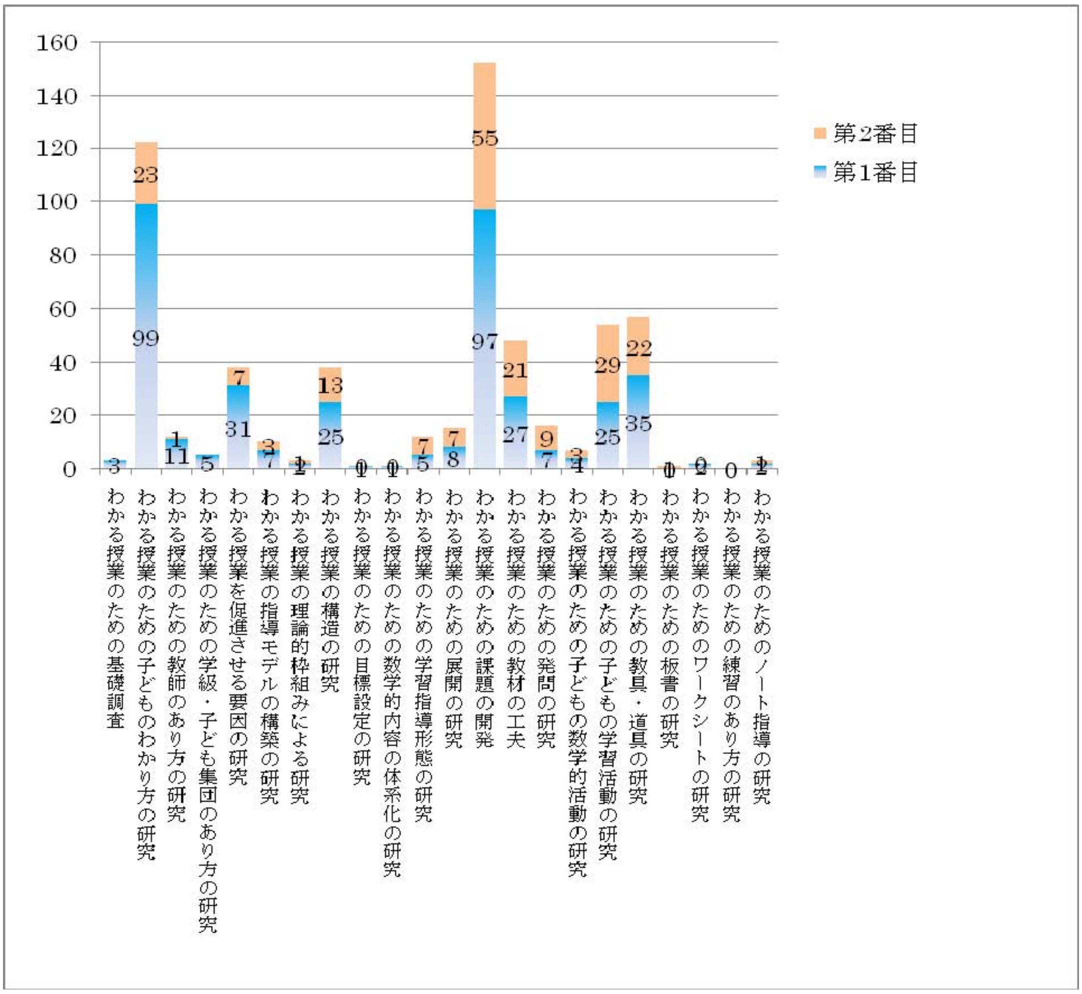


図 5 「わかる授業のための基礎研究・わかる授業の開発研究」**の研究内容（中項目）**

「わかる授業のための基礎研究・わかる授業の開発研究」の中項目を多い順（第 1 番目と第 2 番目の合計）に見てみると, わかる授業のための課題の開発 162 編, わかる授業のための子どものわかり方の研究 122 編, わかる授業のための教具・道具の研究 57 編, わかる授業のための子どもの学習活動の研究 54 編, わかる授

業のための教材の工夫 48 編，わかる授業を促進させる要因の研究 38 編，わかる授業の構造の研究 38 編，となっている。

「数学におけるわかる授業」の研究で扱われているすべての中項目・小項目をまとめると，表 6 の通りである。

表 6　わかる授業のための方策の大項目・中項目・小項目による分類

番号	大項目・中項目・小項目	第 1 番目	第 2 番目	合計
10000	わかる授業のための基礎研究	4		4
10100	わかる授業のための基礎調査	3		3
10200	わかる授業のための子どものわかり方の研究	9	2	11
10201	授業中の子どもの考える様子の分析（授業記録などによる）	36	7	43
10202	授業中の子どものワークシートによる子どもの考える実態の分析	3		3
10203	調査による子どもの考える実態の分析	48	14	62
10204	調査による子どもの誤答傾向の分析	3		3
10300	わかる授業のための教師のあり方の研究	11	1	12
10400	わかる授業のための学級・子ども集団のあり方の研究	5		5
10500	わかる授業を促進させる要因の研究	31	7	38
10600	わかる授業の指導モデルの構築の研究	7	3	10
10700	わかる授業の理論的枠組みによる研究	2	1	3
10701	理解の研究			0
10702	メタ認知の研究			0
10703	学級集団の研究			0
10704	教育方法の原理に基づく研究			0
20000	わかる授業の開発研究	1		1
20100	わかる授業の構造の研究		1	1
20101	わかる授業の定義・規定			0
20102	わかる授業の原理・原則	7	1	8
20103	わかる授業の条件	7	4	11
20104	わかる授業の特質	8	6	14
20105	わかる授業の学習指導過程	2		2
20106	わかる授業の学習指導案	1	1	2
20200	わかる授業のための目標設定の研究			0
20201	観点別目標設定			0
20202	水準（レベル）設定			0
20203	スモールステップ（プログラム学習）	1		1
20300	わかる授業のための数学的内容の体系化の研究			0
20301	特殊から一般による体系化			0
20302	一般から特殊による体系化			0
20303	精選・厳選	1		1
20400	わかる授業のための学習指導形態の研究			0
20401	一斉指導			0
20402	グループ指導	1	1	2
20403	個別指導	3	3	6
20404	習熟度別指導	1	1	2
20405	ティーム・ティーチング		1	1
20406	複式学級			0
20407	学習スタイルに応じた指導		1	1
20500	わかる授業のための展開の研究	4	3	7
20501	価値意識を持たせる		4	4

20502	多様な考えを活かす			0
20503	誤答を活かす	2		2
20504	話し合いをさせる	1		1
20505	他人の考えを説明させる	1		1
20506	単元間のつながりをつける			0
20507	原理を先に教える			0
20600	わかる授業のための課題の開発	14	6	20
20601	興味関心をひく課題	22	15	37
20602	数学的発展性のある課題	20	15	35
20603	オープンエンドの課題（多様な答ができる課題）	6	4	10
20604	日常事象に関連した課題	18	11	29
20605	他教科の課題			0
20606	数学史に関した課題	6	1	7
20607	ゲーム・遊びに関した課題	3	2	5
20608	科学技術に関した課題	1	1	2
20609	環境問題に関した課題	2		2
20610	社会問題に関した課題	3		3
20611	生徒の疑問をもとにした課題	2		2
20700	わかる授業のための教材の工夫	11	3	14
20701	図的に表現	5	12	17
20702	実物で演示	1	2	3
20703	小段階に分割			0
20704	数式と図形の関連づけ		3	3
20705	典型的な問題場面	1		1
20706	単純な問題を提示	1		1
20707	一般的な問題を提示	2		2
20708	教材の地図化	2		2
20709	わかりやすい文章で表現		1	1
20710	問題の見方・考え方による分類	1		1
20711	具体的な問題を提示	3		3
20800	わかる授業のための発問の研究	2		2
20801	説明のための発問	2	1	3
20802	探究のための発問		1	1
20803	個に応じる発問	1	1	2
20804	問題を作らせる発問	2	6	8
20805	応用のための発問			0
20900	わかる授業のための子どもの数学的活動の研究			0
20901	帰納する・一般化する			0
20902	拡張する			0
20903	特殊化する			0
20904	単純化する			0
20905	類比する			0
20906	逆に考える			0
20907	演繹する・証明する	1	2	3
20908	反例をあげる			0
20909	数学化する	1		1
20910	数学的モデル化	2	1	3
21000	わかる授業のための子どもの学習活動の研究	1		1
21001	予想する	2	4	6
21002	模形を作る	1	1	2
21003	実験を行なう	6	4	10
21004	観察を行う		2	2
21005	発表する		1	1

21006	話し合いをする	6	8	14
21007	操作を行なう	6	6	12
21008	発見する	1		1
21009	問題をつくる	2	1	3
21010	問題を見つける			0
21011	ディベートをする		1	1
21012	振り返る		1	1
21100	わかる授業のための教具・道具の研究	2	2	4
21101	プリント	1	2	3
21102	説明のための教具：三平方の定理説明器など	1	1	2
21103	探究のための教具：ジオボード，水槽など	3	1	4
21104	電卓	5	6	11
21105	コンピュータ	21	10	31
21106	ビデオ	2		2
21200	わかる授業のための板書の研究			0
21201	子どもの考えを示す板書		1	1
21202	概念化のための板書			0
21203	まとめのための板書			0
21204	図表を活用した板書			0
21300	わかる授業のためのワークシートの研究			0
21301	ワークシートの構成	2		2
21400	わかる授業のための練習のあり方の研究			0
21401	練習問題の配列の仕方			0
21402	練習問題の量			0
21403	練習問題の出し方			0
21500	わかる授業のためのノート指導の研究			0
21501	ノートの取り方	2	1	3
30000	わかる授業のための評価の研究	4	4	8
30100	わかる授業のための評価目標	1		1
30101	評価の観点	2	1	3
30102	観点別評価	2	4	6
30103	達成度評価・到達度評価			0
30104	診断的・形成的・総括的評価	1	1	2
30200	わかる授業のための評価方法	1		1
30201	発言	1	4	5
30202	観察	1		1
30203	チェックシート・座席表			0
30204	ワークシート			0
30205	テスト	3	9	12
30206	ノート		1	1
30207	質問紙	2	10	12
30208	インタビュー・面談		1	1
30209	感想		4	4
30210	数学日記			0
30211	生徒同士の評価			0
30300	わかる授業のため自己評価	1	1	2
30301	質問紙			0
30302	ポートフォリオ	2	2	4
30303	学習感想文		2	2
30400	わかる授業のため授業評価			0
40000	わかる授業のための環境の研究			0
40100	わかる授業のための宿題のあり方の研究			0
40101	宿題の時期			0

40102	宿題の内容	1		1
40103	宿題の量		1	1
40200	わかる授業のための学級の研究			0
40300	わかる授業のための教室環境の研究			0
40301	小黒板			0
40302	ポスター			0
40303	標語		1	1
40400	わかる授業のための家庭学習の研究			0
40500	わかる授業のための社会環境の研究			0
50000	わかる授業のための教師の働きかけの研究			0
50100	わかる授業のための教師の基礎技能の研究			0
50101	話し方			0
50102	板書の仕方			0
50200	わかる授業のための教師の対応の研究			0
50201	受容			0
50202	共感			0
50203	考える時間をとる			0
50300	わかる授業のための教師の学習方略伝達の研究			0
50301	学び方の説明			0
60000	わかる授業のための接続の研究			0
60100	わかる授業のための学校間・学年間の接続の研究			0
60101	小中高の接続	1		1
60102	小中の接続			0
60103	中高の接続			0
60104	高大の接続			0
60105	学年間の接続			0
60200	わかる授業のための内容・方法の接続の研究			0
60201	内容の接続		1	1
60202	方法の接続			0
合計		425	250	675

小項目のうちで論文数が 10 編以上のもの 16 項目を中項目とともに挙げると，次の通りである。

10200.わかる授業のための子どものわかり方の研究
  10201.授業中の子どもの考える様子の分析（授業記録などによる）43 編
  10203.調査による子どもの考える実態の分析 62 編
20100.わかる授業の構造の研究
  20103.わかる授業の条件 11 編
  20104.わかる授業の特質 14 編
20600.わかる授業のための課題の開発
  20601.興味関心をひく課題 37 編
  20602.数学的発展性のある課題 35 編
  20603.オープンエンドの課題（多様な答ができる課題）10 編
  20604.日常事象に関連した課題 29 編
20700.わかる授業のための教材の工夫
  20701.図的に表現 17 編
21000.わかる授業のための子どもの学習活動の研究
  21003.実験を行なう 10 編
  21006.話し合いをする 14 編
  21007.操作を行なう 12 編
21100.わかる授業のための教具・道具の研究
  21104.電卓 11 編
  21105.コンピュータ 31 編

30200.わかる授業のための評価方法
30205.テスト 12 編
30207.質問紙 12 編

一方で，論文数が 1 編もなかったのは，4 中項目，51 小項目で，次の項目である。

10700.わかる授業の理論的枠組みによる研究
10701.理解の研究，10702.メタ認知の研究，10703.学級集団の研究
10704.教育方法の原理に基づく研究
20200.わかる授業のための目標設定の研究
20201.観点別目標設定，20202.水準（レベル）設定
20300.わかる授業のための数学的内容の体系化の研究
20301.特殊から一般による体系化，20302.一般から特殊による体系化
20400.わかる授業のための学習指導形態の研究
20401.一斉指導，20406.複式学級
20500.わかる授業のための展開の研究
20502.多様な考えを活かす，20506.単元間のつながりをつける，
20507.原理を先に教える
20600.わかる授業のための課題の開発
20605.他教科の課題
20700.わかる授業のための教材の工夫
20703.小段階に分割
20800.わかる授業のための発問の研究
20805.応用のための発問
20900.わかる授業のための子どもの数学的活動の研究
20901.帰納する・一般化する，20902.拡張する，20903.特殊化する
20904.単純化する，20905.類比する，20906.逆に考える，20908.反例をあげる
21000.わかる授業のための子どもの学習活動の研究
21010.問題を見つける
21200.わかる授業のための板書の研究
21202.概念化のための板書，21203.まとめのための板書
21204.図表を活用した板書
21400.わかる授業のための練習のあり方の研究
21401.練習問題の配列の仕方，21402.練習問題の量，21403.練習問題の出し方
30100.わかる授業のための評価目標
30103.達成度評価・到達度評価
30200.わかる授業のための評価方法
30203.チェックシート・座席表，30204.ワークシート，30210.数学日記
30211.生徒同士の評価
30300.わかる授業のため自己評価
30301.質問紙
30400.わかる授業のため授業評価［中項目］
40100.わかる授業のための宿題のあり方の研究
40101.宿題の時期
40200.わかる授業のための学級の研究［中項目］
40300.わかる授業のための教室環境の研究
40301.小黒板，40302.ポスター
40400.わかる授業のための家庭学習の研究［中項目］
40500.わかる授業のための社会環境の研究［中項目］
50100.わかる授業のための教師の基礎技能の研究
50101.話し方，50102.板書の仕方
50200.わかる授業のための教師の対応の研究
50201.受容，50202.共感，50203.考える時間をとる
50300.わかる授業のための教師の学習方略伝達の研究
50301.学び方の説明

60100.わかる授業のための学校間・学年間の接続の研究
60102.小中の接続，60103.中高の接続，60104.高大の接続，
60105.学年間の接続
60200.わかる授業のための内容・方法の接続の研究
60202.方法の接続

これらの項目は，数学におけるわかる授業の研究がなされていない分野を示唆するとともに，また，項目自体を再検討する必要も示唆している。

（３）「数学におけるわかる授業」の研究の動向

日本数学教育学会誌『数学教育』の 1980 年第 62 巻第 1 号から 2009 年第 91 巻第 1 号までの分析対象の論文 425 編を,「数学におけるわかる授業」の研究の動向に焦点を当てて，全体の変化を見たのちに，次の観点から分析した。

・教育目標 :「数学におけるわかる授業」の研究で目指されている教育目標
・数学内容 :「数学におけるわかる授業」の研究で扱われている数学内容
・研究内容 :「数学におけるわかる授業」の研究で行われている内容

分析対象の全部の論文 425 編の論文数の各年毎の経年変化は，図 6 の通りである。

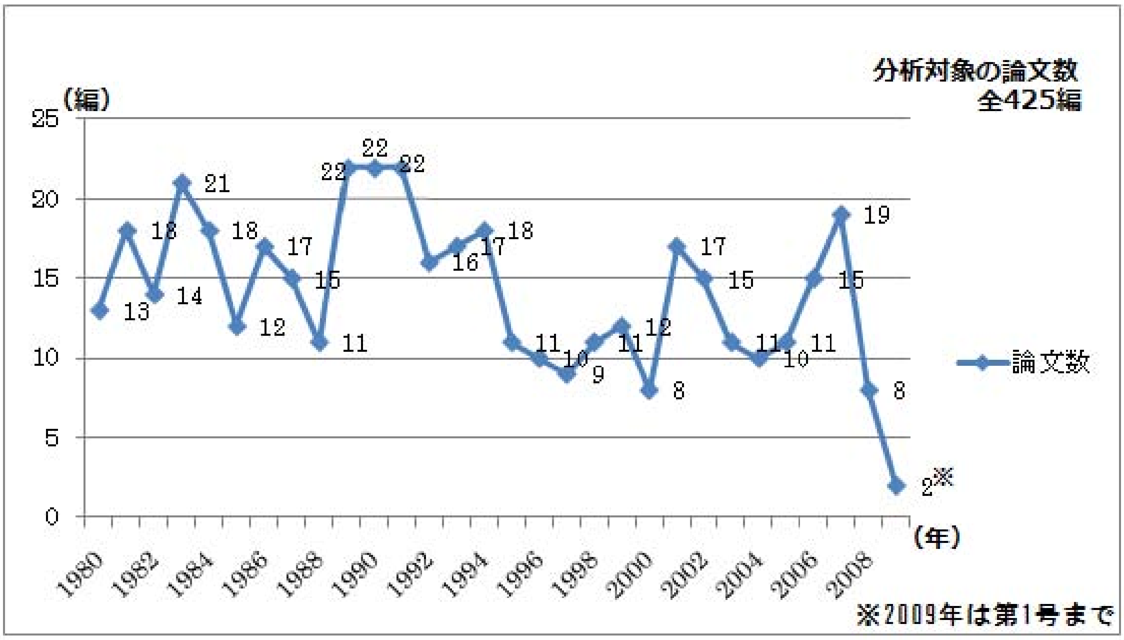


図 6　分析対象の論文（全 425 編）の論文数の経年変化

1980 年から 30 年間，わかる授業に関する研究は，おおむね，10 編から 20 編の間を推移している。

①教育目標から見た「数学におけるわかる授業」の研究の動向

分析対象の論文 425 編の教育目標別の論文数の各年毎の経年変化は，図 7 の通りである。

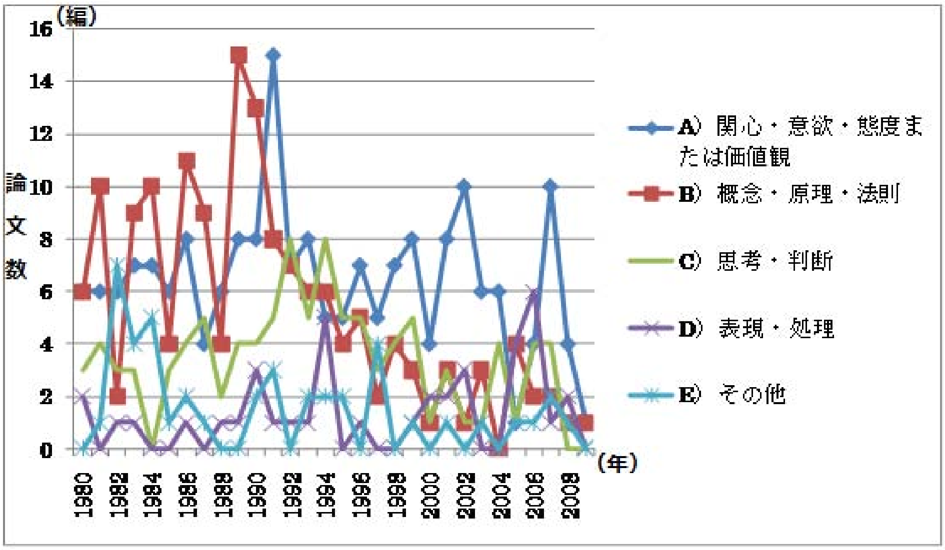


図７　「数学におけるわかる授業」の教育目標の経年変化

「A．関心・意欲・態度または価値観」は，1991 年の 15 編，2002 年の 8 編，2007 年の 10 編に代表されるように，経年変化をみても比較的多くの論文が目標として挙げ続けていることがわかる。しかしながら，1991 年で掲げられた教育目標「A．関心・意欲・態度または価値観」は，混合目標の一つとして掲げられているということが特徴であるといえよう。これは，情報化，国際化などの社会の変化に対応することのできる思考力や判断力の個性化，多様化を重視し，「見通しをもつ」といった数学的考え方の育成や数理的な処理の「よさ」を感得させることが数学科の目標として掲げられ，研究論文においても「数学的考え方」や「パーソナルコンピュータ，テクノロジーの利用や活用」を通して子どもたちの興味や関心を重視したことが反映している。例えば，志賀清一（1991）「基礎概念理解のためのコンピュータの活用について」（第 73 巻第 9 号 pp.23-39）がある。

一方で 2002 年，2007 年では，単一目標として「A．関心・意欲・態度または価値観」を掲げる論文が大半を占める。例えば，太田伸也（2002）「太陽の動きをとらえるための数学的モデルを作る活動を通して空間図形の見方を広げる指導」（第 84 巻第 11 号，pp．10-20）や，西村圭一（2007）「中等教育における離散グラフを用いた数学的モデル化に関する研究」（第 89 巻第 3 号，pp.8-16）は，「数学的モデリング」という現実と数学の世界の関係を強調することで数学科授業の意義や数学の社会的有用性を意図しようとしている。

「B．概念・原理・法則」は，1990 年の 13 編を最高に，その後，著しく論文数が減少している。これは 1980 年代にわたって実施された「基礎・基本の重視」を掲げた昭和 52 年告示の学習指導要領を反映した結果であるといえよう。例えば，

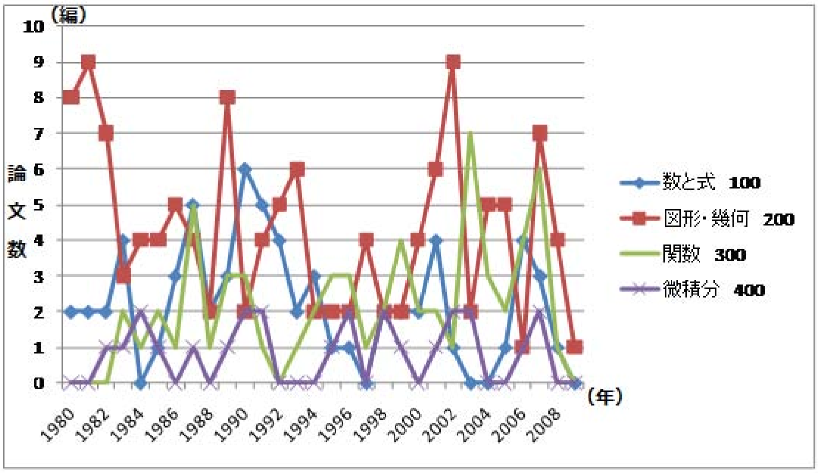
小松真一郎(1980)「文字使用のセンスを育成し数学への意欲をそそる工夫ー未開発の生徒のためにー」(第 62 巻第 3 号 pp.16-24)は，数学教育における基礎・基本とは，数学的概念や原理，法則の理解並びに習得であると考え，それらを教育目標に据えている。

「C．思考・判断」は，生徒一人ひとりが社会の変化を読み取り対応するために数理的に処理したり活用したりするよさに関する論文や,「数学的な考え方」ということばを表題に含む論文，さらに，生徒ひとりひとりの思考や活動をどのように捉えるかを考察する論文に関するものである。例えば，国宗進（1987)「関数の問題解決場面における子供の考え方」(第 69 巻第 9 号，pp.4-13）などがある。また，この目標を含む論文は，1980 年代後半から 1990 年代前半にかけて多く，その後，著しく減少していった。このような数学における生徒個人の思考に関する関心は，日本国内の動向のみでなく，国内外で 1980 年代になってから構成主義（当初は，グラーサーズフェルト（von Glasersfeld, E.）の立場とされる急進的構成主義が注目を浴びた）が子どもの立場にたつ数学教育の有力なパラダイムに位置づけられたことにも関係していると思われる。そして，その後,「数学的な考え方」とは何かを具体的な子どもの活動で特徴づけてその活動自体を探求する方向へ教育目標が表現されていったために,「数学的な考え方」や「数学的な思考」といった言葉が表題等から姿を消していく。しかしながら，最近は，子どもの考え方や思考といった目に見えない内的活動を，書く活動や説明する活動と密接に関係づけて「数学的活動」を表すことが強調された始めたことによって, 研究論文数も 2006 年ごろから徐々に増加している。

「D．表現・処理」に関する論文は,「A．関心・意欲・態度，または価値観」や「B．概念・原理・法則」,「C．思考・判断」に関する論文に対して，圧倒的に少ない。その中でも比較的掲載論文数が多い年は，1994 年と 2006 年である。1994 年（5 編）では，子どもたちが自身の考えをどのように表現しているのかに着目する研究論文の増加に伴って，混合目標のうちの一つとして教育目標「D．表現・処理」を掲げるものであり，例えば，小林広利ほか 12 名（1994)「問題解決における方略の習得をめざす指導ー方略を子供のことばで表現してー」(第 76 巻第 7 号,pp.20-27）などである。一方，2006 年に掲載されている 6 編は，国内外を対象に行われた大規模調査の結果をうけて，子どもたちの表現する力の現状に目を向け，単一目標として教育目標「D.　表現・処理」を掲げるものが大半を占めており，例えば，松尾七重（2006)「文字式指導の改善の方向性—「式をよむ力」「式で表す力」「式を多様に見る力」の育成—」(第 88 巻第 5 号,pp.33-40) などである。

②数学内容から見た「数学におけるわかる授業」の研究の動向

分析対象の論文 425 編の数学内容別の論文数の各年毎の経年変化は，図 8 の通りである。



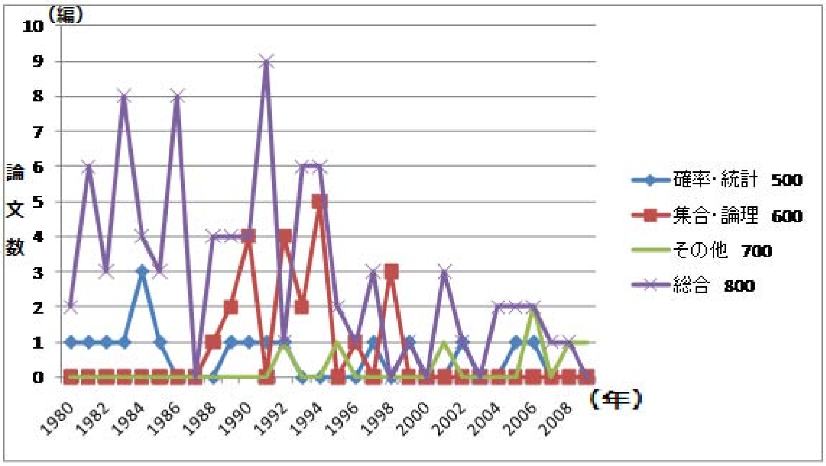


図 8　「数学におけるわかる授業」の数学内容の経年変化

「数と式」は，1990 年の 6 編を最高として，基本的には少数であまり変わらない。

「図形・幾何」は，最高 9 編が 2 回あり，掲載されていない年が無いほど，論文数としては多い。

「関数」は，全 63 編中 28 編が 2000 年代と極端に増加している。例えば，熊倉啓之（2003）「学ぶ意義を実感させる関数の指導に関する研究」（第 85 巻第 11 号,pp.40-49）などである。

「微分積分」は，高等学校数学において学校数学の内容の集大成として捉えている教師も少なくないが，「わかる授業」に関する研究論文は少ない。「わかる授業」における「微分積分」の見直しを図るとともに，具体的な学習・指導を設計し，実践する必要性が指摘できよう。また同時に，数学内容を見ても，中学校の内容に関する論文の数に比べて，高等学校の内容に関する論文が非常に少ないこ

とも明らかである。

「集合・論理」は，全 22 編のうち，11 編が 1992 年から 1994 年に掲載されている。例えば，森正雄（1993）「『必要条件』『十分条件』の指導について－理解の実態調査に基づく改善への提言－」（第 75 巻第 7 号,pp.37-44）などである。これは，平成元年告示の学習指導要領に強調される「個性化」に関わって，集合や論理においても生徒一人ひとりの考え方を大切にするということが反映されたと思われる。

「総合」の論文数は，1991 年の 9 編を最高として急速に減少している。

③研究内容から見た「数学におけるわかる授業」の研究の動向

分析対象の論文 425 編の研究内容別の論文数の各年毎の経年変化は，図 9 の通りである。図 9 においては，対象論文 425 編の第 1 番目の研究内容を取り挙げて，3 項目「1．わかる授業のための基礎研究」，「2．わかる授業の開発研究」，「3．わかる授業のための評価の研究」の 3 項目の経年変化を示した。他の項目「4．わかる授業のための環境の研究」は 2004 年に 1 編，「5．わかる授業のための教師の働きかけの研究」は 0 編，「6．わかる授業のための接続の研究」は 1992 年に 1 編みられるのみである。

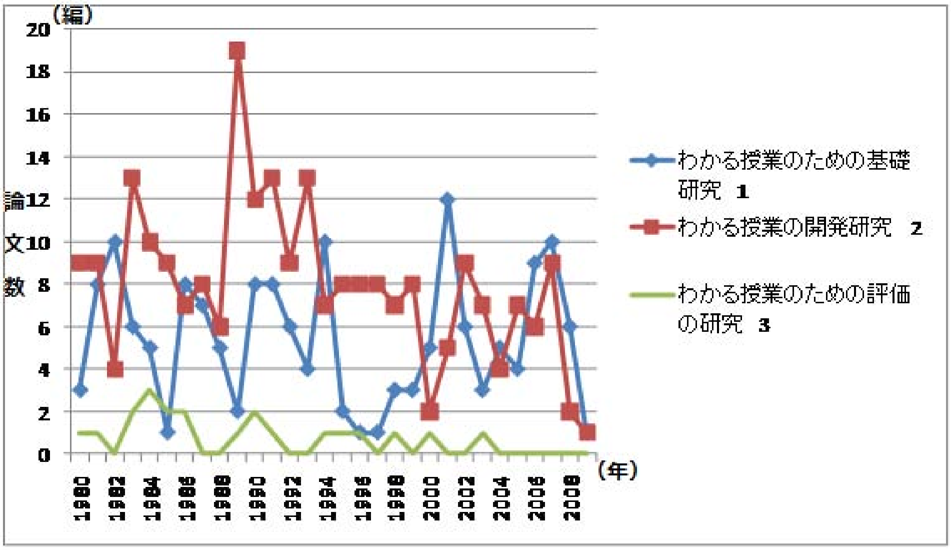


図 9　「数学におけるわかる授業」の研究内容の経年変化

「2．わかる授業の開発研究」に関する論文は一様に多い。その中で，数学科授業での実際的な教師の発問や指導に有効な教具，授業の形式（話し合い活動の重視等）に関する新しいアイディアや取り組みを提案する論文が多く見受けられる。例えば，吉田稔（1986）「九点円の指導をめぐって」（第 68 巻第 7 号，pp.2-14）や太田伸也（1995）「生徒に幾何の世界を構成させる図形指導－ディベート「凹四

角形の外角の和は 360°である」を取り入れてー」（第 77 号第 5 号，pp.11-19），長谷川順一（2002）「しきつめ模様作りが中学校 1 年生の線対称・点対称概念の理解及び情意面に与える影響」（第 84 巻第 11 号 pp.2-9）などである。つまり，「わかる授業」に関する論文は，「基礎・基本の重視」という教育目標を反映してはいるが，数学教育における基礎・基本とは何かについての探究よりもむしろ，計算や図形の計量といった学習内容を基礎的・基本的な数学の内容と位置づけてその学習・指導の方法を多様に生み出すという方向で研究されてきたといえよう。

「1．わかる授業のための基礎研究」に関する論文の数は，近年になるにつれ，「2．わかる授業の開発研究」に関する論文の数との差が小さくなっている。これは，「数学的活動」を具体的かつ詳細に示す必要から，生徒の実態や活動の様子をどのように解釈し，より適切な数学的活動を授業に取り入れるかを吟味する研究，例えば，芳沢光雄（2006）「算数・数学つまずきの分類」（第 88 巻第 3 号，pp.24-28）などが増加したことによって，「1．わかる授業のための基礎研究」が増加した結果であると考えられる。

「3．わかる授業のための評価の研究」は，一様に論文数が少ない。

4．まとめ

本稿においては，日本数学教育学会誌『数学教育』の 1980 年代以降の論文を対象として，主として中学校・高等学校の「数学におけるわかる授業」の特徴についてその研究の目的や内容から明らかにし，そして，それらを分析の観点として 1980 年代から 2000 年代へかけての 30 年間の「数学におけるわかる授業」の研究の動向を明らかにした。

「数学におけるわかる授業」は，教育目標である「関心・意欲・態度，または，価値観」「概念・原理・法則」「思考・判断」「表現・処理」の 4 領域と，研究内容である「わかる授業のための基礎研究」「わかる授業の開発研究」「わかる授業のための評価の研究」「わかる授業のための環境の研究」「わかる授業のための教師の働きかけの研究」「わかる授業のための接続の研究」の 6 領域で，特徴づけられることを示した。

1980 年代から 2000 年代へかけての 30 年間の「数学におけるわかる授業」の研究を見ると，教育目標では，「関心・意欲・態度，または，価値観」が一番多く，それに続いて，「概念・原理・法則」，「思考・判断」，「表現・処理」の順になっている。数学内容では，「図形・幾何」が一番多く，それに続いて，「数と式」，「関数」，「微積分」，「集合・論理」，「確率・統計」の順になっており，図形・幾何の内容が約 30％を占めている。研究内容では，「わかる授業の開発研究」が全体の 96％と一番多く，それに続いて，「わかる授業のための基礎研究」が全体の 46％，「わかる授業のための評価研究」が全体の 15％となっている。「わかる授業のため

の環境の研究」，「わかる授業のための接続の研究」，「わかる授業のための教師の働きかけの研究」はほとんどなかった。

このように本研究で「数学におけるわかる授業」の特徴を明らかにするために考えられた教育目標や研究内容などの分析的な観点は，それによって過去 30 年間の動向を分析できることからも明らかなように，研究がなされていない分野を示唆し，さらには，項目自体を再検討する必要も示唆しており，「数学におけるわかる授業」を構築したり分析したりするために重要な観点となると考えられる。

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1980	62	1	2-16	論説	坂井裕，春日竜郎	補助図形を見出す一つの試み－対称移動を用いて－	1	12	B1	204	補助図形を用いることで証明を理解させる	20710	30205		平面図形の論証
1980	62	3	3-8	論説	関根英男	学習意欲を高める指導－おうぎ形の求積をとおして－	1	11	A0	201	学習意欲を高める指導を行う	20105	20402		おうぎ形
1980	62	3	9-15	論説	小関熙純，家田晴行，春日竜郎，国宗進，榎戸章仁，中西知真紀，山下国広	図形における論証指導について－第3次報告（その1）－	1	10	B2	204	図形概念の理解，論証の意義を知る	20105	20907		平面図形の論証
1980	62	3	16-24	論説	小松真一郎	文字使用のセンスを育成し数学への意欲をそそる工夫－未開発の生徒のために－	1	31	B0	100	文字使用センスの育成	20711			数式
1980	62	3	25-28	論説	横山正三	三角関数を用いない複素数の極形式	1	51	D2	211	複素数の極形式の図などによる直観的な導き方の工夫	20701			複素数
1980	62	5	2-8	論説	小関熙純	図形における論証指導について－第3次報告（その2）－	1	10	A0	204	図形の認識の段階を考慮した指導について	10201			図形
1980	62	5	13-18	論説	村上一三	空間指導を助ける教具の開発	1	01	A0	202	生徒が主体的に活動できるような教具の開発	21103			空間図形
1980	62	5	19-24	論説	宇留野隆ほか3名	基礎学力向上のための全国一斉数学テストとそのテキストについて	1	30	AB	800	学力向上を目的とした数学テストの開発	20601			
1980	62	7	2-8	論説	糸谷邦雄	創造的な思考力を伸ばす指導の工夫	1	10	AC	802	意欲的に創造活動の場を構成できるような素材の開発と，その授業過程を明らかにする。	20701	20604		関数的な見方・考え方や手法を生かして法則を見い出させる指導

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1980	62	7	9-13	論説	手塚育男	確率指導の一考察－実験を主とした指導とその考察－	1	10	BC	503	確率の意味や性質を理解させる	20607	21003		確率
1980	62	7	22-32	論説	二葉潤一ほか4名	図形教材の望ましい指導体系について	1	31	BC	202	図形の基本的性質の定着，空間概念の育成，論理的な思考力および直観力の育成	10204			空間図形
1980	62	9	2-12	論説	鹿取和幸	長期的な学習者の変容の追跡とその指導－評価視点を明確にした評価問題の開発とその評価－	1	12	D1	105	学習者をより正確にとらえるために，評価観点を明確にすること（目標に対してできるかどうか）	30101	30205		式の計算
1980	62	11	2-9	論説	西尾雅俊	ひとりひとりを大切にする学習指導－把握段階をふまえた指導－	1	11	A0	200	生徒の実態を知り，ひとりひとりの能力に応じた学習指導を考え，生徒に目標を持たせたり，経験的素材の系統化を図ることによって，意欲的な取り組みができる学習指導を考える。	10600	20803	60102	小学校から中３までの図形全般
1981	63	1	11-18	論説	石神葉子，鵜飼美千代，杉山きみゑ，松尾伸子，柴田美穂子，丹羽敬子，真野玲子	基礎的・基本的な事項の充実をはかる数学指導	1	12	B0	204	図形の本質を理解させる，問題を解く過程を理解させる，基礎基本を重視する	20103	30205		相似
1981	63	1	19-25	論説	泉本基夫，倉信敏	中学校における統計指導の一考察	1	13	B0	504	実験を通して統計を理解させる	21003			統計
1981	63	1	26-30	論説	石橋洋夫，高松浩司，永峰薫，平山幸夫，吉田達夫	数学Iにおける不等式の定着度について	1	31	B0	113	不等式が生徒にどのように理解されているか調査を行う	10203			不等式

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1981	63	1	31-36	論説	佐伯卓也	「数学的構造の学習」の評価法	1	51	B0	208	生徒の理解をどう評価するか	30000			ベクトル
1981	63	3	2-7	論説	形川恵	操作活動による定理発見の学習指導について－円周角の定理と三平方の定理－	1	13	AB	204	生徒が主体的に取り組める授業実践の研究	21007			図形
1981	63	3	9-15	論説	久道登	自作「マグネット式平面図形構成器」の活用	1	11	E0	201	教具の開発および実践	21102	21007		図形
1981	63	3	30-38	論説	青山庸	オープンな問題場面を生かす教授方略と評価に関する研究	1	12	ABC	200	オープンエンドな問題により授業改善を行う	20603			図形
1981	63	5	2-6	論説	鈴木幸之助	自ら考える力を育てる指導－基礎的・基本的な内容とそのもとになる考えの指導を通して－	1	10	B0	800	基礎基本の具体化と，指導法について明らかにする	10203			全範囲
1981	63	5	7-12	論説	福井誠	自ら考える力を育てる数学指導－問題の表現を変えて解決に結びつく既習事項を見つけさせる指導を通して－	1	10	C0	800	自力解決できる能力の育成	10203			全範囲
1981	63	5	13-17	論説	竹村精治	工業高校数学科における指導の実際と改善について－書き込み用のブランクをもったプリントによる学習－	1	30	A0	800	プリント穴埋めにより学習意欲を引き出す	21101			全範囲
1981	63	5	18-22	論説	小笠原篤宏，室田敏夫	空間図形の性質に対する意識調査－空間におけるベクトルの指導について考えるために－	1	30	B0	205	空間図形の性質を理解させる	10203			空間図形
1981	63	7	2-7	論説	杉山吉茂	証明に基づく発展的な学習指導	1	21	A0	800	証明のよさ，おもしろさを感じさせる指導について	20600			全範囲
1981	63	7	8-16	論説	京極邦明，内海淳，半田進	小・中一貫カリキュラムの編成	1	01	C1	204	生活空間の数学的把握を目指したカリキュラムの編成	20604			直角三角形の証明

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1981	63	7	27-35	論説	稲荷武，竹内峰男，今田孝	学習意欲を高める数学指導法の実践的研究－課題をもとにして－	1	31	A0	800	生徒の実態調査および問題点の探究	10203			
1981	63	9	2-7	論説	嶋津貴敬，笹山公男	中学校における因数分解の一考察	1	13	C0	106	中学における文字指導の問題点や課題を追究する	10203			因数分解
1981	63	9	8-15	論説	堀内了賢，杉本辰男	長期的な学習者の変容の追跡とその指導	1	11	A0	800	認知面と情意面から生徒の特性を捉えること	10203			全範囲
1981	63	11	3-10	論説	小関熙純，家田晴行，春日竜郎，国宗進，榎戸章仁，中西知真紀，山下国広，坪田耕三	図形における論証指導について－第4次報告（その1）－	1	01	B0	204	図形の概念理解，小学校の実態と中学校との関連を明らかにする	10000			図形証明
1981	63	11	14-15	論説	磯脇一男	三角比の鈍角への拡張の指導	1	31	B0	206	三角比の鈍角への拡張を自然に行う方法を探究する	20706			三角比
1982	64	1	3-14	論説	小関熙純，家田晴行，春日竜郎，国宗進，榎戸章仁，中西知真紀，山下国広，坪田耕三	図形における論証指導について－第4次報告(その2)－	1	12	AE	204	生徒に論証のよさや美しさをとらえさせる	20505			図形証明
1982	64	1	15-20	論説	栗原幹夫ほか6名	数学的創造力を伸ばす教材と指導法の実践的研究－思考様相の調査－	1	21	AE	200	興味関心をひく教材の研究，生徒の思考様相の研究	10201			図形
1982	64	1	21-29	論説	真鍋達貴	問題解決指導における教授活動の分析に関する一考察	1	13	E0	204	個に応じた教授指導の分析	10300	10201		ピタゴラス数

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1982	64	3	2-6	論説	栗原幹夫	数学的創造力を伸ばす教材の指導法と実践的研究－思考様相の調査第2次報告()－	1	30	CE	200	生徒の思考様相について，一定の条件のもとで調査し，検証する	10203			図形
1982	64	5	2-5	論説	高岸勝美	数学的な表現と処理の仕方の指導－数量や数量の関係を文字で表す指導を通して－	1	11	D0	105	文字を変数として捉え，問題を数学的に処理できるようにする	10203			文字式
1982	64	5	6-13	論説	斉藤松子	ねらいをはっきりさせた学習指導を求めて	1	10	A0	800	自ら課題解決に当たる態度と方法を身につけさせること	10600	30102	30203	全範囲
1982	64	5	14-18	論説	本間正幸	キューブシュガーを使った数列の学習	1	32	B0	401	数列を具体例から考え，理解させる	21003	21004		数列
1982	64	5	19-28	論説	栗原幹夫	数学的創造力を伸ばす教材と指導法の実践的研究－思考様相の調査(第3次報告)－	1	33	E0	800	生徒の実態を客観的に調査し，教材開発や指導法に役立てる	10203	30000		
1982	64	7	2-11	論説	木村善巳	操作活動による空間概念の育成－立体図形の切断・展開の指導を通して－	1	11	AC	202	操作活動を通して空間図形の概念形成の育成を行う	10203	21007		図形
1982	64	7	12-16	論説	原田伊佐雄	標本調査の実験を通しての確率の考え方の指導	1	15	AB	500	実験を通して統計を理解させる，意欲を高める	21003			確率・統計
1982	64	7	17-23	論説	知崎義巳	習熟度別学級の数学指導の一考察－習熟度別精神健康度の分析をふまえて－	1	31	E0	800	健康度および精神作業量の判断によって，学習不振の解消	10100	20404	20403	広範囲（三角関数，ベクトル，文字式)
1982	64	9	2-13	論説	小関熙純ほか8名	図形における論証指導について－第5次報告－	1	10	C1	204	子どもの発達過程を追求すること，教育による発達への可能性を追求すること	10200			図形

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1982	64	11	2-9	論説	高野満ほか	数式指導における問題点の考察	1	10	A0	105	計算力を向上させることで，数学に対する意欲を向上させる	10203	30300		数と式
1982	64	11	20-26	論説	池野蘭也	ベクトルの一貫指導－平面，空間の並列型教材による－	1	30	E0	208	平面と空間ベクトルの一貫指導の提案	20700	30205		ベクトル
1983	65	1	2-11	論説	相田重行	意欲をつける課題学習の一考察	1	11	A0	105	生徒ひとりひとりが考えを出し合い，意欲関心を高める授業を構築する	20800	10200		数と式
1983	65	3	2-4	論説	越塚紀久男	誤答の活用についての一考察	1	10	B0	800	適切な概念モデルを形成するために，誤答を生かす	20503			
1983	65	3	5-12	論説	新夕義典	伴って変わる数量に着目し，それらの間の関係を考察する能力を伸ばす指導	1	11	B0	800	具体的事象を考察させながら相互の関係をとらえ，関数の意味について理解を深める	20604	20702	21007	全範囲
1983	65	3	13-24	論説	中西知真紀ほか8名	図形における論証指導について（第6次報告）	1	10	B0	204	論証の意義，定義を理解させること	10200			図形証明
1983	65	3	25-32	論説	若宮道男ほか6名	文字理解の定着化を目ざして	1	11	B0	105	文字理解のための指導法を模索すること	10203	30205		文字式
1983	65	3	33-37	論説	樅山恵一	数学科学習習熟度別指導の実践例	1	32	B0	304	得点成績全般が判断対象	20404	10600		2次関数全般
1983	65	3	38-43	論説	斉藤昇	時系列を考慮した学習評価法－学習成績の伸びを重視した評価法－	1	30	E0	900	学習成績の伸びを重視した評価法の構築	30100			
1983	65	5	2-6	論説	瀬崎強一	中学校数学指導におけるマイコンの利用	1	11	B0	105	マイコンを用いた学習指導による効果を検証する	21105			数と式
1983	65	5	7-10	論説	神戸康彦	「図形をよみとる力」を育てる指導－オープンエンド課題を生かして－	1	100	AE	200	図形をよみとる力を育てる指導の手だてを探求すること	20603			

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1983	65	5	11-19	論説	五十嵐一博	主体的な学習を育てる評価法をめざして	1	12	B0	800	短時間で評価と分析を行うことができる工夫をすること	30000			全範囲
1983	65	5	20-28	論説	芝田秀和ほか7名	マークカード方式による数学診断テストの開発と試行についての考察	1	31	E0	800	個々の生徒のための学力診断テストおよび支援テキストの作成	20700	10203		全範囲
1983	65	7	2-11	論説	秋田真達	”誤答（立式の）分析と指導の基本”について	1	12	B0	112	誤答を分析することで指導を改善すること	20503			不等式
1983	65	7	12-20	論説	藤井和郎，原田経子，定広輝海	事象を数学的にとらえ考察する能力を養う関数指導の試み	1	10	C0	303	事象を数学的にとらえ考察する能力を養う指導法の検討，関数指導の体系化	20604			1次関数
1983	65	7	21-32	論説	星野文男ほか8名	生徒の意欲的な問題解決を促す教材の開発とその指導法	1	02	A0	800	問題解決の教育的意義の考察，心理的側面について検討	10200	20102		
1983	65	9	2-11	論説	相馬一彦	問題の解決過程を重視する指導－数学教育と問題解決－	1	02	E0	800	問題解決の意味づけについてまとめる	20102			全範囲
1983	65	9	12-20	論説	余伝宏，門間勉，吉広俊三，川口善教，吉田正孝，赤木孝	中学校数学科における確率・統計教材の開発に関する一つの試み－つぼ実験による関数概念の形成について－	1	10	B1	500	確率概念の指導	20711			確率空間の概念(数学的確率，統計的確率)
1983	65	9	21-29	論説	大西菊太郎，宇都宮構一，下農忠司，正木豊，大矢幸蔵，篠原三千仁，下村広	新入生のための高校数学への導入教材の開発	1	31	AB	800	基礎的な学力の充実，数学を広い視点で見直すこと，学習の実態や悩みの把握	20700	30208	30207	高1全範囲

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1983	65	9	30-36	論説	箕葉勉章	自ら考える力を育てる指導―数学的に表現し処理する仕方の指導を通して―	1	13	AD	800	「自ら考える力」を身に付けさせるために，「数学的に表現し処理する仕方」の指導を検討する。	10600	10203		円の性質，図形の計量，確率と標本調査
1983	65	11	2-8	論説	鎌田次男	中学生の数学に対する不安の分析	1	16	A0	900	数学に対する不安測定用具を開発し，被験者に関する知見を得ること	10100			
1983	65	11	9-16	論説	橋本吉彦，坂井裕	数学の問題の発展的な扱いによる指導についての研究	1	12	AC	201	数学的な考え方，関心意欲の側面に重点をおいた数学の問題の発展的な扱いによる指導が可能かどうかを事例的に調べること	20602	21009	30201	四角形
1983	65	11	17-26	論説	栗原幹夫	数学的創造力を伸ばす教材と指導法の実践的研究―思考構造の調査（第一次報告）―	1	31	C1	401	試行錯誤や誤りを含む学習の中に，発見的，創造的な要因が内在していることから，これらの要因の具体的な因子をまとめる。	10500			格子点と直線の本数の関係
1984	66	1	3-13	論説	西野次郎，菅村暾，北川浩，加藤雄亮，木田憲之，岡部治隆，山田志朗，山田裕一	変換を基礎にした図形指導	1	02	B0	200	図形概念の理解	20600			図形
1984	66	1	14-27	論説	栗原幹夫	数学的創造力を伸ばす教材と指導法の実践的研究―思考構造の調査（第二次報告）	1	33	E0	800	学習者の取り組みの分析から思考過程を把握する	10203			

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1984	66	3	2-8	論説	越塚紀久男	主体的な学習態度を養う指導法の一考察	1	02	A0	900	新しい問題に対して，意欲的に取り組み主体的に課題を解決する生徒の育成	10400			
1984	66	3	22-27	論説	依田明保	中学校数学化の観点別学習状況評価の具体的試案	1	10	E0	900	学習目標を具体的に示す	30200	30102		
1984	66	3	28-36	論説	吉野守ほか17名	動的な見方を伸ばす学習指導法	1	10	E0	900	動的な見方を行うための，課題や発問などの設定	20600	20802		
1984	66	5	2-8	論説	江原政雄	わかる喜びをもたせる数学指導	1	02	AB	800	生徒にわかる喜びを実感させること	10000			
1984	66	5	9-18	論説	国宗進ほか6名	図形における論証指導について－（第7次報告）－	1	10	B0	204	論証の意義の理解に関する考察	10201			図形
1984	66	5	19-25	論説	岡部巖	論理性の育成をめざした図形指導	1	10	E0	204	図形指導の意義を追求する，生徒に人として必要な身体的・精神的エネルギーを与えること	20603	21007		図形
1984	66	5	26-33	論説	田沼晴彦	マイクロコンピュータを利用した微分積分の授業	1	32	B0	400	授業におけるコンピュータの可能性を追求する	21105			微分積分
1984	66	5	34-39	論説	植木行宏	数学科における評価－とくに形成的評価－	1	30	AB	800	生徒のもっている能力を正しく評価すること	30201			
1984	66	5	40-48	論説	藤崎恒晏，久保忠	統計学の指導におけるマイコンの利用	1	43	B0	504	統計の意味理解のためのマイコンの活用	21105			統計
1984	66	9	2-8	論説	新上勇	興味・関心をもたせる指導法について－数列を中心にして－	1	31	A0	401	数学嫌いを取り除き，興味関心を高める授業を実践する	21007			数列
1984	66	9	9-17	論説	榎本敬紀	中学校数学への行列導入についての実験的考察	1	12	B0	209	中学生における行列の導入は可能かどうか	20602			行列の導入

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1984	66	9	18-27	論説	徳田真人	ひとりひとりをみつめての「二乗に比例する関数」の指導を通して	1	13	E0	304	関数的な考え方を身に付けさせる	20803			二次関数
1984	66	9	28-37	論説	斉藤昇	学習者の関心・態度の自己評価と学力との関連について	1	30	A0	900	情意の自己評価の測定表の作成と，情意と学力との関係についての測定調査	30207			
1984	66	11	2-8	論説	新夕義典	統計的見方・考え方を育てる指導について	1	10	AB	504	標本調査の指導において，生徒が興味を持つ課題を設定すること，統計的見方考え方を育てる指導課程を明らかにすること	21003	20600	20802	統計
1984	66	11	9-15	論説	藤川喜久男ほか11名	ひとりひとりの思考力を伸ばす学習指導法	1	10	AB	800	一人ひとりの生徒が思考力を伸ばし，関心をもつための指導法の研究	10203			
1984	66	11	16-28	論説	五味昭秀	統計的な見方・考え方の認識段階に関する研究	1	10	B0	504	統計の見方・考え方の考察を行う	20600			統計
1985	67	1	2-5	論説	松永勲	数学科における学習指導課程の改善と工夫	1	11	B0	202	空間のしくみについて学習させること	20600			空間図形
1985	67	1	6-18	論説	金子博	「関心・態度」の育成と評価	1	10	A0	800	達成基準を明確にした評価方法の検討	30300			
1985	67	1	19-23	論説	野原正和，堀田政彦ほか9名	数学的に表現し処理する指導－3年抽象化に目を向けさせる関数指導を通して－	1	13	C0	300	抽象化に目を向けさせて問題解決をさせることにより数学的に表現する力を育成すること	20604			関数
1985	67	1	24-32	論説	国宗進，風間喜美江，小沢慶晃	空間図形の指導について	1	11	B0	202	空間図形に対する理解の促進	10600			立体の切断，展開図，見取り図

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1985	67	3	10-19	論説	石黒昭吉	数学科における新しい授業（学習）システムによる学力の充実をめざす実践研究について	1	02	E0	800	コンピュータによる新しい教育システムにより形成的評価を行い，わかる授業を創造すること	30000			
1985	67	5	10-18	論説	山田清史	生き生きと学習活動に取り組む「統計」の授業ー身近な資料と電卓を使ってー	1	12	A0	504	生徒に，授業がわかった・楽しかったと思わせる授業の構築	20700	21104		統計
1985	67	5	19-23	論説	小西洋子	農業科における三角比の指導について	1	31	AB	206	関心意欲をもたせ，学習意欲を高めるための工夫をする。基本的事項の理解を深め，定着をはかるための工夫をする。	20606	20601		三角比全般
1985	67	7	2-10	論説	倉谷嘉隆，中野強	関数の導入段階における生徒の興味・関心を喚起するための教材提示方法の工夫	1	10	A0	300	ビデオ教材により，生徒が興味を持つ関数授業を行う	21106			関数
1985	67	7	11-20	論説	榊原勝	1年「文字式」を通した数学的な見方・考え方を伸ばす指導	1	11	BC	105	知識理解面だけでなく，数学的な見方も育成する授業の検討	21006	21012		文字式
1985	67	7	21-28	論説	小川幹夫	パソコン利用による数学問題演習（行列）の一試行	1	30	A0	209	パソコン利用による指導の工夫の実践	21105			行列
1985	67	7	29-38	論説	吉光章喜	$\sum_{k=1}^{n} k^{i}$ の図形的証明をめぐって	1	30	C0	401	$i=1, 2, 3, 4$ のときの，図形的な証明を提示	20602			図形的証明
1985	67	9	2-12	論説	松本盛博	ひとりひとりの数学的能力を伸ばす授業設計ーVTR「中学生の数学」の利用を通してー	1	10	A0	800	VTRを用いることで，学習意欲を引き出す	21106			
1986	68	1	2-13	論説	坂井裕	問題づくりを取り入れた1元1次方程式の指導	1	11	AB	108	問題づくりを通して生徒の意欲を高め，理解を促す授業を目指す	21000			方程式

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1986	68	1	14-25	論説	平野祥子	連立方程式を解く方法をみつけさせる指導ースーパーボールすくいをもとにしてー	1	12	B0	109	連立方程式の意味理解，そのときの生徒の様相を明らかにする	10200	20604		連立方程式
1986	68	1	26-33	論説	今井敏博	数学的能力，数学学力，数学に対する情意面および創造的態度の関連についてー中学生を対象としてー	1	10	E0	800	数学的能力を測定し，各側面との関連から数学に適する人格的側面を見出す	10200			
1986	68	3	2-6	論説	坂上隆	学習効果を上げるための個別指導法の分析ー数量化理論I類による分析ー	1	31	A0	800	情意的側面が成績にどのような影響を与えるか，それを客観的に測定する	30207			数学I
1986	68	3	7-14	論説	安藤博道	生徒の意欲的な問題解決を促す習熟度に応じた課題の与え方と指導法	1	30	B0	800	個に応じた指導法を検討する	20600			全範囲
1986	68	3	15-21	論説	藤原重幸	数学史教育の実践を通して	1	45	AB	800	学習項目の位置を知り理解と関心を高めること，数学史から数学の創造を学ぶ	20606			数学史による全範囲
1986	68	3	22-26	論説	上原道雄	評価の資料作成とその活用ー四段階学習の実践を通してー	1	13	E0	800	わかる授業のための，生徒の評価方法とは	10200			
1986	68	5	24-33	論説	斉藤昇	問題創作学習における学習者の関心	1	33	AC	209	問題創作学習を導入することによる，関心態度，動機付け，創造力の変化	21009	20601		マルコフ連鎖
1986	68	7	2-14	論説	吉田稔	九点円の指導をめぐって	1	13	A0	204	九点円の指導による楽しさ，面白さ，美しさを感じてもらう	20601	20602		九点円
1986	68	7	15-20	論説	永嶋賢一，車浩	図形指導におけるパソコンの利用について	1	10	B0	200	図形指導において必要な動的な見方・考え方を養う	21105			図形

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1986	68	7	28-39	論説	公庄庸三	教育機器を用いたSlow-Learner用教材その開発と実践および効果－テープ学習－	1	31	A0	800	Slow-Learnerの改善のために，生徒の自発性を伸ばす	10600	20700		全範囲
1986	68	9	2-8	論説	宇藤元文	生徒の思考を重視した授業展開と学習効果の研究	1	21	AB	800	生徒の思考の把握	10203	20500		全範囲
1986	68	9	14-21	論説	太田伸也	思考を促すための作業－模型作りにおける思考の考察－	1	11	AB	202	模型作りにおける生徒の思考様相の変化をみる	10203	21007		空間図形
1986	68	9	22-27	論説	国宗進ほか5名	図形における論証指導について（第8次報告）－その1．論証の意義－	1	10	BC	204	論証の意義を明確にする，生徒の実態を理解する	10203			図形証明
1986	68	11	16-22	論説	相馬一彦	問題解決と評価－評価問題との関連を中心に－	1	10	BCD	800	定期試験における評価問題の考察	30205			全範囲
1986	68	11	23-30	論説	都中数研関数委員会	中学校での関数指導について（その1）	1	10	BC	300	関数指導の好ましい指導の在り方を検討する	10203	20600		関数
1986	68	11	31-38	論説	南和秀	数I履修前の等式変形の指導	1	31	B1	105	中学校の基礎学力の補充	20711			等式変形
1987	69	1	2-13	論説	青木敬	学習到達度とその評価方法に関する研究－個人差に応じた学習指導法の開発－	1	13	B0	110	到達度評価をもちいたつまずきの傾向と原因を明らかにする	10300	21101	30400	2次方程式
1987	69	1	14-21	論説	都中数研関数委員会	中学校での関数指導について（その2）	1	10	BC	300	関数指導の好ましい指導の在り方を検討する	10203	20600		関数
1987	69	1	22-28	論説	中西知真紀ほか5名	図形における論証指導について（第8次報告）－その2，証明の難しさの分析－	1	10	C2	204	証明の見通しが立てられるようにするにはどうすればよいか	20907			図形の証明
1987	69	3	2-12	論説	磯田正美	関数の思考水準とその指導についての研究	1	24	C0	304	関数の思考水準を探り，生徒のいまいる水準と指導によりたかめていくべき水準について考察する	10700	20100		2次関数

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1987	69	3	13-20	論説	浅井昭四ほか5名	分かりやすい授業を目指した計算指導ーつまずきの実態調査を踏まえてー	1	14	AB	105	生徒のつまずきの実態把握と指導法を検討する	10203	20600		数と式
1987	69	3	21-27	論説	松本博史，吉田信也	授業書・教具による三角関数の指導	1	31	B0	206	理解しやすい三角比の授業書および教具の作成	21100			三角比
1987	69	5	2-10	論説	服部勝憲	問題解決過程における生徒の学習ストラテジーに関する研究ー中学校数学科「数と式」領域の学習を中心としてー	1	11	E0	105	生徒の学習ストラテジーの特性の検討	10203			数と式
1987	69	5	11-21	論説	直海桂子ほか8名	連立方程式における解決の指導について	1	12	B0	109	問題場面から生徒の思考様相を明らかにする，連立方程式の指導法の検討	20705			連立方程式
1987	69	5	29-36	論説	渡辺信	創造的活動の実践例について	1	40	AC	200	学問の創造の世界を経験すること	20611	21001		領域分解の問題
1987	69	7	11-17	論説	中村幸一	基礎学力を充実させる数学指導のあり方ー関数領域の指導を中心にー	1	10	AB	300	基礎基本をひとりひとりにわかるよう指導する方法の研究	20102	20103	21100	関数
1987	69	7	31-35	論説	岩田利雄	y=axのグラフを主題とした授業展開について	1	33	C0	303	数学的な考え方に重点を置いた教材づくり	20700			関数
1987	69	7	36-40	論説	上田稔，飯田敏	2変数の関数の微分可能性の指導について	1	43	B0	402	偏微分の論理的・体系的理解を促す	20600			偏微分
1987	69	9	4-13	論説	国宗進	関数の問題解決場面における子供の考え方	1	11	B0	300	生徒の思考様相，変化の様子の捉え方の特徴，理解の深まり方をそれぞれ明確化する	10201			関数
1987	69	9	14-19	論説	小林知史	複素数の取扱いについてー高校数学の補充教材の開発ー	1	33	A0	104	生徒の興味をひくような複素数の教材開発	20106			複素数

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1987	69	11	23-32	論説	磯田正美	体系化の立場から見た中2の図形指導	1	12	B0	204	生徒が図形を体系化できるようにする	10200			図形
1988	70	1	2-8	論説	榎戸章仁，山下国広ほか3名	討論による学習指導－図形概念の学習場面を取り上げて－	1	10	B0	204	討論による図形指導の有用性について	21006			図形証明
1988	70	1	9-26	論説	岡本光司	数学の授業における言語行動－課題とその考察－	1	100	D3	900	数学教育における言語コミュニケーションの解明	20102			
1988	70	3	12-27	論説	永石義信ほか2名	前提能力の補充と学習過程の工夫－「連立方程式」の学習を通して	1	12	B0	109	基礎基本を定着させる指導を行う	20708	30104		連立方程式
1988	70	5	2-9	論説	佐藤孝彦，大場得信	一斉授業で進んでいる生徒を配慮した事例的研究	1	13	BC	110	一斉授業において進んでいる子を配慮した指導と良さを行かせるような指導の構築	10400	20403		2次方程式
1988	70	5	10-25	論説	筒井一明	問題解決力を育成するための授業改善－学習過程および評価の工夫－	1	10	A0	200	問題解決力を育成する指導法について検討する	20600	30000		図形
1988	70	5	31-42	論説	磯脇一男	学習内容を構造的に把握させる指導法－生徒に描かせた学習構造チャート－	1	30	A0	800	単元ごと学習内容の構造図を作らせる指導の検討	10203			全範囲
1988	70	7	2-15	論説	黒土正司	生徒ひとりひとりの実態に応じた，指導と評価－「関数」領域を主として－	1	13	A0	300	意欲を高めるための指導の工夫	10203	30000	21100	関数
1988	70	7	24-30	論説	直江洋子	ひとりひとりの学習意欲を高めるための課題提示の仕方はどうすればよいか	1	10	A0	800	学習意欲を高める指導について検討する	20600			全範囲

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1988	70	9	6-11	論説	斉藤昇，佐藤隆博	数学学習の体系的・構造的思考の活性化－学習構造チャート活用による学習内容の構造的理解の深化－	1	30	B0	800	学習内容を構造化することで理解を深めさせる	10203	10500		全範囲
1988	70	9	19-31	論説	今井敏博	動機づけのための数学的活動－規則性の発見，一般化について－	1	30	AC	603	学習意欲を高める教材の検討	20602	20700		
1988	70	11	5-11	論説	小高俊夫	数学の学習意欲に関する一調査から－考察と指導法の提案	1	10	A0	800	生徒と教師の間のギャップを分析することで，学習意欲が向上する指導法の検討を行う	10203			
1989	71	1	2-7	論説	溝口好清	問題づくりを生かし発展的に学ばせる数学指導－核とする教材を活用して－	1	12	BC	200	生徒に問題づくりをさせることについての実践	20700			図形
1989	71	1	8-17	論説	草分生三	操作活動を取り入れた中1の図形指導の一考察－小中の関連をふまえて－	1	11	A0	201	興味関心を引き出すための操作活動を取り入れた図形授業の構築	21007			図形
1989	71	1	18-23	論説	増田隆雄	自ら考え，意欲的に追求していく生徒の育成－四段階の問題解決学習の過程を通して－	1	12	A0	200	自ら課題を見つけて解決できる生徒を育成するための方法の研究	20203			図形
1989	71	1	24-30	論説	金児正史	発問の機能に着目した指導法の確立	1	11	A0	303	発問のあり方を分析する	20800			変化と対応
1989	71	1	35-39	論説	高木鋼一	パソコンを利用した正弦定理・余弦定理の指導	1	31	B0	206	パソコンを利用し，正弦定理・余弦定理を理解させる	21007	21105		三角比
1989	71	1	40-46	論説	村上一三	パスカルの三角形の一般化とその教材化	1	31	B0	106	パスカルの三角形を用いた，二項定理などの理解の促進	20700			展開公式など

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1989	71	3	2-10	論説	内田洋一	数学的な考え方の評価－問題解決における数学化の過程について－	1	02	C0	603	数学的な考え方の評価方法の検討	10200	30000		
1989	71	3	11-20	論説	中野信哉	操作活動を通して生徒に定理を発見させる指導法の工夫－三平方の定理において－	1	13	A0	204	三平方の定理に操作活動を導入した指導法の検討	21100	21007		平面図形の論証
1989	71	3	21-31	論説	渡辺喜久	主体的に学習に取り組む生徒の育成－個をとらえ，個を生かす授業の工夫－	1	10	A0	800	個を生かす授業の手だてを実践的に研究する	20403	30209	30000	
1989	71	3	43-56	論説	杉田孟	VTR・CAI併用の学習指導－接線の指導－	1	32	B0	402	微分の極限の概念を，視覚に訴えて理解させる指導法の検討	21105			微分
1989	71	3	57-62	論説	村上一三	空間の平面による分割数を作図と作表で求める方法およびその教材化	1	11	B0	202	理解にかんする能力の育成	20601			空間の平面による分割問題
1989	71	5	2-8	論説	北田雅志	わかる関数指導の実践－1年関数指導における導入教材－	1	02	BC	300	身の回りの事象から関数の基礎概念を定着させ，導入教材について検討する	20604			関数
1989	71	5	9-13	論説	稲田康隆ほか10名	パソコンを使った指導の工夫	1	10	B0	802	パソコン利用により個に応じた指導を行う	21007			図形・関数
1989	71	7	2-11	論説	五十嵐一博	「問題設定」を取り入れた学習指導－中学校での指導実践を通して－	1	02	BC	603	問題設定の観点を整理し，授業実践を行う	20600			
1989	71	7	12-18	論説	古尾宣良ほか5名	実験を取り入れた関数指導の一考察－2乗に比例する関数の導入部分－	1	13	B0	304	実験という具体的な捜査を通して関数の概念を理解させる	21003			二次関数
1989	71	7	19-27	論説	鈴木俊博	実験を通した確率指導の一考察	1	10	B0	503	意欲を高める確率指導の探究	20103	21003		確率

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1989	71	7	50-67	論説	田中浩之ほか5名	本校の学習習熟度別学級編成指導について－生徒の実態を的確に把握した数学Iの効果的な学習指導の追求－	1	31	AB	800	生徒の実態を把握し，目標を設定し，習熟度別指導に生かす	20403			
1989	71	9	12-23	論説	小高博，榎戸章仁ほか2名	濃度の理解に関する研究	1	10	B0	100	濃度問題が難しい原因の究明	20604			食塩水の濃度
1989	71	9	24-33	論説	橘川孚	数式処理システムAPL Mathの授業での利用－数学I因数分解を中心として－	1	31	AB	106	コンピュータにより意欲を高め，知識理解を促す実践	21105	10203		因数分解
1989	71	9	56-66	論説	村上一三	数学教育における重心指導の問題点とそのあり方について	1	32	B0	200	重心をどのように学び，数学教育で重心を教材に取り入れるとすればどうあるべきか	20702	20701		重心
1989	71	11	14-23	論説	永田潤一郎	生徒把握と基礎学力育成のための授業と評価方法－新任教師の視点から－	1	31	AB	800	生徒の学力・態度をどのように把握するのか，そしてその結果をどうフィードバックするのか，及び授業の流れの中でどう組み立てるのか	30104			全般
1989	71	11	39-47	論説	前川健一，松原敏治	図形における論証指導の方法について－平行四辺形において－	1	15	D1	204	証明におけるストラテジーを明らかにし，ストラテジーを用いた照明問題の指導の方法を明らかにする	10203			平面図形の論証
1990	72	1	2-6	論説	塚越紀久男	指導のための仮説設定に関する一考察－中学校数学における「数学的な考え」を培う指導法に関して－	1	10	C0	603	生徒の心の動きに即した具体性のある指導のための仮説をたてる	10200			
1990	72	1	7-17	論説	藤本義明	区分求積法をいかした積分法の指導	1	30	D0	403	区分求積法をいかした積分の指導法の提示	20602			積分

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1990	72	1	27-30	論説	仁平政一	不定方程式x+y=xyの拡張について－学問の創造の世界を経験させる教材開発をめざして－	1	30	C0	111	一般化を通して数学の命題（定理）を作るという創造の喜びを生徒たちに味わいさせることができるような１つの教材開発を試みること	20602			不定方程式
1990	72	1	31-40	論説	緒方優 肥後昭治	高専における陰関数の存在定理の指導について	1	43	B0	305	陰関数の極値や条件付き極値問題を理解させること	20701	21101	30207	陰関数の存在定理
1990	72	1	48-63	論説	礒田正美 志木廣 山中和人	関数の活用の仕方と表現技能の発達に関する調査研究－小中高にわたる発達と変容－	1	02	CD	300	関数の表現力の発達やそこでの思考の変容を踏まえた関数の学習指導を進めることによって、児童生徒がより高次の関数の考えを利用できるようになるための学習過程を実現すること	10203			
1990	72	3	2-8	論説	三山善之	課題学習に関する一考察－提示された課題に対する生徒の問題意識－	1	12	A0	109	どのようなときに問題意識をもちうるか	10202			連立方程式
1990	72	3	20-30	論説	斎藤昇	構造的思考を活性化させる発展問題作成学習の体系的な扱い方	1	33	B0	500	発展問題作成学習によって能動的に学習を取り組むこと	20602	30302		確率・統計
1990	72	3	35-48	論説	間瀬友典	数学的帰納法の指導についての二，三の提言	1	30	B0	604	数学的帰納法をわかって欲しいという願望のもとで、二，三の気づいた点を述べる	10203	10203		数学的帰納法
1990	72	5	2-16	論説	佐々木公久	中学生における数学不安の研究	1	10	E0	800	数学不安の因子構造を明らかにすること	10203			

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1990	72	5	17-27	論説	戸ヶ崎勤	充実感をもたせる数学指導ー問題設定を中心としてー	1	10	ABE	603	充実感をもたらす要因について分析し、充実感をもたせるための授業を設計すること	10500			
1990	72	5	28-46	論説	藤井裕	個に応じる学習指導ー自己評価とパソコンの活用ー	1	10	D0	800	「技能」に焦点をあて、自己評価とパソコンによる補充を組み合わせたシステムをつくり、運営すること	30302	21105		
1990	72	5	47-57	論説	松本博史	授業書〈アルキメデス〉ー積分の導入ー	1	30	AB	403	積分の導入における授業書の作成	20700			積分
1990	72	7	2-11	論説	太田伸也	文字式に対する認識の発達について	1	10	B0	105	文字式を使う場面での考察から、文字式に対する認識を獲得すること	10201			文字式
1990	72	7	12-34	論説	秋元寛	計画を立て意欲的に取り組ませる数学指導のあり方ー1次関数の指導を通してー	1	14	A0	303	関数領域において、問題解決する前に「計画を立てて、自力解決する」指導が有効であるかを明らかにすること	21001	30207		1次関数
1990	72	7	35-40	論説	桐山聖子	小テストの活用法を模索して	1	30	AB	800	小テストのより効果的な方法	30205			
1990	72	9	2-10	論説	羽住邦男 中西知真紀 小関熙純 国宗進	文字式による論証	1	10	B0	105	子供の文字認識の発達の変容 子供の文字式による論証についての発達の様相 互いの関連	10203			文字式
1990	72	9	11-20	論説	斎藤範雄	数学の美しさを感得できる授業のあり方	1	100	A0	800	数学のもつ美しさを学習の前面に据えて授業を展開していく必要性を述べる	20500			

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1990	72	9	21-31	論説	柳本成一	正の数・負の数の四則－３つの指導法の比較－	1	10	B0	101	テストスコアを利用した指導法と従来の指導法を比較し、テストスコアを利用した指導法の特性を明らかにすること	20500	20700		正の数・負の数
1990	72	9	36-46	論説	礒田正美	数学化の立場からの学習指導に関する事例的研究－分割数（number of partitions)の授業分析－	1	11	BC	103	どのような活動をおこなえば数学化といえるのか，そしてそのためには子どもの理解状態はどんな状態か	20909			分割数
1990	72	11	20-27	論説	平野惠彦 小宮山義雄	意欲をもって自力解決できる生徒を育てるための一考察	1	10	AB	204	（１）円の単元の構造を、生徒が類推思考を働かせて、自ら問題設定ができるように系統的に組み立てる。（２）図形の調べ方として、図形を動的に見る見方を定着させること。（３）生徒の直観力、類推思考を引きだす教具を開発すること。	20700			図形（円）
1990	72	11	28-37	論説	吉田信也	数学教育とパソコン－『ピタゴラスの定理の学習』を例として－	1	13	AB	204	コンピュータを用いることによって、面白く、わかりやすい授業を構築すること	21105			ピタゴラスの定理
1990	72	11	38-46	論説	村上一三	数学的帰納法の理解の困難点について－証明の仕組みを視点として－	1	100	B0	604	証明の論理的仕組みを明らかにし、授業実践で出てきた生徒の疑問を挙げ、これまでの論証指導の欠陥から生じたものであるという観点で原因を考察する。	20700			数学的帰納法

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1991	73	1	2-9	論説	今井敏博	生徒の数学への情意的要因の様相について—中・高生の数学の達成度、習熟度による比較—	1	21	A0	800	中学生の数学の達成度の上位群、中位群、下位群、高校生の数学の達成度の上位群、中位群、下位群および高校生の３つの習熟度別クラス生徒群における数学に対する態度要因すなわち数学への情意的要因（動機づけ、好意性、自己概念、社会における数学の価値、数学学習の不安、教師の要因、数学の難易度）の有意さの有無を検討すること	10203			
1991	73	1	10-20	論説	斎藤昇	学習意欲を高めさせるコースウェアの設計	1	32	A0	800	学習者の能動的行動を促進させ、学習の理解を深めさせるCAIのコースウェア設計を述べること	21105			
1991	73	3	2-10	論説	井上正充	課題学習についての一考察	1	100	A0	200	「課題学習」を主体的な学びを復活させる方途として中学校数学の中に定着させたいと考える	20601			図形
1991	73	3	11-20	論説	徳峯良昭	パソコンを利用して、統計の授業をおもしろくする工夫	1	10	B0	504	統計の重要さを理解するために統計の重要さのわかる教材の選択が必要となる	20602		21105	統計

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1991	73	3	21-27	論説	渡辺徹 渡部清 東野一夫 井門達朗 津吉茂	情意面を重視した学習指導の改善と評価－個に応じた学習指導と評価を通して－	1	10	A0	109	情意面の評価と個に応じた学習指導をすることにより、１人でも多くの生徒に、数学に対する関心や意欲を高め、数学を創りあげようとする創造的・実践的な態度を育てる	30000			連立方程式
1991	73	3	28-37	論説	山中和人	新聞記事を利用した数学の指導についての一考察	1	11	A0	800	新聞記事を教材に扱うことで、興味関心の喚起につながる	20601			
1991	73	5	2-7	論説	嶋田直美	2次方程式の発展的な導入課題の一考察	1	13	A0	110	１．既習事項を生かして新しい課題を分析し考えること ２．より良い方法がないか工夫すること ３．どうしたら解決できるか根気強く考えること	20600			2次方程式
1991	73	5	8-15	論説	金子秀樹	生徒一人ひとりを生かす学習指導の工夫	1	13	AB	204	学習が生徒にとって興味深いものとなり、意欲をもって取り組めるようになることを目指す	21501	30201		平面図形の論証
1991	73	5	16-23	論説	浦田憲一 大塚正信 阿部沼四郎 藤本康 吉野政記	生徒が生き生きと取り組む授業の工夫－学習形態の改善（個を生かすチーム・ティーチング）－	1	12	ABC	109	基礎的・基本的な知識や技能の習得、自らの問題解決に生かしていく力、意欲的に数学を学習していく力の育成	10000			連立方程式、図形
1991	73	5	24-33	論説	松本博史 山上成美	授業書〈速度計〉－教具・パソコンを利用した微分の導入－	1	30	B0	402	微分の構造を簡単に、しかも適切に提示すること	21103			微分

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1991	73	7	4-13	論説	今井敏博 榎本敬紀 角谷有造	数学を好きにさせ意欲を高めるための教師、親の役割について－中学生を対象として－	1	10	A0	800	数学を好きにさせ意欲を高めていく	10203			
1991	73	7	14-24	論説	栗原幸宏	自ら考える力を育てる数学指導－1次関数のストラテジーの指導を通して－	1	12	AC	303	自ら学ぶ力の育成	10500		30207	1次関数
1991	73	7	25-34	論説	岸田正	問題解決の能力を培う数学指導－主体的に取り組み、多様な数学的考え方が身につくために－	1	13	C0	105	数学的な考え方を身に付けること	10000			文字と計算
1991	73	7	35-44	論説	石崎学	ニューメディアを活用した指導法の研究－自己学習力の育成を目指して－	1	30	AC	800	自己学習力の育成	21105			
1991	73	7	45-52	論説	仁平政一	不等式の図形的証明－初等幾何を中心にして	1	30	A0	113	興味関心	20601			不等式
1991	73	9	2-6	論説	村上温夫 堀内清光 渡邊明道 武岡稔	最大マッチング定理に対する中学生の反応－課題学習の教材開発の一試み－	1	100	A0	800	興味関心	20601			中学生
1991	73	9	7-13	論説	井上正記	数学の学習におけるパソコンの効果的な活用－シミュレーションの特性を生かして－	1	10	ABCD	800	パソコンを使うことにより，活動が活性化し，態度が育成される。練りあうことが容易となり，数学的な考え方を育てることができる。自分の速度にあった学習が出来ることで，基礎学力の定着をはかる	21105	20701		広範囲

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1991	73	9	14-22	論説	石坂和夫 岡部進	小・中・高一貫の観点から見た1万人の誤答分析ー高校生の誤答傾向と小・中学生との関係ー	1	100	E0	800	誤答の傾向が、小、中、高とどのように変化していったのか	10203			
1991	73	9	23-32	論説	志賀清一	基礎概念理解のためのコンピュータの活用について	1	30	AB	210	基礎概念理解	21105			2次曲線
1991	73	11	2-12	論説	羽住邦男 傍士輝彦 鈴木裕 三田哲也	「図がみえる」指導をめざしてー図形の概念と論証の関係ー	1	10	B0	204	「図が見える」（推論を進めていく上で、与えられた課題図から必要である図形が読み取れること）生徒を育成すること	10500			図形
1991	73	11	13-21	論説	藤岡典夫 保積均	CAI教材の作成とその活用ー解析分野の指導を通してー	1	30	E0	400	効果的なCAI教材の作成および活用法の考察	21105		30207	微分・積分
1991	73	11	22-33	論説	黒木史敏	実業高校における「わかる授業」を目指した指導の工夫ー自己教育力の育成とセミ・マンツーマン形式を主眼にしてー	1	30	BE	800	「わかったぞ」という成就観をもたせ、専門コースの基礎力となるまで生徒の学力を引き上げること	10500	20403	21105	
1992	74	1	7-15	論説	羽住邦男 中西知真紀 小関熙純 国宗進 鈴木裕	文字式による論証ー授業を通しての検討ー	1	14	B0	105	「文字式による論証の場面でなぜ文字が利用できないのか」の追究	10201			文字式
1992	74	1	16-24	論説	木下昌久	効力感と自ら学ぶ力を育てる指導の研究	1	10	ABC	202	真の意味で自ら学ぶ意欲をもち、自らの力で粘り強く積極的に学習を深めていけるような生徒を育成する	10500		30302	空間図形（展開図）

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1992	74	1	35-44	論説	稲永善数	一般化指導の試み	1	30	C0	603	数学的考え方の1つである“一般化”という観点に焦点をあてて授業の実際と教科書の一般化指導の欠如について議論する	20602			
1992	74	3	14-19	論説	保坂正 池田敏和 村山靖 樋口禎一	論証指導における見通しとその指導について－問題把握の段階における習熟度の違いについての考察－	1	12	B0	204	論証を見通しを立てて進めるための必要な条件として、成績面での上位群・中位群・下位群の生徒について、図の意味の理解がどのように違うのかを明らかにしていくこと	10203			図形の論証
1992	74	3	29-37	論説	山本正明 山口和久	各地の気温と天気の資料を活用した統計の授業－日常事象による主体的な学習－	1	12	AC	504	資料から生徒が自分の知りたいこと、調べてみたいことを自ら考え出し、それを解決する作業を実際に行うことを通して、それを解決する作業を実際に行うことを通して、統計的な見方、考え方の出発点を主体的に学習する授業を創造すること	10500	30303		統計
1992	74	5	2-11	論説	野寄睦美 重松敬一	コンピュータ利用による中学校数学指導の研究－FCAIによる等積変形の指導について－	1	12	D0	200	自分の作図は本当にあっているのかという不安感と、多様な表現を扱うことが可能という理由だけでコンピュータを中学数学で扱うことの価値について	21105			図形

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1992	74	5	12-21	論説	曾根崎高志	中学校数学科における課題学習の研究－オープンエンドアプローチとグループ学習による個に応じた授業展開－	1	10	AC	800	課題学習の目的は，生徒の主体的な学習を促すこと，数学的な見方・考え方を育成すること	20402	20603	21002	全範囲
1992	74	5	22-28	論説	飛岡正治	数学的帰納法の導入法とその応用例	1	30	C0	604	推論の仕方の中で生徒にとって最も理解しにくいのは、数学的帰納法である	20600			数学的帰納法
1992	74	7	10-17	論説	鈴木康志	数学的な見方・考え方と指導法	1	10	C0	603	数学的な見方・考え方を指導するためには、どう教材を提示し、どのような順序で指導し、まとめるか	20600			
1992	74	7	29-34	論説	伊達文治	『円周率』関連教材についての考察－解析基礎分野の一教育内容として－	1	02	A4	201	円周率に対する子どもの捉え方を把握し，円周率の授業展開の首尾一貫性を検討する	60101	20106		円周率
1992	74	7	42-52	論説	池田敏和 浜泰一	高等学校数学科における数学的モデリングの事例的研究	1	30	A0	700	実世界との関連を授業の中で取り入れることにより、生徒が数学の有用性を実感できるかどうかを調べること、生徒の多様性に応じられるような授業展開を考えること	20600			幾何光学
1992	74	9	2-10	論説	相馬一彦	多様な見方や考え方と指導法	1	10	C0	603	授業に関する多くの要素を総合的に判断しながら、生徒の多様な見方や考え方を授業に生かしていくこと	21002	30207		

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1992	74	9	11-19	論説	太田伸也	中学生の文字式に対する認識について	1	10	B0	105	中学生が事象を文字式を使って表そうとするときの様相を考察し、文字式に対する認識がどのようなものであるかをとらえること	10201			文字式
1992	74	9	20-27	論説	塚原久美子	複素数の指導についての一考察－複素数の歴史の教材化－	1	30	AB	104	内面的動機づけや、理解力を向上させるための原動力として、生徒自身に試行錯誤の歴史的体験をさせることが、最も活性化された数学氏の導入法である	20606	30209		複素数
1992	74	9	37-45	論説	妻鳥敏彦 長谷川順一	事例研究：ピックの定理（２）－授業観察と調査分析－	1	12	ABC	204	課題学習のための教材研究と、その実践の分析（特に情意面）	20500	10203		図形（格子点多角形の面積）
1992	74	11	2-12	論説	中西知真紀 鈴木裕 小高博 国宗進 熊倉啓之 小関熙純 羽住邦男	文字式による論証（第3次報告）－授業を通しての検討－	1	12	B0	105	文字概念の形成に関する指導のあり方について提言すること	10500	10201	30204	文字式
1993	75	1	2-7	論説	藤本義明	図的表現を重視した図形の証明の指導法の改善	1	12	B0	204	図形の証明の導入段階において、証明の表現方法を工夫し、図形の証明の指導方法の改善を目指す	21301	20500	30207	図形の証明
1993	75	1	8-16	論説	木村厚	数学教科の遅進生徒に対する指導法の実践的研究－具体的な施策の提言－	1	30	E0	800	数学教師の指導配慮によって遅進生徒を数学の学習活動に積極的に参加させることが十分可能である、という論旨を実践的な立場で記述すること	10300	20500	20601	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1993	75	1	26-32	論説	池田敏和 山崎浩二	数学的モデリングの導入段階における目標とその授業展開のあり方に関する事例的研究	1	15	A2	201	数学的モデリング（知識を活動する活動）の促進	20910	10600	20604	現実と関わりのある図形の問題
1993	75	3	2-8	論説	滝井哲也	個が表現できる授業－コンピュータの活用を中心にして－	1	10	AC	800	自ら課題を追求し、個が生きる授業の創造	20601	21105		
1993	75	3	19-25	論説	笹川清喜	構造理解に役立つ学習法－オリジナルシートの作製－	1	30	B0	800	「オリジナルシート」の作成が、体系的関連の習得および予測の重要性を認識するのに役立つと考え、指導を試みた	21301	30207		
1993	75	5	19-27	論説	柏原広雄	身のまわりの事象を数学で解明しよう	1	15	A0	200	身のまわりの事象を数学で解明する体験によって、数学のすばらしさを知り、数学への信頼を高めていくだろう	20601	30209		図形
1993	75	5	28-36	論説	井上正允	課題学習の日常化－中学校図形領域を中心に－	1	10	AC	200	主体的な学びの復活のため	20602	20601	20203	図形
1993	75	5	37-44	論説	森正雄	「必要条件」「十分条件」の指導について－理解の実態調査に基づく改善への提言－	1	61	B0	602	「必要条件」「十分条件」がわかりにくい理由をさぐり、解決策を見出すこと	10203	20709	30207	論理
1993	75	7	2-9	論説	大西正和	学校教育におけるコンピュータの活用	1	10	B0	200	平面図形の性質を理解させること	21105			図形
1993	75	7	10-18	論説	熊倉啓之 国宗進 小関熙純 小高博 鈴木裕 羽住邦男	文字式による論証（第4次報告）－論証と変数－	1	10	B0	105	「文字式による論証についての理解」に関する発達分布の様子を明らかにし、子供の変数についての理解の様相を明らかにする	10500	10203		文字式

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1993	75	7	27-34	論説	北村光一	生徒の実態に応じた数学指導の改善－学習意欲、興味・関心、主体性に乏しい生徒のために－	1	30	A0	800	生徒の実態を踏まえ、数学指導の中にコンピュータ活用することにより、生徒の実態に応じた学習指導法を改善すること	10203	21105		
1993	75	9	2-10	論説	野田典彦	問題解決における「問題設定」に関する研究－数学的“Situation”を出発点として	1	16	C0	303	問題づくりから数学的“Situation”づくりをどのようにすればよいのか，そしてそのなかで「感じる」「気づく」ことができるのか	21009			1次関数
1993	75	9	11-18	論説	伊藤好男	学習しつづける力を高めるための研究－新教育課程における観点別評価のあり方－	1	10	AE	800	学習意欲をどのように育てるか、基礎基本をどのように生徒に定着させるかを明らかにする	20000	30102		
1993	75	9	19-26	論説	マギーニャ・マリオ	エラトステネスのふるい－数学的応答能力を育てる授業用ソフトの例－	1	30	D0	100	数学的応答能力を育てること	21105			100.数式（エラトステネルのふるい）
1993	75	11	2-7	研究	諸橋孝明	図形的発想による「問題解決」	1	30	AB	200	生徒の自由で豊かな発想を引き出すことを中心とし、広い領域の学習・定着の大切なことを感得させる	20700	20601		図形
1993	75	11	16-22	論説	金子隆司ほか11名	互いに学びあい、高めあう授業を目指して－「練り上げ」の場を生かした学習指導－	1	10	AC	800	生徒同士のかかわりあいを通し、数学的な見方や考え方ならびに意欲・態度を高めること	20504	20603	30303	
1993	75	11	23-30	論説	室岡和彦	再帰関係による数学的帰納法の学習指導	1	30	C0	604	数学的帰納法を用いて、再帰的な考えを導き出せること	20601	30207		数学的帰納法

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1994	76	1	11-18	論説	斎藤昇 佐々木孝志	学習内容の構造的把握・理解力と問題解決力との関連ーコンセプトマッピングによる学習の効果ー	1	12	ABC	303	コンセプトマッピングによる学習の手順、その学習効果および構造的把握・理解力と問題解決力との関連について述べる	20708	30205		1次関数
1994	76	1	19-27	論説	武山洋二郎 田口隆 中込雄治	工業高校における基礎学力診断テストの結果と分析	1	30	D0	800	診断テストを行い生徒一人ひとりが、どこで、どのようにしてつまずいているかを発見し、補修や宿題などで、その治療を実施すること	10203	21105		
1994	76	1	28-35	論説	栗嶋勇	数学教育における「思考力の形成要因」に関する研究ー「数列」の問題解決を通してー	1	30	C0	603	問題解決する過程での基礎となる人間の思考、特に思考力を形成する要因について	10500	10203		
1994	76	3	9-17	論説	川名基 池田敏和	「空間の想像力」を育成するための指導に関する事例的研究ー中学校1年「立体の切断」においてー	1	11	CD	202	空間の創造力を育成するために、空間図形の指導における本質的なねらいを明らかにすること	20602	10201	30201	空間図形
1994	76	3	18-26	論説	岡谷仁ほか10名	図形分野の理解構造の解明と治療実践ー高校数学科におけるSlow-Learnerの指導に関する総合的研究（第14年次）	1	30	B0	200	スローラーナーを生み出している勝因の究明を行うとともに、ここの生徒について、「診断ー治療」システムの開発を行うこと	10500	10203	21102	図形
1994	76	3	27-34	論説	栗原卯田子ほか7名	疑問・不思議に答える指導例集の作成	1	30	A0	800	数学を学習する上で現れる疑問を解決していくことによって、生徒の数学に対する興味・関心が高まり、数学がより親しみ深いものになると考える	20611	21102		

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1994	76	5	2-9	論説	鈴木勇幸	中学校の文字の理解と数学不安との間の因果的な関係	1	10	BE	100	時間的経過における文字の理解と数学不安との間の因果的関係の優越性と、その因果的方向性をCLPC法を用いて明らかにすること	10203			
1994	76	5	10-17	論説	若松義治	中学2年生の一般化の理解についての調査研究	1	12	BO	603	一般化の近いの不完全さに関わって、どんな知識が欠落しているかを同定すること	10500	10203		一般化
1994	76	5	18-25	論説	黒木史敏	「わかる授業」を支援する課題の工夫－構造化問題と並行問題を主眼にして－	1	30	CE	800	数学を体系的にとらえることや、個々の事項の基礎基本の定着が弱いという状態があり、その改善	20602	21100	10201	
1994	76	7	3-10	論説	鈴木誠	中学校数学科における「逆」の問題づくりに関する研究－オープンエンドアプローチを取り入れた指導を通して－	1	100	AC	603	自己教育力の育成	20603			
1994	76	7	11-19	論説	熊倉啓之 鈴木裕 国宗進 小関熙純 小高博	文字式による論証（第5次報告）－文字認知に関する実態－	1	11	BD	105	「文字認知」に関して「計算」「表現」「読式」についての能力と「変数」についての理解の両方からとらえ直し、その発達段階を特定する	10203			文字式
1994	76	7	20-27	論説	小林広利ほか12名	問題解決における方略の習得をめざす指導－方略を子供のことばで表現して－	1	10	CD	603	「数学的な考え方」を、「数学の生成・発展させていく過程に現れる考え方」とし、その過程の中の問題解決に視点を当て、そこでの方略の習得をめざす	10500	21501		

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1994	76	7	28-35	論説	山本忠	「視点の移動」としての別解の役割－問題解決後の振り返りの一方法	1	30	B0	603	深い理解に達することを支援する方法	21007	21006		
1994	76	7	57-66	報告	日数教（滋賀）大会シンポジウム	数学的な見方・考え方の指導について	1	02	C1	800	数学的な見方・考え方の捉え方，指導について	10500	20602		全範囲
1994	76	9	2-9	論説	中込幸二	因数分解におけるつまずきの分析的研究	1	13	D0	106	個人ごとのつまずきを特定できる分析方法を開発すること	10204	10500		因数分解
1994	76	9	18-22	研究	浜田真 三條正弘 ほか	情意的学力の育成を目指した課題学習の共同研究	1	10	A0	800	課題学習の指導のあり方を共同で研究することによって、生徒の情意的学力を育成するとともに、課題学習を普及させ、日常の授業の改善を図ること	10300	20601	30207	
1994	76	11	12-21	論説	礒田正美 阿部裕	表情からみた学習指導による数学観育成に関する一考察－授業への参加形態としての認めあう活動と、個の欲求、自己実現－	1	30	A0	800	教師が授業中に行う評価方法である表情観察を利用し、問題解決的な指導過程で、表情変化からみとれる内容を知ることから、数学観育成に対する示唆を得ること	30202	10200		
1994	76	11	22-29	論説	鈴木守	パソコンを用いた高校数学の教育理論と実践	1	31	C0	304	パソコンソフトを活用し，再生的思考力，生産的思考力が育成されるという仮説を立て，その妥当性の検証を行う	21105			2次関数
1995	77	1	2-10	論説	山本忠	具体化による数学理解の方法－重心の方法の幾何への応用を中心に－	1	30	B0	200	数学の問題や概念を具象化して理解するための効果的な方法を探る	20103	20602		幾何

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1995	77	1	11-15	研究	岡田勇吾	操作活動によって理解を深めるための実践的研究－カードを用いた置換の指導法－	1	61	B0	700	数学に対する多様なニーズに対応するには、基礎数学としては多様なニーズに共通な基礎概念を教材として取り上げる方法があり、その様な基礎概念として群を考え、その一つのモデルとしての置換群について操作活動によって理解を深める方法を述べる	21003	30207		置換群
1995	77	3	2-10	論説	石崎学	数学科における生徒の探究心を養う指導法の研究－感動をよび起こす教材ソフトの開発と実践－	1	30	BC	300	作成したソフトによって理解を深め、コンピュータによって数学的思考力を身に付けさせる一方で、コンピュータで媒介されない実体験の世界を保証し、経験を通してより思考力を協力なものにする	21105	30207		関数
1995	77	3	25-30	報告	日数教（三重）大会シンポジウム	個に応じる指導とその評価－関心・意欲・態度の評価の改善－	1	02	A0	900	小中高の立場から，関心・意欲・態度の評価の改善について，個に応じる指導という観点から話し合う	30102	30201	30300	
1995	77	5	2-10	論説	久保良宏 藤澤由美子	中学校数学科におけるグラフ電卓利用の視点と授業例－中学１，２年の関数指導を中心に－	1	14	AC	300	グラフ電卓が，「関数」に対する「興味・関心」を高め，問題解決活動を活発にする上で有効であり，「数学的な考え方」を培うためにも大いに利用できるのではないか	21104			1次関数，2次関数

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1995	77	5	11-19	論説	太田伸也	生徒に幾何の世界を構成させる図形指導ーディベート「凹四角形の外角の和は360°である」を取り入れてー	1	10	AC	200	生徒に幾何の世界を構成させるような指導法を考えること	20602	21011	30208	幾何
1995	77	9	13-21	論説	阿部裕 伊藤道男	問題設定活動と情意的側面の変容に関する一考察ー情意的側面を「みとる」枠組みの開発を軸としてー	1	12	AE	800	先行研究をもとに情意的側面の枠組みを設定すると同時に、数学嫌いを減らす方策の一つとして問題設定の授業があることを示す	10500	30207		
1995	77	9	22-30	論説	持永純子	グラフ電卓を活用した数学科の指導に関する研究ー問題づくりの授業を取り入れた「二次関数」の指導ー	1	31	C0	304	問題解決活動をグラフ電卓がどのように支援し，どのような思考が生徒たちの中に起こるのか	21104			2次関数
1995	77	9	31-35	研究	三嶋元司	自ら学ぶ力を育てる授業のあり方ー選択教科としての数学の指導を通してー	1	10	AC	401	生徒が自ら学ぼうとする力と主体的に活用しようろする力を育てること	20602	20601	30207	数列
1995	77	11	2-7	研究	金本良通 山本耕司 新井靖 中野浩義	数学的な関連を生かした授業への試み	1	11	B0	105	「よりよい理解、より深い理解」へと高めていくかということ	20602	30209		文字と式
1995	77	11	8-16	研究	伊藤史子	数学授業における生徒の自己評価の様相に関する一考察ー情意変化に着目した、中学生の価値判断行為の実態調査からー	1	30	E0	800	生徒の価値判断行為の実態を明らかにすることで、生徒の自己評価能力育成に対する示唆を述べること	10203			
1996	78	1	24-31	論説	戸倉隆	微分・積分の概念形成過程ー数学的な見方や考え方を中心にしてー	1	30	C0	400	「数学的な見方や考え方」は何であるかをまとめる	20606	30207		微分・積分

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1996	78	3	4-13	論説	斎藤昇 大島正秀	観点別学習状況の評価の問題点とその解決策	1	11	ABCD	800	観点別評価の具体的な手法を絶対評価，相対評価の観点から明らかにする	30102	30201		中1の範囲全て
1996	78	3	14-19	研究	塚越紀久男	「数学的な考え方」を養う指導法に関する一考察－日常生活で見られる考えを大切にする指導を目指して－	1	100	C0	603	「数学的な考え方」を指導するに当たって必要と思われる試行の一般的な特徴を述べ、その上に立って、考える筋道の明確化、用いる知識の明確化、類推の積極的利用、誤答の積極的利用など指導上留意すべき点を述べる	10500			
1996	78	5	2-9	論説	柳本哲	中学校における数学的モデリングについて－給水タンクを事例として－	1	15	ABC	303	数学的モデリングについての趣旨と現在の課題店を考える	20604	21105	20602	1次関数
1996	78	5	10-15	研究	仁平政一	三角関数におけるいくつかの公式の図形的証明について－加法定理を中心にして－	1	32	AB	206	三角関数においても，図を利用することにより，理解を容易にしたり，興味をもたせたりすることができるのではないか	20701			三角関数
1996	78	7	2-8	研究	河野芳文	相加平均と相乗平均の不等式について－その有用性と限界－	1	33	B0	113	不等式の意味を幾何的あるいは視覚的に理解させせようと試みること	20701	10203		相加相乗平均の不等式
1996	78	7	14-19	研究	片岡哲	高校「微分法の応用」におけるグラフ電卓の活用	1	30	AB	400	グラフ電卓を活用することにより，概念の理解を深める。媒介変数表示された関数への関心と理解を深める	21104			微分・積分

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1996	78	9	16-20	研究	大澤弘典	現実場面に基づく問題解決ーグラフ電卓を利用した合科的授業展開を通してー	1	13	A2	305	①現実場面に基づく問題解決，②合科的な授業展開，③グラフ電卓の利用の3点から数学の現実的価値・有用性を生徒が体感できる適切な問題解決例を示し，その有効性を明らかにする	21104	20604		いろいろな関数
1996	78	9	21-26	研究	西村圭一	探究活動中心の授業に関する一考察ーテクノロジーを利用してー	1	32	AC	304	テクノロジーを探究活動のための道具として位置づけ，利用の意義を明らかにする	21104	20603		2次関数
1996	78	11	2-8	論説	井寺聡ほか3名	円の学習において発見学習を取り入れた指導に関する研究	1	13	A0	201	生徒の数学に対する興味・関心を育てる指導法として,発見学習によるやり方の有効性を探ること	21008	21105		円
1997	79	1	2-12	論説	礒田正美 野村剛 柳橋輝広 岸本忠之	教師間の対決型討論が教室文化に及ぼす影響に関する研究ーティームティーチングを通して数学の授業で討論する生徒を育てる実践記録ー	1	10	AE	800	数学的コミュニケーション力育成という今日的教育目標に対して、ティームティーチングを導入することで、生徒がいかに２人教師の討論に関係を持ち、授業への参画の仕方を変化させていったかを分析すること	20102	20405	10201	
1997	79	1	13-20	研究	山本忠	条件付き確率の理解状態の診断と指導	1	30	B0	503	理解が困難な条件付き確率の問題について、生徒の理解状態を診断し指導の方向を示す	10203	20103		

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1997	79	3	16-23	論説	金本良道 小林広利	数学科での協同学習の意義とあり方に関する一考察－選択教科としての数学における探究的活動への取り組みを通して－	1	13	BE	800	他者との協同的関係性の成立，協同で問題を解決していく実践的な能力の育成，協同的理解	21006	10600		学習した数学全般
1997	79	5	24-32	論説	太田伸也	生徒に幾何の世界を構成させる図形指導（２）－「写真に写る大きさと距離との関係」を題材に－	1	12	AC	200	生徒に幾何の世界を構成させるものに変えていこうという意図をもち、そのための指導法を考えること	20602	10201		幾何
1997	79	7	5-7	研究	熊倉啓之ほか3名	三角形の「心」に関する一考察	1	100	AC	204	中学生、高校生が興味・関心をもつような教材、数学的思考力が高まるような教材、数学的なよさ・美しさがわかるような教材等を中心に、開発・研究を行ってきた、ここでは、そのうちの１つを紹介する	20601	20602		図形（心）
1997	79	7	8-13	研究	栗野公子	個に応じ、個を生かす学習指導の工夫－1学年「二次関数のグラフ」の指導を通して－	1	30	AE	304	生徒個々人が基礎的・基本的事項の理解を深めていけるようにすること	20403	20407		2次関数
1997	79	9	2-10	寄稿	岡部恒治	数学教育に「イメージ化」を取り入れる試み	1	100	A0	800	数学に興味をもってもらうこと	20602	20601		
1997	79	11	2-10	論説	飯島康男 佐藤瑛一 小島睦	投影図を題材とした課題学習－「中等数学」および「中等数学三」（高等女学校用）の投影図の内容を生かした課題学習－	1	15	C0	202	数学的な性質を発見させたり、その証明を考えさせたりすることが意図されていた50年以上前の課題を、投影図のアイデアを生かして、中２３の課題学習の題材として生かす	20606	20701		投影図

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1997	79	11	11-19	論説	辻宏子	コンピュータ環境での作図活動の効果ー平面図形の学習での図の図形としての認識を促す場の検討ー	1	13	E0	201	コンピュータ環境下における作図活動が，図の図形としての認識を促すことをへの効果を検討する	21105	21007		作図
1998	80	1	2-8	実践研究	仁平政一	創造的な思考活動を体験させる授業を目指してーオープンアプローチ的手法を用いてー	1	30	AC	401	創造的な素質や能力を育成すること	20603			パスカルの三角形
1998	80	1	9-14	実践研究	宮川健	テクノロジーによる関数関係理解の改善に関する一考察ー事象のグラフ化におけるミスコンセプションに焦点をあててー	1	100	B0	300	関数指導にテクノロジーを導入することによって、関数関係の理解にどのように効果があるか考察すること	10500	10203		関数関係
1998	80	1	15-22	実践研究	岡部進	社会現象の教材化ー年次別データ、数列、片対数方眼紙、関数電卓を活用してー	1	30	A0	401	生活に役立つという数学観を育成するために、高校数学を使って日常現象が考察できるという事実認識を育てること	20602	20601		数列
1998	80	3	10-19	実践研究	石井勉	移動における問題設定に関する研究	1	10	AC	603	問題設定の能力を高める授業設計の方法に関すること	20500	30205		
1998	80	3	20-28	実践研究	石橋和彦	教授方略が関係的理解に与える効果に関する一研究	1	100	B0	603	学習者の関係的理解の深化を図る一斉指導上の教授方略として二つ設定し、その効果を実験的に検証すること	10500	30207	30205	
1998	80	5	2-7	論説	永田潤一郎ほか4名	新しい観点からの評価問題とその評価のあり方について	1	11	A0	101	ペーパーテスト形式で，子どもの情意的な側面を積極的に評価すること	30205	30102		正の数・負の数

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1998	80	7	20-23	教材研究	大山誠	桐生市天満宮の算額題について－関流・最上流論争の桐生版算額題を教材にして－	1	30	A0	204	市内に奉納されていた他の算額題も紹介し、生徒の身近にある文化財を通して数学への関心を高めさせること	20606	20601		平面幾何
1998	80	9	2-9	論説	久保良宏	中学校の指導における数学的コミュニケーション活動に関する実践的研究	1	10	AC	204	自ら考える指導が大切であり、数学とコミュニケーションとの関係に注目する必要があると考える	21006	30207		平面幾何
1998	80	9	10-18	論説	佐伯昭彦 氏家亮子	数学的モデリングを重視した総合カリキュラム－身近な物理現象を数学的にモデル化する授業－	1	42	AB	305	数物ハンズオンを実施することにより，主体的に探求した実験結果の報告から現象の一般化を行い，かつ，モデル化した方程式の物理的意味が理解できた。多様な解析方法の中から関数で解析することの有用性を理解した。探求に興味・関心をしめした。	20910	21104		関数
1998	80	9	19-24	実践研究	今井敏博	問題解決の構えへの類似的な問題解決経験の影響について	1	100	C0	603	数学の問題への思考力の育成とりわけ創造的思考力の育成は数学教育において重要な課題である	10203			
1998	80	11	8-16	論説	鈴木裕 中西知眞紀 熊倉啓之ほか3名	文字式による論証（第6次報告）－指導上の問題点とそれらを克服するための留意点－	1	10	B0	105	「文字や文字式についての理解」の様相を明らかにし、それに関する発達を促進するための学習指導について検討すること	20102			文字式

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1999	81	1	2-11	論説	秋田美代	構造的問題づくり学習による創造的思考の活性化－CSカード利用による創造力育成の基盤づくりの手法－	1	12	ABC	303	創造性を育成するための基盤づくりの手法として、CSカード利用による構造的問題づくり学習を提案し、その学習法の効果を述べる	21103	30205	30207	1次関数
1999	81	1	12-18	実践研究	鈴木明裕	中学校におけるDo Mathの学習指導についての研究	1	11	A0	101	情意面を考慮にいれた指導が必要であると考えた	10600	10201		正の数・負の数
1999	81	1	23-24	特集	正田清明	「分かる授業」を進めるために	1	100	ABED	900	数学的活動の楽しさを通した授業の展開	20303			
1999	81	3	2-10	論説	過外正律ほか3名	文字概念を育てる授業のあり方－文字式による証明での論証認知－	1	13	D0	105	実践授業を通して、生徒がどのように文字式による証明の表現を行うかについて述べる	20103	10201		証明
1999	81	3	20-25	実践研究	松嵜昭雄 礒田正美	数学的モデリングにおける理解深化に関する一考察－クランク機構の関数関係の把握－	1	32	B0	305	数学的モデリングにおける生徒の理解深化の様相を記述した	10201	21100		三角関数
1999	81	3	26-28	教材研究	太田敏之	こんな確率があったらおもしろい	1	30	A0	503	数学嫌いの生徒が増えているなか、生徒に世の中に数学がどのように使われているのかを授業を通じて伝えることで、数学に少しでも興味をもってもらうこと	20601			確率
1999	81	5	2-12	論説	永田潤一郎	数学でみる活動を重視した授業の構成（Ｉ）－車椅子とスロープの傾斜に注目した授業実践を通じて－	1	12	C0	303	数学でみる活動を通して、一人ひとりの子どもにとっての数学をより豊かなものにしていこうとするもの	20604	10201	30207	1次関数

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
1999	81	7	2-9	実践研究	土屋史人 岡本光司	生徒の数学理解の深化・変容に関する研究－概念地図に基づいたグループでの話し合い－	1	13	AC	303	概念地図をもとにしたグループでの話し合いが，「学習対象の面」「意欲の面」「学びの面」「自己実現の面」「人間関係の面」「コミュニケーションの面」「数学的なよさの面」「心情的な面」に対して有効である	21006	21103		1次関数
1999	81	7	10-18	実践研究	滝沢洋	試行錯誤をしながら創造性を育む課題について－数列の和や未知の関数の分析を題材として－	1	30	A0	401	活き活きとした授業を実践すること	20603	21105		数列
1999	81	9	2-9	論説	中浦将治	創造的思考力を活性化する数学学習の設計と実際	1	12	ABC	204	創造性の育成	10600	30205	30207	図形（合同）
1999	81	9	10-16	教材研究	長田裕一郎 牧野智彦 本多英之 礒田正美	中学校段階における作図ツールによる変換の指導可能性に関する研究－反転変換を範例に移動から変換への考え方の発展を目指して－	1	13	AC	201	反転変換の性質を発見すること	21105			反転変換
1999	81	11	5-9	教材研究	大澤弘典	肥満とやせの判定基準づくり－数学を核とした総合的な時間の展開例－	1	12	A0	800	多くの生徒が興味・関心の持てる題材として「肥満とやせ」を授業で取り上げた	20601	21104		
2000	82	1	2-9	論説＊	田辺章子	問題理解を重視した楽しい数学の授業の創造―１次関数を具体的題材にして―	1	12	A1	303	楽しい数学の授業の創造	20103			

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2000	82	1	10 - 17	論説	枌本新一郎	数学的モデルをつくることを通して数学の世界をひろげていく活動—全身が映る鏡の大きさを考える—	1	14	D2	105	数学的モデルによる数学的な考察の展開による授業開発・実践	10500	20601	20701	
2000	82	1	18 - 29	実践研究	京極邦明	図形の問題づくりの指導における認知面と情意面の関連を図る評価	1	12	A4	201	数学科における情意面と認知面の関連をみる評価方法の必要性・有効性の実証	30101			
2000	82	3	2 - 12	論説	国宗進	図形の論証に関する理解度の変化	1	12	C2	204	図形の論証に関する子どもの理解の様相を明らかにし，その発達を促進するための指導内容・方法について明らかにする。	10100	10500	30205	
2000	82	5	3 - 12	論説	星野将直	数学的知識の獲得・形成におけるメンタルモデルの役割に関する研究—宣言的知識に基づく手続きの導出場面を中心にして	1	12	B2	204	メンタルモデルの推論のメカニズムの解明とそれに準ずる教師の支援のあり方の検討	10300	20104		
2000	82	5	13 - 22	論説	永井正洋・岡部恭幸	分散型ネットワーク上における数学科共同学習の展開—2校間でのCSILE型データベース使用と環境デザイン	1	11	A4	105	生徒の数学学習への意欲を高めるような適した共同学習の場のデザインし授業を実践する	10201	21006	21105	
2000	82	5	23 - 27	教材研究	磯脇一男	高校「数学Ｉ」2次関数のグラフの指導—平方完成を使わないでグラフを描く指導法—	1	31	D1	304	数式での困難を回避して2次関数のグラフを描く	20601			
2000	82	11	2 - 10	論説	熊倉啓之	学ぶ意義を実感させる数学の指導に関する研究—三角比の指導を通して—	1	31	A4	206	学ぶ意義を実感させられる指導のあり方の追究	10300	20601	20501	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2001	83	1	2 - 8	実践研究	清水宏幸	体験を通して数学の概念を深める指導―関数のグラフを点の集合と捉える指導―	1	13	A1	302	数学的内容を生徒に実感として捉えさせること	10201	20104	21001	
2001	83	1	9 - 16	実践研究	鈴木裕	選択教科としての数学の授業展開に関する一考察―「オリガミクス」を中心的な題材とした実践をもとにした考察	1	13	C1	201	選択教科の特徴を活かした数学授業の工夫による，生徒の数学に対する関心・意欲・態度の向上	10201	20601		
2001	83	1	17 - 22	教材研究	正田良	総合的な学習の素材としてのパノラマ	1	11	A2	201	中1「図形」において現実世界との関わりを意識させるための具体的教材の検討	20604	30303		
2001	83	3	2 - 11	論説	山口武志・飯田慎司・中原忠男・重松敬一・岩崎秀樹・植田敦三・小山正孝	中学生の数学的能力に関する調査研究―「図形・関数」調査結果の分析―	1	15	E0	802	「図形・関数」の調査問題による中学生の達成度調査の結果から数学教育への示唆を得る	10201	10203		
2001	83	3	12 - 19	実践研究	鈴木明裕	中学校におけるDo Matheの学習指導についての研究―評価を中心に―	1	11	A1	105	Do Mathの標榜とそれによる授業開発，評価に関する考察	20801	30201		
2001	83	5	2 - 9	実践研究	水谷尚人	空間図形の指導における教具の効用に関する研究	1	12	B2	202	空間図形を把握するための教具の開発	10201	20104	21105	
2001	83	5	10 - 14	教材研究	坂本雄士	新学習指導要領における2次方程式の指導について―2次方程式の解の数の拡張による考察―	1	22	B1	111	数の拡張を二次方程式の指導から考察する	10201	10203	21401	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2001	83	5	36－47	寄稿	岡本光司	状況的学習論に基づく数学授業の構想と実践―生徒が「数学する」数学の授業―	1	12	A1	303	状況的学習理論を背景とする数学授業論・授業実践とその事例の提示	10300	20604		
2001	83	7	2－9	教材研究	前田琢磨	ループによる星型多角形の内角の和の公式	1	12	A2	201	既存の定義を異なる捉え方でみる意義と教材開発	10201	20602		
2001	83	7	10－17	教材研究	大澤弘典	暗号の教材化についての一考察	1	12	D1	105	コンピュータ等で用いられる「暗号」に焦点をあて，その表現や可能な処理に見られる数学的価値を見出すことが出来る教材を研究する	20608	21005		
2001	83	9	2－9	論説	倉井庸維	数学の学習における思考実験の基底とその活用に関する研究	1	31	C1	801	数学学習における思考実験の考察と実践	10201	30101		
2001	83	9	10－17	論説	橋本吉貴	算数・数学科における「発展的な考え方」に関する考察	1	10	C1	801	発展的な考え方による学習者の学習意欲の向上と豊かな数学的考え方の構築	10201	20603	20804	
2001	83	9	18－26	実践研究	京極邦明	証明における根拠の適用に関する生徒の実態について――一般化と定理の適用との比較を基に―	1	13	B2	204	根拠を明確化することを目的とした数学授業の実践と考察	20103	20701	20501	
2001	83	11	2－12	論説	西村圭一	数学的モデル化の授業の枠組みに関する研究	1	31	A2	401	数学的モデル化を生徒の数学的概念や手法の学習に活かす授業の枠組みの構築	20601	21006		

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2001	83	11	45 - 54	特集「新教育課程に向けて—実践研究から—」	安藤篤喜	数学の意義・よさや数学的活動の楽しさを実感する授業をめざして	1	10	A2	700	中学3年間の学習内容の再構成の観点を数学的活動の捉えに求め，既存の内容を分類して，授業構築の示唆とする	10500	20600		
2001	83	11	55 - 63	特集「新教育課程に向けて—実践研究から—」	工藤寛之	「比較」を取り入れた高校数学の授業改善	1	31	A4	105	自ら学び理解する授業の構築を目指す	10400	20602		
2001	83	11	64 - 68	特集「新教育課程に向けて—実践研究から—」	乾東雄	空間をとらえる力の育成—直観と表現を中心として—	1	11	D2	202	空間図形を捉えることを通して，「観察→把握・認識→表現」の推移を顕在化させ，図形の論証指導への示唆とする。	10201	20104		
2002	84	1	2 - 12	論説	永田潤一郎	数学でみる活動を重視した授業の構成（3）—評価の視点の具体化について—	1	12	A2	501	社会的対象を「数学でみる」ことについて子どもを評価する方法に関する考察	20707	30302	30101	
2002	84	3	11 - 19	実践研究	土屋修	選択数学における発展的教材の扱いに関する研究—開平算による平方根の求め方—	1	13	A1	105	興味関心や数学的考え方の育成を図る選択授業のあり方に関する考察	10300	10203	20601	
2002	84	3	20 - 27	実践研究	谷地元直樹	問題の工夫による論証指導の改善	1	12	A4	204	証明の意義を意識させる授業の構築を目指す	10500	20602	20501	
2002	84	5	13 - 19	実践研究	坂本雄士	課題学習の導入についての一考察	1	11	A1	401	知的探究心を喚起する課題学習の設定によって生徒が数学的意味の構成を行なうかを検討する	20601	20607	21006	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2002	84	5	20 - 28	実践研究	羽田明夫・榛葉伸吾	作図から証明への過程を重視した図形学習―数学的活動の楽しさを実感する授業の創造―	1	12	A1	204	数学的な活動の楽しさを実感させ，生徒主導型授業によって図形の性質，概念の理解を構築する寿漁業構成を目指す	10201	20804	20501	
2002	84	5	29 - 34	教材研究＊	片岡宏信	二次曲線の統一的理解	1	30	D2	210	二次曲線を統一的捉え，数式の処理によって，図形の概形を理解する	20104	20602	20501	
2002	84	7	2 - 9	実践研究	水谷尚人	空間図形の学習指導における「記述すること」とコミュニケーションの役割に関する研究	1	11	D2	202	空間図形の論証を通して，子どもが自分の考えを説明することに関し，どのように感じているのかを調査する	20801	21006	20501	
2002	84	7	10 - 18	実践研究	福沢俊之	作図ツールを使った証明問題の解決活動における教師の支援のあり方について	1	13	C2	204	生徒の解決活動を通しての図形の性質の理解を促進する教師の支援のあり方を検討する	21501	20804	21105	
2002	84	7	19 - 23	教材研究	仁平政一	「はさみうちの原理」の活用をめざした数列の極限に関する教材開発について	1	30	A3	401	はさみうちの原理を単元に関わることなく本質的に理解し，用いることができるような教材開発	20707			
2002	84	9	2 - 11	論説	中浦将治	創造性の基礎を培う数学学習の展開―知識ネットワークの生成と創造的学習活動との相互関係―	1	13	A1	801	学習モデルを基盤とした授業実践によって子どもの情意面と認知面への効果を明らかにする	10201			
2002	84	9	12 - 20	実践研究	加藤好章	弁証的進行における指導間の構築についての考察	1	12	B2	303	弁証法的進行における指導観にもとづく授業が，生徒が段階的に理解できる授業構築に繋がることを示す	10201	10500	20702	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2002	84	9	21 - 28	実践研究	熊谷治久	数学的モデル化過程を取り入れた授業実践―航空写真の問題を利用して―	1	13	A2	204	生徒が数学の有用性を感じる授業の構築	20610	20701		
2002	84	11	2 - 9	実践研究＊	長谷川順一	しきつめ模様作りが中学校1年生の線対称・点対称概念の理解及び情意面に与える影響	1	11	A3	201	しきつめの学習による生徒の情意面及び点・線対称の理解への影響を明らかにする	10201	20702		
2002	84	11	10 - 20	実践研究	太田伸也	太陽の動きをとらえるための数学的モデルを作る活動を通して空間図形の見方を広げる指導	1	11	A4	202	生活の中の事象を図形教材として，数学的活動を具体的に提示しつつ授業実践の様子を示す	20604	21003		
2002	84	11	21 - 28	実践研究	永田潤一郎	評価基準を活かした授業づくりの試み	1	11	D2	201	評価基準を具体化して生徒の理解を表す	20102	30206	30101	
2003	85	3	22 - 28	教材研究	伊達文治	ユークリッド「原論」第1巻の構造―「数学基礎」への教材化を志向して―	1	31	B3	201	数学基礎の教材を開発し，数学的基礎に位置づけられる数学的見方や考え方を明確化する	20104	20606		
2003	85	5	2 - 11	論説	二宮裕之	高等学校数学に於ける「ポートフォリオ学習」の試み	1	32	B3	400	ポートフォリオ学習の原理や効果を検討する	30302			
2003	85	5	12 - 18	実践研究	水谷尚人	簡易CADソフトを用いた空間図形の学習指導に関する研究―空間を把握する能力の育成を目指して―	1	11	B1	202	空間を把握する能力の育成	21105	20501		
2003	85	9	10 - 17	実践研究	高橋薫	事象から表現への過程を重視した指導における一次関数の学習の実際とその考察	1	13	A0	304	非形式的な絵や数学的考え方の表現を重視した関数指導の構想と展開	10201	20704		

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2003	85	9	18 - 25	実践研究	中村好則	聾学校におけるテクノロジー活用による実験・観察を取り入れた指導の効果	1	32	E0	305	聾学校での数学授業にテクノロジーを活用することによる諸効果の検討	20601	20608	21003	
2003	85	9	26 - 31	教材研究	片岡宏信	数列と微積分の間	1	30	A0	401	生徒が目的意識をもって取り組み，自分で数学を発見するような教材の開発	20602	20403	20501	
2003	85	9	32 - 37	教材研究	長岡耕一	三角比の指導に関する考察と指導順序についての提案	1	31	C2	305	生徒の三角比に対する困難点の明確化とその解消	10500	20103		
2003	85	11	3 - 14	論説	小寺隆幸	事象の変化を差分でとらえる力を育てる中学校の関数指導－生物の個体数の変化を素材と	1	13	A4	304	基本的な関数の理解と変化を捉える方法の習得のための関数指導の位置づけの提示	20609	21006		
2003	85	11	25 - 30	実践研究	清水宏幸	比例とみて問題を解くことのよさを感じさせる指導	1	11	A2	301	数学化のよさを味わうための教材開発とその実践の検証	20601	20604		
2003	85	11	31 - 39	実践研究	西村圭一	数学的モデル化を取り入れた発展的な学習の授業実践―紙パックジュースを題材に―	1	13	A2	301	現実の問題と数学の関係を学習させる	20601	20604	30303	
2003	85	11	40 - 49	実践研究	熊倉啓之	学ぶ意義を実感させる関数の指導に関する研究	1	10	A4	301	生徒に関数を学ぶ意義を実感させる	10201	20701		
2004	86	1	2 - 10	論説	谷地元直樹・相馬一彦	「数学の宿題」に関する考察	1	21	A4	801	数学の宿題の意義を明らかにする	40102	40103		
2004	86	1	11 - 21	実践研究	清野辰彦	「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の授業－「一次関数とみる」見方に焦点をあてて―	1	13	A2	303	現実事象を数理的に捉えさせる教材の開発と実践	20604	20501		

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2004	86	3	2 - 12	論説	長谷川勝久・三輪道正	コンセプトマップと解析的思考を用いた図形の論証指導	1	12	C2	204	図形の論証問題に対する考え方を明確にし，授業構成に生かす	10201	40303		
2004	86	3	13 - 20	実践研究	永田潤一郎	「比例するとみなす」ことのよさについての考察	1	11	A2	302	数学化のよさを明らかにする	20604	20501		
2004	86	3	21 - 27	教材研究	竹田博安	ピタゴラス数の探究―解の差に着目して―	1	13	C1	204	具体数の処理から一般的な表現への理解	10201	21001	20505	
2004	86	5	2 - 9	教材研究	坂井裕・羽住邦男	平行線の性質に関する問題の教材としての拡がりとその指導	1	10	A1	201	図形学習の面白さを感じさせる	20804	21006		
2004	86	7	10 - 13	教材研究	中川裕之	解が調和平均となる図形問題の探究	1	30	C1	201	発見や創造の視点を持って学習可能な教材を開発する	20104			
2004	86	9	13 - 20	実践研究＊	佐伯昭彦・黒木伸明	極限の概念をインフォーマルに理解する数学的活動―グラフ電卓を活用した数学的活動―	1	42	C2	305	数学的概念をインフォーマルに理解する教材の開発	10201	21104		
2004	86	11	2 - 11	論説	長崎栄三・西村圭一・五十嵐一博・牛場正則・久保良宏・久永靖史・柗本新一郎	数学と社会をつなげる力に関する研究―中学校・高等学校を中心に―	1	21	A2	801	数学と社会をつなげる	10203			
2004	86	11	12 - 19	実践研究	熊谷治久	確かな定式化を目指した数学的モデル化過程の授業―影の長さの問題を利用して―	1	13	A4	204	生徒の数学嫌いを克服させ，数学の社会的価値を示す教材開発と実践	10400	20604	21003	
2005	87	1	2 - 8	実践研究	大澤弘典	鶏卵の重量についての探究活動	1	13	B1	504	心理的実感と客観的実感の認知的ずれを意識した教材開発と実践	10201	20604	21105	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2005	87	1	9 - 16	実践研究	島田佳幸	「生きる力」をかくとくするための数学授業のあり方ー高知の郷土の文化・風土を取り入れた問題集づくりを通して—	1	31	B2	206	自ら課題を課して解決する力をつける	20604	20804	21003	
2005	87	3	12 - 19	教材研究	駒野誠	多目的な視点に立った教材研究—カバリエリの原理による‘ものさし’—	1	31	B2	801	式と図形を関連させて理解する教材の開発	10300	20602	20701	
2005	87	5	2 - 11	論説	永田潤一郎他3名	中学校数学科の指導に関する教師の意識調査とその分析—指導の実態と教職経験年数による意識の差異について	1	10	D3	801	生徒の知識理解向上のために機能する教師のあり方を探究するための基礎調査	10203	10300		
2005	87	5	12 - 19	実践研究	新井仁	事象を読み取る力を高める関数領域の指導のあり方に関する研究—グラフの問題解決の道具として—	1	12	D3	303	生徒が数学的な背景を読みとりながら,より信憑性の高い数学的な考え方ができるようにする	20604	21104	21204	
2005	87	7	2 - 12	論説	清野辰彦	数学的モデル化における「仮定の意識化」の役割—レポート分析を通して—	1	13	C1	204	生徒に仮定の役割を理解させるための指導の視点を明らかにする	20104	20601		
2005	87	7	13 - 20	実践研究	本田千春・西村圭一	空間思考力の育成をめざす授業に関する研究—地図から風景をスケッチする教材を用いて—	1	14	B1	202	生徒の空間思考を観察するために，2次元と3次元の関係をどのように表現できるのかを観察する	20604	20701	21004	
2005	87	7	21 - 29	実践研究	中村好則・黒木伸明	聾学校におけるメーリングリストとWebを活用した数学共同学習の有効性	1	71	D2	103	聾学校の数学授業においてメーリングリストとWebを活用することが，生徒の表現や考え方の促進を導くことを明らかにする	21006	21105	20501	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2005	87	9	2 - 6	教材研究	日野雅之	オイラー線に類似する直線—生徒の答案に見る興味深い問題についての考察—	1	31	E0	201	生徒の答案や学習活動の中に，数学的発見が存在する課題を取り入れた教材研究	20102	20704	30201	
2005	87	11	2 - 11	教材研究	坂井裕・矢嶋昭雄	台形に関する問題の広がりと教材としての可能性	1	10	D1	201	図形学習での数学的見方・考え方を確認し，それらの有用性を実感することができる教材の研究	20804	20501		
2005	87	11	12 - 17	教材研究	萬伸介	「比例をなす」について—同値関係の視点から—	1	10	A4	302	関数の本質的な概念理解を図ることにより，「異種の量」の必然性を生徒に抱かせるための教材開発	10500	21002		
2006	88	1	2 - 10	教材研究	駒野誠	樹形図の自己相似構造に漸化式を見出す—多角的視点に立った教材研究—	1	22	E0	401	生徒に数学的な発見をさせ，さらに数学を自ら展開していくことで数学をすることの楽しさを実感する教材を開発する	20604	20804		
2006	88	3	14 - 23	論説	洪瑛喆	一単元の日豪数学科授業にみられる課題の特色—課題タイプの変容と課題の関連性—	1	12	D2	303	日豪数学科教師への調査による生徒が取り組む課題の特色とそれに準ずる表現・処理の明確化	10300	20602		
2006	88	3	24 - 28	論説	芳沢光雄	算数・数学つまずきの分類	1	03	C2	700	小～大学までの算数・数学における「つまづき」を分類し，その軽減のための指導を示唆すること	10204	60201	60202	
2006	88	5	2 - 12	論説	田中義久・西村圭一	『數學第一類』における関数の学習指導に関する考察—漏斗の問題のレポート分析—	1	11	B1	202	生徒の関数学習における事象の変化の捉え方や考え方を育む	10201	21001	21204	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2006	88	5	19 - 25	特集「大規模調査に学ぶⅢ」	加藤好章	中学1年「文字式」に関する授業改善―大規模調査の結果をふまえて―	1	11	D2	105	「式をよむ力」，「式で表す力」，「式を多様にみる力」を高める	20604			
2006	88	5	26 - 32	特集「大規模調査に学ぶⅢ」	西村圭一	数学的リテラシーを育成するための教材の開発―PISA数学調査をふまえて―	1	10	A2	801	実生活に内在している題材を課題意識を明確にして生徒に示すような教材の開発	10203	20600	20604	
2006	88	5	33 - 40	特集「大規模調査に学ぶⅢ」	松尾七重	文字式指導の改善の方向性―「式をよむ力」「式で表す力」「式を多様に見る力」の育成	1	11	D2	105	「式をよむ力」，「式で表す力」，「式を多様にみる力」を高める	10400	10500	20701	
2006	88	5	41 - 48	特集「大規模調査に学ぶⅢ」	両角達男	小中高連携の視点を重視した数学授業の実践―ふりかえる活動を通して―	1	02	D2	801	「式をよむ力」，「式で表す力」，「式を多様にみる力」を高める	10500	20103		
2006	88	7	2 - 9	実践研究	清水宏幸	日常の場面で1次関数を活用させる指導―ガス料金について考えさせる指導―	1	12	D2	303	一次関数の処理や表現を活用できるような教材の開発	10201	20604	21104	
2006	88	7	10 - 15	特集「大規模調査に学ぶⅣ」	金児正史	大規模調査結果から考える授業改善の方向	1	13	C1	305	数学的読解力の向上のための教材，授業構成について考察する	10203	10500		
2006	88	9	11 - 18	実践研究	萩原季弘	離散数学で論理力を養う―ラムゼー定理を主題として―	1	32	A0	701	数学の有名な定理をゲームの形で導入し，生徒の興味を高める	20601	20607	20703	
2006	88	9	19 - 25	教材研究	米田重和	「数学カード」を利用した「数と式」の教材開発	1	13	AC	105	探究活動や規則正等の数学的発見を実現する授業展開の研究を行なう	20607	20801		
2006	88	11	2 - 10	実践研究	栂本新一郎	中学校における統計のあり方に関する研究	1	12	C1	504	統計的な見方・考え方の育成	20610	20701		

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2006	88	11	11 - 18	実践研究	新井仁	スギ花粉飛散量予測を題材とした関数領域の指導について	1	12	AD	303	数学の有用性の実感と事象をよみとる力の向上を目指す授業実践のあり方について探究する	20609	21004	21204	
2006	88	11	19 - 26	教材研究	松原敏治	線分図を用いた互助法の指導の可能性	1	12	B0	105	数学の抽象性を視覚的にかつ操作的に理解できる教材の開発	10500	20602	20701	
2007	89	1	2 - 12	論説	宮川健	関数グラフソフトを用いた教授・学習過程の分析―教授学的状況理論の視点から―	1	10	B0	304	関数グラフソフトを用いた授業とグラフ電卓を用いた授業の相違点,共通点を分析し,各対章となる数学的知識を明らかにする	10203	10700	20104	
2007	89	1	13 - 22	論説	中村光一	数学授業の相互行為における数学的対象と価値	1	13	C1	204	数学授業を作り出す相互行為に関する研究	10201	10500	20104	
2007	89	1	23 - 30	実践研究	吉永政博	数学を使う喜びを味わわせる学習指導法―仮説-検証の過程を取り入れた数学的活動―	1	10	A1	302	数学の面白さや有用性を意識できる教材の開発と授業実践を行なう	20103	20604	21003	
2007	89	3	8 - 16	実践研究	西村圭一	中等教育における離散グラフを用いた数学的モデル化に関する研究	1	12	A2	105	数学の社会的有効性の明確化と数学的に考え方を伝え合う意義を明らかにする教材の開発	10201	20601		
2007	89	3	18 - 23	特集「私の実践Ⅰ」	佐々木力也	魅力ある導入問題を活用した授業実践―蛙飛びげゲームで最少手数を考える―	1	13	C1	301	数学的活動の充実,数学的見方・考え方のよさの感得を促す授業の導入に関する研究	20607	21001		
2007	89	3	24 - 29	特集「私の実践Ⅰ」	谷地元直樹	問題の工夫に焦点を当てた授業づくり	1	12	A0	201	問題提示の工夫によって生徒の関心・意欲を喚起させる	10300	20602	20501	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2007	89	3	30 - 37	特集「私の実践Ⅰ」	山脇雅也	座標と座標平面のよさを感得させる指導—梨の大きさのばらつきを考察する問題—	1	11	A0	302	座標と座標平面のよさを感得するような指導のあり方についての探究	20601	21006		
2007	89	5	2 - 7	教材研究	簗舘一英	倍数に着目した数列の性質の探究—一般化の考え方を伸ばす数列の教材研究—	1	32	D2	401	数列を用いて日常的な事象を処理し,解明する力を身につけさせる	20104	20602		
2007	89	5	8 - 14	特集「私の実践Ⅱ」	岸田健吾・塩崎陽子・五十嵐淳	生徒が「学びがい」を感じる授業を目指して	1	11	A1	101	数学を学習することのよさを感じる授業	10201	20701	21005	
2007	89	5	15 - 19	特集「私の実践Ⅱ」	濱田淳一	「豊かな」数学授業の構成を目指して	1	11	E0	101	「豊かな」数学授業の構成。この授業の必要条件として「驚き」や「発見」を授業に取り入れる。	10202	20701	30204	
2007	89	5	20 - 25	特集「私の実践Ⅱ」	山本一香	作図しながら思考する生徒を育てる—切る・貼る・描く・塗る操作を多く取り入れて—	1	11	B1	201	作図の力を育て,作図の楽しさを実感させる	10500	20701	20501	
2007	89	7	2 - 9	実践研究	菅野栄光・下村哲・今岡光範	高等学校における数学教育発展的な問題作りの授業—大学入試問題を活用した取り組み—	1	33	A1	800	生徒が数学の問題をより良く分析し理解して,楽しみながら問題に取り組むような教材を開発し,授業を実践する	10202	20804	21006	
2007	89	7	10 - 15	特集「私の実践Ⅲ」	鈴木聡美	「知的葛藤」を生かす高等数学の授業	1	31	A4	206	考える必要性,考える楽しさを生徒が感得できる授業を設計する	10500	20602		

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2007	89	7	16 - 21	特集「私の実践Ⅲ」	岡山正歩	理解の広がりと深まりを獲得していく授業を求めて―授業の核となる例題作成の試み―	1	35	A1	403	生徒が自身で論理をねることを体感し，理解の深まりと広がりとを獲得できるような授業のあり方に関する研究	20104	20804	20505	
2007	89	7	22 - 28	特集「私の実践Ⅲ」	湯本武司	「フローチャート」を用いて証明の学習・指導を改善する	1	12	A1	204	生徒が証明の内容と表現を次第に整えていくような授業の設計と実践	10201	21201	20501	
2007	89	9	2 - 10	実践研究	加藤好章	光造形を用いて立体成形をする活動を題材とした空間図形の学習指導の一考察	1	11	C1	202	立体に対する見方・考え方を高め，現実事象に活用されていることを体感しながら理解を深める	20601	20701	21002	
2007	89	11	2 - 9	実践研究	中村好則	数学の有用性を感得する実験を取り入れた学習指導―「ペットボトルの流水実験」の教材化―	1	14	A2	304	身近にある出来事を数学の視点で捉え，数学の知識を得たり用いたりすると共に，数学の楽しさや有用性を感得させる	21001	21003	30204	
2007	89	11	10 - 18	実践研究	清水宏幸	日常の場面で関数を活用させる指導―売上金額の一番多いTシャツの値段を設定しよう―	1	13	E0	305	関数を活用していく力をつける	20604	21104		
2007	89	11	19 - 25	教材研究	中川裕之	内角の二等分線と外角の二等分線の関係について	1	22	C1	201	図形を動的に見るよさを感得するための教材開発	20104	20602		
2008	90	1	26 - 33	実践研究	近藤裕	「数学の力」の育成を目指した指導―「一次方程式の利用」の授業を通して―	1	11	E0	303	生徒の数学の力を育成する	10201	21006	21002	
2008	90	1	34 - 41	教材研究	京極邦明	図形の問題作りに用いる原題の有効性とその改題に関する教材研究の視点	1	13	A4	201	原題を作り変える活動の価値を明らかにする	10500	20704	20804	

分析対象となった論文一覧

西暦	巻	号	頁	論文種別	著者名	標題名	分析対象	学年	研究目標	数学的内容	研究目標・内容の説明	方策第1番目	方策第2番目	その他の方策	数学内容・説明
2008	90	3	2－7	寄稿	青木憲二	直角三角形をコンピュータに教えるには？―三角形のモデル化と直角三角形のコンピュータによる判定―	1	21	D1	201	コンピュータと数学の関係を考えるための教材の必要性	20602	21105		
2008	90	5	2－13	論説	西村圭一・本田千春	数学科カリキュラムにおける数学的モデル化の位置づけに関する一考察	1	21	D1	800	現実の事象が数学によって処理されることを感得できる授業開発	10500	20604		
2008	90	7	2-9	実践研究	小口祐一	高等学校「平面図形」における2列形式による証明表現の効果	1	31	B3	204	2列形式による証明表現は生徒の推論の過程を適確に表現する能力の解明と効果の検討	10500			
2008	90	9	2－12	論説	西村圭一・長崎栄三	数学教育における算数・数学と社会をつなげる力の意義と学風指導に関する研究	1	11	A2	105	社会の現象を数学の対象に変える力をはぐくむ	20610	20910	21006	
2008	90	9	13－20	実践研究	梅田英之	数学を学ぶ意義を充実させる離散数学（２値化問題）の授業	1	32	A4	701	数学を学ぶ意義を実感させる	10201	20104	20601	
2008	90	11	2－10	実践研究	小野雄祐	証明を振り返り活用する活動を通して，発展的に考察させる指導	1	12	A2	204	学んだ学習を活用する力をはぐくむ	10500	20907	21002	
2009	91	1	2－9	実践研究	津島久美	離散数学の教材化の可能性―鳩の巣原理に焦点をあてて―	1	33	A1	701	離散数学の教材化の可能性を探る	20104	20601	21010	
2009	91	1	24－31	教材研究	米田重和	「指導デザイン」をもとにした三平方の定理の教材に関する実践研究	1	13	B3	204	ヴィットマンの「指導デザイン」の有意義性を三平方の定理を例にして考察する	10700	20104	20907	

第 2 節「理解論争」

算数・数学教育における理解に関する研究の概観[i]

向井　慶子
滋賀大学教育学部

目　次

要　約

我が国の教材研究や授業のねらいとして，学校教育の中で「理解」ということばは多用されてきた。一方，数学教育研究の展開としてもまた，「理解」は認知心理学や認知に関する研究と関連して数学教育における「理解論争」などを経て，これまで多くの研究者に取り組まれてきた。しかしながら，数学的理解研究の理論と実践が有効に接合しているかどうかは，目的論，評価論，そして教授・学習論等の観点から検討されなくてはならないだろう。それらを踏まえ，本節のねらいは算数・数学教育における理解に関する研究（以下，数学的理解研究）を概観し，それぞれの「理解」の解釈と理解のモデルに着目して，算数・数学教育における数学的理解研究の動向を明らかにすることである。

理解のモデル研究の発展は，数学的理解の分類可能性の検討から，数学的理解を認知的な「つながり」として捉え，さらに，その「つながり方」の複雑性を理解することの特徴として着目していくという大きな研究動向の流れがみられた。ここで，ブラウン，スケンプ，バイアスとハースコヴィクス，デービス，バックストン，ヘイロック，ハースコヴィクスとバーゲロン，ピリーとキーレンらの主張を整理した。更に，その後の展開の一つとして，岡崎(1997)，小山(2007)らの理解のモデルに関する主張を示した。

キーワード　数学的理解,「理解論争」期，理解のモデル，理解の分類，理解の連続性，理解の複雑性

１．はじめに

学校教育において，我々は「○○を理解させる」という表現を頻繁に用いる。また，同じように,「□□ができるようになる」といった表現もよく用いる。実際，教師は「この子どもは△△ができた。よって△△を理解している。」というように，観察や数値化が可能な結果から，児童，生徒が「△△を理解した」と判断すると思われる。しかし,「△△ができる」は,「△△」の意味やそれに関わる諸性質との関係に基づいていなくても，暗記やアルゴリズムに沿っていても観察される状況である。算数・数学教育研究では，そのような状況を重要であるとみなし,「△△ができる」と「△△が理解されている」とは簡単に連動しない状況である，とする。このことは，Skemp (1976) による「関係的理解と道具的理解」という「*Mathematics Teaching*, No.77」に発表された論文によって，適確な主張として認められているといえよう。そして，この Skemp（1976）の主張を契機とし，数学的理解について研究され始めている。そして，そのような一連の活発な議論の展開を「理解論争」時期といい，算数・数学教育における理解に関する研究において，注目すべき 1 つの時期とされている（石田，1982；小山，2007)。しかしながら，算数・数学教育の教授・学習の実際に関して言えば，既述したような「理解論争」といった理論的側面の諸研究の議論が，基礎研究として数多く反映しているとは言い難いと思われる[ii]。つまり，数学的理解研究の理論的な研究において,「数学的に理解する（または，理解しつつある）学習者を観察するための理論（以下，数学的理解を観察するための理論)」や，その理論に基づくモデル，枠組みの構築は，1970 年初頭から 1990 年代にかけて，盛んに議論されている。しかしながら，そのような理論的な研究が実践的な研究の基盤となっているとは言い難い。

このような数学的理解研究の理論と実践の接合の問題に直面する 1 つの研究に「わかる数学の授業を構築するための基礎研究－小中高接続の重点化を通して―（代表：吉田明史先生(奈良教育大学)，課題番号：１９２０３０３７)」は位置づいていると考える。なぜならば，この取り組みは,「教師（指導過程，授業形態)」,「児童生徒」,「教材」の３つの視点から考えられており[iii]，このとき,「わかる」ということばを「理解する」ということばに置き換えられると仮定すれば，先の研究はまさに，数学的理解研究の理論と実践の接合を問題の 1 つとしていると思われるからである。すなわち，数学的理解研究において，実践における「教師（指導過程，授業)」からの視点は，理論において授業構築のための「規範的な」視座といえると考えられる。そして同様に,「児童生徒」は,「記述的な」視座,「教材」は「理解の対象となる数学的内容の特性」からの視座にあたるといえよう。

これらを踏まえると，数学的理解研究の理論と実践の接合に関する主要な課題として，

数学的理解研究における理論研究と実践研究が有効な相互関係を築くための今日的課題を明らかにする必要がある。

本稿のねらいは，算数・数学教育における数学的理解研究の動向を，とりわけ幾つかの理論研究（「理解論争」時期の幾つかの理論研究）に焦点を当てて概観し，そのそれぞれの「理解の捉え方の質的変遷（複雑化の過程）」に着目して考察して，数学的理解研究における理論と実践の接合の問題にアプローチする今日的な課題を明らかにすることである。

本稿では，まず，「理解論争」時期（1974 年～1994 年）（小山，2007）における数学的理解の基礎研究について概観する。次に「理解論争」時期の諸研究について，その展開を概観し，「理解の捉え方の質的変遷」という観点で考察する。最後に，「理解論争」時期の研究に基づく我が国の数学的理解研究を幾つか挙げ，概観する。本稿では，そのような概観，考察から，数学的理解に関する理論的な研究が，実践に有効であるためには，数学的理解の捉えを，人の心的特徴に照らして，より複雑かつ曖昧な「つながり」として捉え，そのような「つながり」を促す具体的な行為に着目することが必要であるとする。

２．「理解論争」の基礎的研究の概観

既述したように，本稿では算数・数学教育における「理解論争」時期に焦点を当てるが，そもそも理解に関する研究は，一般に「心理学的アプローチ」をその研究の中心に据えているといわれる。この点に関し，数学教育において「心理学的アプローチ」の必要性が明らかにされたのは，1957 年の旧ソビエト連邦共和国の人工衛星「スプートニク 1 号」打ち上げ成功を背景として，数学教育の現代化運動が生じたときであった（平林，1987)。すなわち，そのような開発産業の発展に準じて，有能な人材を教育するための現代化運動が生じた 3 つの要因の一つとして，「心理学的」観点が示されたのである。

① 数学的側面：現代数学の諸概念やその考え（集合，関数，構造）を基底として，一貫性のある算数・数学教育
② 社会的側面：科学技術の著しい発達における数学的な考え方を重視した算数・数学教育
③ 心理学•教育学的側面：児童・生徒が見出し，つくりだしていくような算数・数学教育

とりわけ，③における推進者として，ピアジェやブルーナーが挙げられ，その後の心理学・教育学的な数学教育の研究には，この両者の「知識論（認識論)」が反映されているといえよう。例えば，本稿で焦点を当てる「理解論争」時期の契機は Skemp (1976)

であり，その研究には，ピアジェの「知識論」が反映されている（参照，本稿 1. 2.）。また，その Skemp（1976）の研究に続く Byers & Herscovics (1977)においては，Skemp（1976）の見解に対して，Bruner (1960) の見解が考慮されていないことを指摘し，研究を進展させているという経緯がある（参照，本稿第 2 節）。

これらを踏まえ,「理解論争」時期の諸研究に特に反映されている基礎研究について，本稿では，第 1 に，「ピアジェの知識論（特に，ピアジェの発生的認識論と思考の発達段階）」を位置づけることにする。第 2 に，Skemp (1976；1979)において，　スケンプの理解研究の基礎研究（特に，「知能モデル」についての研究）が述べられていることに着目する。Skemp (1976 ; 1979) の研究は,「理解論争」の契機となった研究であるため,その後の「理解論争」では，この研究の批判的考察を基盤としている。

よって，本節では，ピアジェの「知識論」に関する研究とスケンプの「知能モデル」の研究を「理解論争」の基礎研究と位置づけて，それぞれ概観する。

（１）　ピアジェの「知識」に関する研究

ピアジェ(1970)は，≪知識，とくに科学的知識を，その歴史，社会発生，そしてとりわけその知識の基礎である諸概念と諸操作の心理的起源に基づいて説明するもの≫（p. 3）として「発生的認識論（Genetic Epistemology）」を発表した。ピアジェは，研究の対象とする科学的知識の明示的な例を，１）現代物理学，２）数学，３）社会学に定め, それまでの哲学的, 認識論的研究の観点との違いを明らかにしながら,「発生的認識論」を展開している。

数学に関して, その議論の対象は, ブルバキの数学観であった≪数学の建築術≫に焦点が当てられている。この点で, ピアジェは, ブルバキの構造主義に,「発生的認識論」を従わせることにより, 構造としての数学の心理学的理論を整理したと考えられている（平林, 1987；岡崎, 1997）。このとき, 数学における構造的思考は, 日々変貌をとげており, 決まりきった静的なものではなく, 過程（process）として位置づけられる。つまり, ブルバキの数学観に代表される（数学における）科学的思考は, 静的な思考の総体としてではなく, ≪まさに継続的な変換あるいは継続的な再構造化≫（ピアジェ, 1970, p.6）である。そのように考えたとき, 思考の一刻一刻変化していくその要因を, 歴史的, 及び心理学的に明らかにすることが, 発生的認識論の本質であるとされる。

この発生的認識論における議論の１つは,「構造と言語の関係」であろう。この点について, ピアジェ（1970）では, 次のように記されている。

≪論理数学的な構造は専ら特有の言語の諸形式に由来する，という立場に対する決定的な反論は, 論理数学的な構造が, どのような個人の知的発達の過程でも, 言語の出現以前から存在しているということです。≫（ピアジェ,1970, p.50）

つまり，Piaget（1976）において, 思考とは「言語において表現される」と言い換えることができよう。従って, 言語に先行する形で,「行為」が一般化されるはずであり, そ

れは, 一種の≪行為の論理(a logic of action)≫(ピアジェ, 1970,p.50)であるとされる。故に, 数学において, このような行為は, 人がその状況（環境）へ相互に作用するときに, 一般化を伴う心的な枠組みを有しているはずであって, そのような枠組みは, 「シェマ（又はシェマ)」と呼ばれる。そして, 「シェマ」の発達は, 「同化」と「調節」という協調の原理（あるいは適応機能）によって実現される。従って, そのような「シェマ」の協調は, ≪「行為の論理」を形成し, それは論理数学的構造の出発点となる≫（ピアジェ,1970,p.51）。

但し,「シェマ」の発達には,「言語」の獲得段階に関わって, 順序の論理がはたらく。すなわち, 「ピアジェの思考の発達段階」である。それは次のように示されている。

１）感覚的運動期（0-2 歳）
２）前操作期（2-7 歳）
３）具体的操作期（7-11,12 歳）
４）形式的操作期（11,12- 歳）

これらの段階は, 「均衡化」によって進行される。

このように,「言語」と概念の発達を直接的に捉えることに対しては,諸説批判的な見解があるが,ピアジェは,数学と人の心理とを融合的に理論化するという発展的な試みにおける創始者の一人といえよう。

（２）スケンプの「知能モデル」に関する研究

Skemp (1979) の数学的理解の本性は「(理解する）何かを適切なシェマの中に，同化する」ことであり，理解することは認知的な行為であることが前提となる。

「シェマ」と「同化」は，ピアジェの発生認識論における基本用語であり，双方とも生物学の適応に関する概念から生起したものである。よって,「シェマ」という用語は, 複雑な数学的概念構造を指しているだけではなく, 知覚的活動を正確に対応させる単純な構造も意味している(Skemp，1987，p.24)。スケンプは，その後に続く自身の理解に関する研究の基盤をピアジェの「知識」,「理解」の本性によって規定しているといえよう。このことは，次の記述からも明らかである。

≪１つのシェマの範囲内で起こる新たな作用が，点在する個人的概念の固有性を超えて，既存の知識を完全なものにし，後の学習の道具となり, その時点で可能な限りの理解を産み出すのである。≫(Skemp, 1987, p.24)

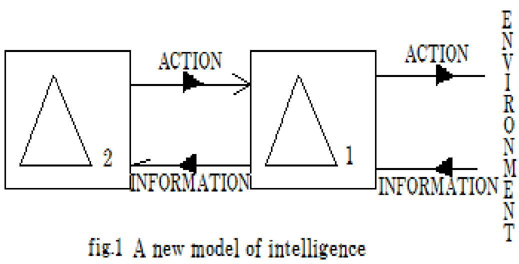


図1　知能モデル(Skemp, 1979)

故に，スケンプにとって，理解とはシェマの作用によって生み出される心的状態(藤

井，1985）であり，その状態は何らかの作用と既存の知識の関わり合いによって成立するものであると考えられる。従って，スケンプは，そういった心的状態の起因を考察する必要があると考えられる。つまり，「理解を生み出す心的要因とは何か」に答えるための考察である。

シェマは，一般に，人が環境と相互作用する際に使う，心的な活動の枠組みを指し，同化は，主体が対象を組み込もうとすることを意味する（ファース，1972）。これらを踏まえると，スケンプ（1976；1987）は，理解することを「（理解する）何かを適切な心的な活動の枠組みに組み込むこと」と換言できよう。このように，Skemp (1976 ; 1987)の理解研究は，ピアジェの発生的認識論に影響を受けていることは確かであるが，一方で，両者の相違点も指摘されている。藤井 (1985) によれば，≪（スケンプは）人間の行動を合目的的と見る≫（p.34）ので，理解の本性に関しても人間の心的行動と関連させて述べていることから考えれば，理解の本性に目的論を取り入れている。しかしながら一方で，≪ピアジェは生物学の「適応」の概念を取り入れている≫（藤井，1985，p.35）ことが指摘される。「同化」や「適応」のしくみを数学的理解の観点から深く追求しているという点で，Skemp (1976) は，数学的理解の本性を十分に言及しているといえよう。

「理解」という心的状態を産み出すのに不可欠な「知識」について，スケンプは，「知能モデル」を用いて説明している。そして,その「知能モデル」の構造や機能で学習活動を捉えることができるとし,その学習活動を可能とする理解も知能と同様，「知能モデル」（図１）によって説明できるとしている(Skemp,1979)。「知能モデル」とは，1970 年代後半の時点で IQ(知能指数)に基づいていた知能への判断に代わって, スケンプが提案した新たな知能に関するモデルである。このモデルは，知能(intelligence)を直観的知能(Δ_1)と反省的知能(Δ_2)からなる二段階のシステムであると藤井(1985) により端的に説明されている。

ここで,「知識」は直観的知能(Δ_1)の中で,シェマに整理される,つまり,その時点で知識は多くの概念が主観性を含む概念構造として考えられる（Skemp, 1987, p.117 ）。そして，直観的知能(Δ_1)の概念を詳細に調べるために種々の角度から考察する役割を果たすこととなる。Skemp（1976）は，「知能モデル」の２つの知能に対し，理解を生み出すシステムとして，反省的知能(Δ_2)の機能をより重要視していた。それは，学習活動において,主観性を保ったままなされる知識構造から， 既存の知識体系へ組み入れられる知識構造を作り上げていくことが目標となるからである。

このように，スケンプの理解研究は，「数学的理解とは何か」を明らかにするために，ピアジェの発生的認識論に示唆を受けながらも，独自に「知能」と「理解」を関連させる「知能モデル」に関する研究を進め，数学教育固有の理解研究の契機を築いた。Skemp (1976) は，数学的理解の本性を，「理解はどのようにして生まれてくるのか」を探究した上で，その偉業の一部として，マトリックスモデルをつくり上げているのである。

３．算数・数学教育における「理解論争」の展開[iv]

（１）　「理解論争」期について

小山（2007）は，「理解論争」期とは，≪イギリスの Richard R. Skemp の理解に関する論文を契機として議論が活発になった≫（小山，2007，p.50）時期としている。この時期にみられる数学的理解に関するいくつかの先行研究は，小山（2007）により，≪理解のモデル≫に焦点をおいて，算数・数学教育における「理解論争」時期の 12 研究が，「理解論争にみられる理解研究の概観」として，既にまとめられている。

この「理解論争」は言い換えれば「モデル論争」であり，そこでは，直接的に捉えられない生徒の「理解」を，「理解のモデル」を媒介として間接的に捉えるための理論が議論されているといえる。すなわち，「理解論争」に関わる諸研究は，それぞれ数学（算数）的理解を各々に定義し，そして，その理解を捉える術を提示しているのである。つまり，「どのように生徒が『わかり』，そして，どのような授業を展開することで生徒が『わかった』のか」に答えるためには，基礎的研究の 1 つの流れとして，「理解論争」期の諸研究を概観し，考察することには意味があるといえよう。

従って，本稿では，小山(2007)に概観された研究を，キーワードとなる用語を中心にして，以下のように挙げ，これらの研究を，本稿の考察の対象となる研究と位置づけることにする。

（２）　「理解論争」期における諸研究の概観

数学的理解を「どのように分類するか」という議論から，「分類できるのかどうか」といった数学的理解の分類的捉え方の可能性について議論された後，数学的理解の捉え方は各々の理解の捉え方の違いによって議論をより展開させていった。本節では，「理解論争」時期の 12 研究をそれぞれ「理解の捉え方の質的変遷」という観点で考察する。

➢　<u>ステファン I. ブラウンの理解の捉え</u>

Brown (1974)は，≪X を内的に理解するとは，X 自身の内部における関連を知ることである。X を外的に理解するとは，X を 1 つの全体と考えて，それが他のものとどう関連しているかをみることである。≫（Brown, 1974, p.27）と述べている。すなわち，前者の内的理解の理解とは「関連を知ること」と定義され，外的理解の理解とは「どう関連しているのかをみること」と定義されている。従って，両者の理解は，≪異なった種類の（理解の）分析を必要としている≫（Brown, 1974, p.27）とされる。この 2 つの理解 -「内的理解」と「外的理解」- は，数学的内容を用いて次のように表されている(Brown, 1974)：

「内的理解」と「外的理解」(Brown,1974)

例：

1×3＝3　　　4×6＝24
2×4＝8　　　5×7＝35
3×5＝15　　　6×8＝48

(1)「内的理解」

上記の掛け算をすることができ，そのアルゴリズムが表す数と数との関連をわかっている。

(2)「外的理解」

例えば，次の①～③のようなことに気づくことで，上記の掛け算以外の他の事柄との関連をわかる。Brown (1974)は，この「外的理解」の重要性を主張する。

① はじめに（A First Glimpse: 最初にチラッとみる）

1×3＝3　　　4×6＝24
2×4＝8　　　5×7＝35
3×5＝15　　　6×8＝48

これらをみて，気づくことは？

考えられる生徒の反応（以下，【S】）

「各等式の左辺の２つの数の真ん中の数を２乗すれば，右辺の数より『１』大きい。」

② 大胆に（Being Daring:大胆になること）

①の例は，いずれも２つの掛ける数の差が「２」であった。

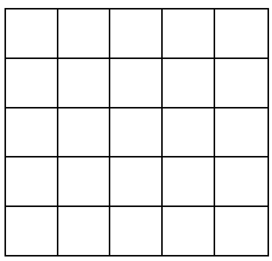
この差を「４」にすれば，どうなるだろうか？

1×5＝5　　　4×8＝32
2×6＝12　　　5×9＝45
3×7＝21

【S】「各等式の左辺の２つの数の真ん中の数を２乗すれば，右辺の数より『４』大きい」

③何が起こっているのかをとらえる方法（One way of seeing what is going on）

①　　②を幾何的に表す（5×5 の正方形）



・・・・

➢ リチャード R. スケンプの理解の捉え①

Skemp(1976；1987)もまた，「理解」を２つに分類している。その１つは「道具的理解」であり，もう１つが「関係的理解」である。この見解は，もともとベルゲン（Belgen）大学の Olsen, S. M. の理解に関する２つの分類であった。Skemp（1976）は，それらを

数学教育の文脈でそれらを考察している。

ここで,「ｘ＋３＝７」という例を用いると,「道具的理解」は,「『ｘ＋３＝７』のｘの値を求められる」ことで確認できる理解である。つまり,「ｘ＝７－３＝４」が得られればよい理解である。一方,「関係的理解」は「『ｘ＋３＝７において, ｘ＝４』となる理由を説明できる」ことにより,確認できる理解である。即ち,たとえば,「『ｘ＋３＝７』について,両辺に－３をすると,x＋３－３＝７－３,よって, ｘ＝７－３＝４となる」というように説明できればよい。

➢ ビクター・バイアスとニコラス・ハースコビクスの理解の捉え

Byers & Herscovics (1977) は,Skemp(1976)が主張した「関係的理解」と「道具的理解」では,あらゆる理解を表すとは言えないとして,新たに「直観的理解」と「形式的理解」を加えるという展開によって研究を進めている。「ｘ＋３＝７」の例を用いると,「直観的理解」とは,「ｘ＝４」というようにパッとｘの値を答える場合である。この点で,Byers & Herscovics (1977)の研究は, 数学的理解を Skemp (1976) 以降, さらに分類して,その分類の観点を, 人の心的な特徴へと接近する方向に進化させていると考えられる。

また,「形式的理解」は,例えば,「234÷18」を例にすると（Byers & Herscovics , 1977, p.25）,「CCXXXIV を XVⅢでわる」と「234÷18」とは, 必要とされる理解が異なることで説明される。つまり, 位取り記数法に基づく「234÷18」は, 割り算のアルゴリズムを容易に導入させうるが, ローマ数字による「CCXXXIV を XVⅢでわる」はそうではない。つまり, 同じ意味を有していても, その形式によって理解は異なるということである。

この点で,Byers & Herscovics (1977)の研究は, 理解の分類に「表現形式」及び,「表現形式と形式（論理）的考え方との関連」という新たな観点を導入していると考えられる。

➢ エドワード J. デービスの理解の捉え

Davis（1978）は, 次の２つの引用から,理解を「連続体（continuum）」として捉えるという立場を表明していると思われる。

≪Van Engen (1953, pp.76-77) は, ある一連の基準（criteria）によって, 知識を組織化して協定化する１つの過程として理解を説明する。しかしながら, その基準とは何であろうか？その基準は, あらゆる子どもの知識に対して平等なのであろうか？≫（Davis, 1978, p.13）

≪Holt(1964)と Van Engen(1953)は, 理解を１つの連続体(cntinuum)とみなす。そしてそのような理解を, 一人一人生徒達が, それぞれにもっているのである。≫（Davis, 1978, p.13）

これらを踏まえ, Davis(1978)の理解の解釈は, 「学習者一人一人による, 彼らの知識を組織化して協定化する１つの連続体」であると考えられる。だからこそ, Davis(1978)は, 理解を４つの数学的知識を用いて表しているといえよう。つまり, Davis（1978）の

研究の主要な着眼点は, 数学的理解を分類可能なパーツの和として表すのではなく,「知識を組織化して協定化していく」という一方向的なつながりとして考えていたといえる。

Davis(1978)の４つの数学的理解は，その各々に２つの水準を与える形で，具体的な数学学習・教授で起こりうる発問を伴って次のように表されている：

数学的理解をとらえる4つの数学的知識（Davis，1978）

学校数学で教えられる数学的知識の種類に着目して数学的理解を捉える。

①数学的概念の理解

水準1：概念の例と反例

（例 1）7, 9, 2, 17, 21 のうちで素数はどれか？

（例 2）20 より大きく 30 より小さい素数を 2 ついえるか？

水準2：概念の特徴

（例 1）「97」が素数だとすると，どんなことが確かにいえるか？

（例 2）このカード裏に１つの素数がかいてある。それについて，5 つ正しいことをいえるか？

②数学的一般化の理解

水準 1：一般化が何をいっているのか理解すること

（例 1）偶数，奇数，和の概念やそれに関する質問がわかる。

（例 2）和が偶数になるような２つの奇数をいえるか？

水準2：一般化がなぜ真であるのか理解すること

（例）奇数は偶数より 1 つ大きい。２つの奇数を加えると偶数になるということを，人に納得させるのに，このことはどのように役立つか？

③数学的手続きの理解

水準1：手続きが如何にすれば上手くいくのか理解すること

（例 1）2/3 と 3/4 をたすことができるか？

（例 2）次の２つの計算のうち, 通分する必要があるのはどちらか？【2/3+4/9, 3/4+7/4】

水準2：手続きがなぜ上手くいくのか理解すること

（例）2/3+1/4 は 11/12 と答えた。それが正しいことを，キズネールの色棒かジオボードを使って示せるか？

④数学的事実の理解

水準1：数学的事実が何をいっているのか理解すること

（例 1）5+4＝？

（例 2）数直線，棒，おはじき，指を使って，「5+4＝9」を示すことが出来るか？

水準2：数学的事実がなぜ真かを理解し，そのよさがわかること

（例 1）もしも私が「5+4＝10」といったら，あなたは私が間違っていることを示せるか？

（例 2）「4+4＝8」から始めて，「5+4＝9」を示すことが出来るか？

➢ ローリー・バックストンの理解の捉え方

Buxton（1978）は, Skemp(1976) が主張する「関係的理解」と「道具的理解」の分類に同調し, そのような理解は, 数学的知識に関する４つの水準（機械的水準, 観察的水準, 形式的水準, 洞察的水準）で捉えることができるとした。これらを踏まえると，Buxton

(1978）は,「水準」を導入することによって，数学的理解を段階的に捉えるという新たな観点を導入したといえよう。この４つの水準は，次のような数学的事例を伴ってそれぞれ説明される：

数学的理解をとらえる 4 水準（Buxton，1978）
4つの水準（段階）からなる数学的理解のモデル.
水準1：機械的水準
（例）掛け算の九九を何度も繰り返すことによって，九九表を暗記する。
「7×9」は？と尋ねられると，即座に「63」と答えられるといったように。
水準2：観察的水準
この水準は,「機械的水準」ほど機械的ではないが，十分に関係的に理解していない水準。
（例） ９の段の数（9，18，27,・・・）に着目する。各位の数の和は，いつも９になる（0＋9＝9，1＋8＝9，2＋7＝9,・・・）といったパターンに気づく。
水準3：洞察的水準
この水準は,「ああ，なるほど！」という感覚で特徴付けることによって，関係的に理解する水準。感覚的水準での気づきが,「なるほど！」と実感される。
（例）九九表の９の段と数直線を対応づけて，０からはじめて「９とばし」に数直線状に９の段の答えを取っていくと，１０の位の数は１ずつ大きくなっていき，反対に１の位の数は１ずつ小さくなっていく。
水準4：形式的水準
形式的な証明の水準。
（例）九九表の９の段について，次のような数学的証明ができる。
自然数ｎの 10 の位の数を a，1 の位の数を b，とすると，
ｎ＝10a+b=9a+(a+b)
もし，ｎ≡0　mod 9　ならば，(a+b）≡0　mod 9　である。
また，ｐ≦9　のとき，9ｐ=p(10-1)=10p-p であるから，乗数ｐは，（ｐ－1）番目の 10 の範囲の中にある。

➢ リチャード R. スケンプの理解の捉え②

Skemp (1979) は，とりわけ，Byers & Herscovics(1977)と Buxton(1978)に示唆をえて，２×３マトリックスモデルによる理解の分類を示した。理解を３種に分類し（道具的理解，関係的理解，論理的理解)，そこに,人の心的な様態として,２種の様式（直観的,反省的）を導入している。新たに加えられた「論理的理解」とは，「ｘ＋３＝７」の例を用いると,「『ｘ＋３＝７』となることを証明せよ」に答えられることで確認される理解のことである。すなわち，「『ｘ＋３＝７』について，等式の性質から，両辺から同じ数を引いても，等号は成立するので，両辺に－３をすると，x+３－３＝７－３，よって，ｘ＝７－３＝４となる」といったように，ある規則や定理の成り立つことを演繹的に証明することができるための理解である。そして３つの理解を「直観的思考（外界における情報を受容し，すぐに外界に働きかける活動)」と「反省的思考（既に認知構造内にある情報を受容，処理し，それを内的な認知構造に提供する活動)」という人の心的様態の２つの観点で捉えられるとした（石田，1982)。しかしながら，藤井(1995)に

よれば，２×３マトリックスモデルの「直観的思考－論理的理解」の事例が挙げられないことが問題点として挙げられている。

➢ リチャード R. スケンプ の理解の捉え③

Skemp(1982)は，バイアス&ハースコヴィクスの主張、「四面体モデル」の構成要素のひとつ｢形式的理解｣の規定（Byers & Herscovics，1977）には２つのことが混在しているとした。1 つは，Skemp (1979)の「論理的理解」を意味するが，もう 1 つは，「数学的な記号や表記を適切な数学的アイディアと結びつけることができる｣ということである。とりわけ後者に対して，スケンプは「記号的理解（symbolic understanding)」と名づけ，「論理的理解とは区別すべき｣であるとした（スケンプ，1982)。これらを踏まえ，Skemp（1982）では，「２×４マトリックスモデル」に修正している。

		理解の種類			
		道具的	関係的	論理的	記号的
心的活動様式	直観的	I_1	R_1	L_1	S_1
	反省的	I_2	R_2	L_2	S_2

スケンプの２×４のマトリックスモデル

記号的理解は，ある記号体系とある適切な概念構造との間の相互同化作用である。このことを Skemp (1982)は，次のように述べている。
≪記号的理解とは，ある記号体系とある概念構造とを，その概念構造に支えられて，相互に同化することである。≫（p.61）

たとえば，２３，２$\frac{1}{2}$，　２a のように限られた場所を活用し，記号を用いて数学的に表現するといったことが挙げられる。

➢ デューク W. ヘイロックの理解の捉え

Haylock(1982)は非常に端的に理解の本性を次のように述べている。

≪何かを理解することは（認知的な）つながりをつくることである≫(Haylock, 1982, p.54)

また，Haylock（1982)は，新たに経験したことと，既に経験したこととのつながりを学習者がつくればつくるほど，結果として，より有用な理解をえるとしている（p.54)。

このときの「経験」とは，学習者個人にとっての経験であり，それが新たなものか、そうではないのかはその学習者にしかわからない。また，Haylock(1982)は，実際に「学習者が理解しているのかどうか｣を判断できる要素によって理解を捉える必要があると強調し，実際に観察可能な｢数学的経験」を表す４つの観点（数学的言語，絵図，状況，

記号）によって理解を捉えるとした。即ち，≪生徒が（認知的な）つながりをつくったかどうかを示す数学的行動≫（Haylock，1982，p.54）に焦点をあて，同時に，「心的な様態」などの直接捉えることができない観点を考えないこととなったといえる。この点で，Haylock(1982)の理解に関する研究は，Skemp(1976；1979)や，Byers & Herscovics (1977) の研究とは研究の観点がとりわけ質的に異なっているといえよう。このような理解の捉え方は次のように例証されている：

4つの数学的経験の構成要素(Haylock,1982)

①数学的言語　②絵図

③具体的状況　④記号

例１：数学的言語→記号

「よんまんななじゅうさん」を数字で書きなさい。

例２：記号→具体的状況

84÷28 のお話を書きなさい。

例３：具体的状況→記号（あるいは，絵図→具体的状況）

次の図を見て，等式をできるだけたくさん書きなさい。

○　○　○　○

○　○　○　○

○　○　○　○

➢ <u>ニコラス･ハースコビクスと C. バーゲロンの理解の捉え①</u>

Herscovics & Bergeron (1983) は，理解の本性について，Skemp (1976) のように理解を（分類可能な）パーツの和として捉えるのではなく，≪認知の構成過程（cognitive construction process）の文脈，つまり，概念形成 (concept formation) の文脈で捉える≫（Herscovics & Bergeron ，1983，p.79）としている。また，Herscovics & Bergeron (1983) は，数学的理解を定義することについて，それがほぼ不可能であることを次のように述べている。

≪１つの「数学を理解すること」の広く利用できるような定義をみつけるという問題が１つの争点として残ったままではある。しかしながら，数学者たち自体，数学の本性に関する総意すらえることができていないことを忘れてはならない。事実，論理主義，形式主義，直観主義といった３つの異なる主義をもち，それぞれがそれぞれの方法で受け入れられている。仮にそれらの主義でそれぞれに数学とは何かを説明したところで，それらに対して各々の「数学を理解すること」の定義を一致させられなくて

も驚くことではない。≫（Herscovics & Bergeron , 1983, p.75）

このような考えから，Herscovics & Bergeron ,（1983）は,「理解とは何か」ではなく「理解とはどのように捉えるべきか」という観点を強調し，数学的概念の形成過程に関する理解のモデルに限定して，４つの水準からなる数学的理解の「構成主義モデル」を提案している。数学的概念間を自由な水準でつなげることができるが，その繋がり方は，一方向的である。

構成主義モデル（Herscovics & Bergeron, 1983）

①直観的理解の水準：理解の最終目標となる数学的概念に対する前概念を，経験や行動を通して，直観的に理解する。

（例）偶数・奇数概念の構成では，ある１つのい数号を２つの要素の数が等しい部分集合に分けようとするとき，２つの等しい部分集合に分けられる場合と分けられない場合とがあることに気づく。

②手続き的理解の水準：①で理解した前概念を組織化（数化，量化，構造化など）する手続きを習得したり，その手続きを適切に使用したりする。

（例）2 で割るという手続きを用いることによって，ある数を 2 で割ったときの余りは，0 または１のいずれかであって，そのような２つの場合が起こることに気づく。

③抽象の水準：②の手続きが次第に念頭行為になったり，それを通して数学的性質を獲得したりして，抽象化によって数学的概念を形成する。

（例）偶数と奇数をそれぞれ集合として把握すると共に，偶数と奇数の個数は同じであることがわかるようになる。

④形式化の水準：③で獲得した概念を，数学的な記号で表したり，数学的表現で定義したりして公理化したり，形式的証明をするなど，形式を理解する。

（例）全ての偶数の 1 の位は,「0，2，4，6，8」であり，奇数の場合はそれが,「１，3，5，7，9」のいずれかであるということがわかる。それによって，2 で割らなくてもその数の 1 の位をみれば，その数が偶数か奇数かがわかる。

- ニコラス・ハースコビクスと C. バーゲロンの理解の捉え②

「構成主義的モデル」（Herscovics & Bergeron, 1983）を改良して，「２層モデル」を提案している。このモデルは，改良前の数学的概念を，ピアジェによる知識の３分類（論理・数学的知識，物理的知識，社会的知識）から上層に「予備的な物理的概念の理解」を下層に「新生の数学的概念の理解」を位置づけている（ここで,「社会的知識」を具備しないのは,「２層モデル」構成主義的モデルの立場にあるからであると考えられる）。

➢ スーザン・ピリーとトーマス・キーレンの理解の捉え

Pirie & Kieren (1994)は，数学的理解の「超越的再帰理論」を提案し，次のように述べている。

≪全体的で力動的であって，いくつかの水準からなるが，直線的ではなく，超越的で，再帰的な１つの過程としての数学的理解の成長についての１つの理論≫（Pirie & Kieren ，1994，p.166）

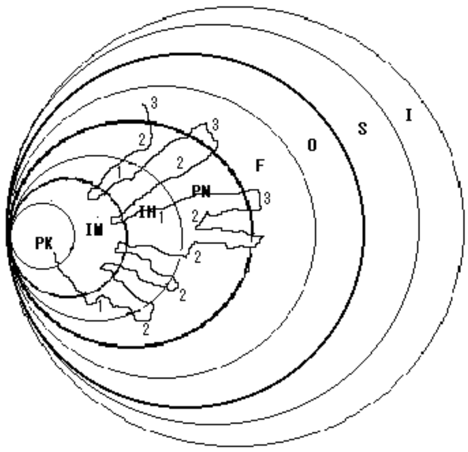
数学的理解の「超越的再帰理論」は，理解を分類可能なものとしてではなく，一連の過程として捉えるということに加え，その過程の「複雑さ」を強調している。つまり，人の感覚へ接近する「イメージ」に関する水準から，論理・数学的水準といえる「構造化すること」や「発明」といった水準を設定し，それらの水準間を超越して，複雑で動的な心的過程として理解を捉える。従って，Herscovics & Bergeron（1988a）らのように，一方向的なつながりを想定するのではない。

理解を一連のつながりとしてみるだけでなく，そのつながり方に言及し，その点にこそ理解の捉え方の新たな特徴が表れているといえよう。

超越的再帰モデル（Pirie & Kieren，1989；1994b）

Pirie & Kieren の超越的再帰理論に基づくモデルの各水準は，以下のように定義づけることができる（Pirie＆Kieren,1994b ）。：

PK：初源的知識
IM：イメージをつくること
IH：イメージをもつこと
PN：性質に気づくこと
F：形式化すること
O：観察すること
S：構造化すること
I：発明



初源的知識
　理解に向けてのプロセスが始まる水準。数学的に低い水準を意味しているのではなく，特定の数学的な理解成長を始める水準。つまり，観察者（教師や調査者）が，はじめに，「理解する」ことに取り組んでいる人を仮定することができる。しかし，完全にこのような知識を特定することは不可能である。
イメージを作ること（イメージ作り）
　先行して知っていることと区別して，それを新たな方法として使うことが学習者に求められる水準。
イメージを持つこと（イメージ所有）
　ある心的な構成を使うことができる。このとき，ある内容について，その心的な構成をもたらした特定の活動はなされない。
性質に気づくこと（性質認知）
　個人的に特定的な文脈を構成するためのイメージ，つまり実際的な価値をもつ(relevant)性質の特徴を巧みに処理したり，または関係付けたりする水準
形式化すること（形式化）
　先行するイメージによって，個人の気づいた性質を特徴付けるような術に従うある方法や共通する特性を抽象する水準。
観察すること（観察）
　形式化していく中で，そのような形式的活動を熟考し，調整し，定理としての正しい配列を示すような立場に立っている水準。
構造すること（構造化）
　論理的な議論，またはメタ数学的な議論によって，定理の集積が，いかに相互に関係付けられ，そして，主張の正当化や検証を必要とするのかに気が付く水準。
発明すること（発明）
　ある与えられた内容の範囲内で，一つの完全に構造化された理解を有する水準。このとき，この理解をもたらした先入観から離脱し，まったく新しい一つの概念に成長するかもしれない新たな疑問を作り出せるかもしれない。

　1989 年に Pirie & Kieren によって，*For the Leaning of Mathematics* で発表された「数学的理解の再帰理論（A Recursive Theory of Mathematical Understanding）」で「数学的理解のモデル」として入れ子状のモデルを登場させて以来，氏らは，多数の「超越的再帰モデル」の特徴づけの妥当性や, そのモデルの持つ特性を例証する事例を発表している。
　そもそもこの研究は，数学的理解を「様相」ではなく，「過程」として捉えることの必要性を主張することに始まっており，理解していくようすが連続的，あるいは不連続的という状態で表される。
　このようにみれば,「理解論争」時期の研究には，次のような特徴があるといえる。
① 学的理解を分類する。
②数学的理解を一連のつながりや連続体とみなし，一方向的な関係で説明する。
③数学的理解を連続体や過程とみなし，その複雑性を強調する。

　例えば，Brown（1974）や Skemp（1976）は数学的理解が分類できるという立場であ

るといえる。Byers & Herscovics(1977)もまた，数学的理解を分類するが，分類の観点として，「人の心的特徴」と「表現形式」を導入した。このように数学的理解を分類する背景には，ある事を人が「理解する」ことを，分類可能なパーツとみなしていると考えられる。また，Davis (1978) は，数学的理解を１つの知識の連続体とみなし，その知識の特徴によって理解は分類できるとしている。数学的理解の分類という点では，Brown（1974）や Skemp（1976），Byers & Herscovics(1977)らの研究と同様に分類が可能であるとするが，Davis (1978)の着目は，分類した一つ一つの理解を「連続体」と捉えたことに注がれている。そして，連続体としての理解間の関係に着目することにより，その後に，Herscovics & Bergeron (1982)や Haylock(1983)といった「一連のつながりとしての理解」という捉え方が生まれる。そして，Pirie & Kieren (1989; 1994)　らにより，再帰性に着目した理解の複雑さを明示する捉え方が登場するのである。

この研究における「理解のモデル」は，Pirie(1988)が「Understanding: Instrumental, Relational, Intuitive, Constructed, Formalised…?How Can We Know?, *For the Leaning of Mathematics*, Vol.8(3), pp. 2−6. 」を発表することで，数学的にある特定的な数学的内容を理解する過程に着目し，そのような過程を外面化するモデル必要性を主張して以来，数学的な理解の再帰理論に伴うモデルに関する論文を多く発表している。その初期の論文は，Pirie & Kieren(1989)の「A Recursive Theory of Mathematical Understanding., *For the Learning of Mathematics*, Vol.9(3), pp.7-11.」である（当時は，図１のもっとも内側の層「初源的知識」は「行い(doing)」とされている）。

その後，Pirie & Kieren (1994b) は，理解の成長プロセスを視覚的に表すということ、そして≪数学的な理解成長プロセスは、単一的、直線的なものではない（つまり、非線形的なものである）≫ということを明示するために入れ子型モデルを修正を繰り返して，創り上げている。このモデルは，各々の円が次の段階の円に完全に包含されていることを強調した造りとなっているのである。「成長する」ということを階層的なモデルの造りを連想させる「水準」という用語によって、≪モデルに提示した水準の間をあちこちに移動するものである≫と捉え、力動的かつ体系的なプロセスとして考えている。

４．　「理解論争」期の諸研究に基づく我が国の数学的理解研究

本節では，算数・数学教育における数学的理解研究において，とりわけ理論と実践の接合の問題に着目して，数学的理解を評価する必要性を述べた研究を示す。つまり，数学教育において理解に関する研究は多々あるが, ここでは「規範的」及び「記述的」な機能を具備する数学的理解のモデルの必要性を強調する２つの研究を取り上げる。

（１）岡崎（1997）の研究

岡崎(1997)は，理解モデルの研究の改善点として，①理解モデルが殆ど全ての数学的

内容を対象としていることによって，モデルが漠然としたものになるという点，及び，②理解モデルの記述性と規範性両面について，とりわけ規範性に関する研究の余地が多く残されているという点を挙げている。岡崎(1997)は，前者の改善のために「数学的一般化」における「理解モデル」を構築し，後者の改善のためにとりわけ理解モデルの「規範性」を考察したうえで，記述的－規範的な理解モデルとなる「数学的理解の拡大均衡化モデル（図２）」を示した。このモデルの名称からも明らかなように，基礎研究には，ピアジェの均衡化理論が位置づいている。

第１に，岡崎(1997)では，モデルの「規範的特性」に関して，４つの観点（「思想性，当為性」，「指導原理含意性」，「理解過程計画性」，「汎用性，達成性」（p.180））を挙げ、それらの観点から先行研究における「理解のモデル」や一般化のモデルを検討している。

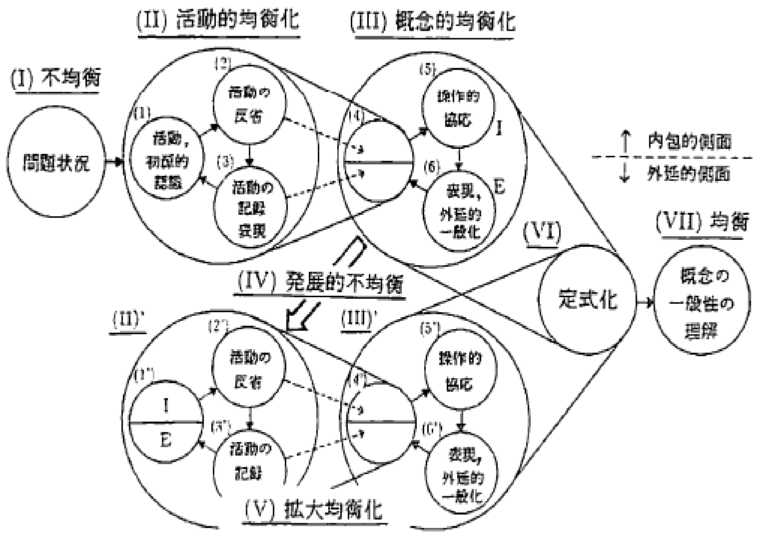


図2.数学的理解の拡大均衡化モデル（岡崎，1997，p205）

「数学的理解の拡大均衡化モデル」は，数学的概念の一般化を対象とする次の７つのプロセスからなる記述 - 規範的理解モデルである(岡崎，1997，pp.202-205；pp.270-271より抜き書き)：

(Ⅰ)不均衡＜問題状況の発生＞

新しい状況に対し，自分の道具(既有の知識)をもとに解決をはかり，その道具の有効性とともに限界を認識する。そして，知的発達の源としての不均衡を経験し，問題意識をもつ。

例：「ひし形は平行四辺形の仲間であるといってもよいかどうか」

(Ⅱ)活動的均衡化

子どもは，教具などを利用して，活動的に問題を解決するとともに，活動の動的なイ

メージをつくる。「活動」は，新たな数学的概念の構成に対する手段となる。

この段階は，「活動的に解決すること」と「動的，操作的イメージをつくること」が目的あり，以下のプロセスを含む。

① 有のシェムを用いて，教具などでの目標指向的活動を行なう。

例：操作的教具で平行四辺形を動かす活動。既有の平行四辺形とひし形のシェムの想起。

②自らの活動を反省し，活動の諸段階や諸性質を理解する。

例：動きの中で図形の性質(大変の平行性，相等性，対角の相等性など)が保存されていることや，平行四辺形の動きの中にひし形や長方形ができることを確認する。また，辺の長さや角の大きさに関するネガティブな側面を再度教具の上で確認する。

③活動を図や言葉で記録，表現する。

例：教具で，平行四辺形からひし形への変形がどのようになされているのかを表現する。

(Ⅲ)概念的均衡化

活動的解決を，概念的に再構成することを目的とする。この段階では，念頭的活動(つまり操作)を反省して，既有のシェムと関係付け(協応)を行い，新たな数学的関係を構築する。また，構築した関係を，記号，言語によって表現するという3段階のプロセスがある。この段階では，子どもに観点が定まり，初期の問題が論理的に解決される。

例：平行四辺形とひし形についての活動を念頭化し，平行四辺形とひし形の既有シェム，平行四辺形とひし形の性質の類似性，平行四辺形の辺の長さはどんな長さでも良いというネガティブな性質を関係付ける（協応させる)。そして，ひし形が平行四辺形に含まれることを表現し，またその理由を述べる。

(Ⅳ)発展的不均衡

前段階で，最初の問題状況を打開しているが，「でなければどうか（What if not?)」と問うことによって，さらなる探究が始まる。ここでは，より抽象的な表現への移行，活動の変更を促すような新たな問題状況が望まれる。

例：「長方形は，平行四辺形の仲間といってよいか」

(Ⅴ)拡大均衡化

活動的には，(Ⅱ)（Ⅲ）のようなプロセスを踏むが，認知的には，より抽象的な表現などで，これまでの活動を拡張していくプロセス。(Ⅱ)（Ⅲ）と対応付けたとき，（Ⅱ）よりも（Ⅱ’），(Ⅲ）よりも（Ⅲ’）は，一般性の点で，内包的にも外延的にも理解が深まっていく必要がある。

例：基本的にはひし形のときの（Ⅱ）（Ⅲ）と同様のプロセスである。ひし形と平行四辺形の相互関係の場面と類比的に考えることができるので，以前の理解を拡張していくプロセスとなる。

(Ⅵ)定式化＜一般的な解決，理解＞

これまでのことをまとめて，記号や言葉で簡潔に表現する。

例：ひし形，長方形，平行四辺形の関係を「ひし形や長方形は平行四辺形の仲間である」と表現したり，図示したりする。

(Ⅶ)均衡化

内包が一般化され，一般的構造の理解が図られる。これまでの問題解決のプロセスを総合的に反省して，概念を構成する。

例：「平行四辺形とは，性質Ｐ１，Ｐ２，…を備えているものである」のように，具体物やそのイメージと切り離しうる「関係のシステム」として，平行四辺形の概念を理解する。

（２）小山（2007）の研究

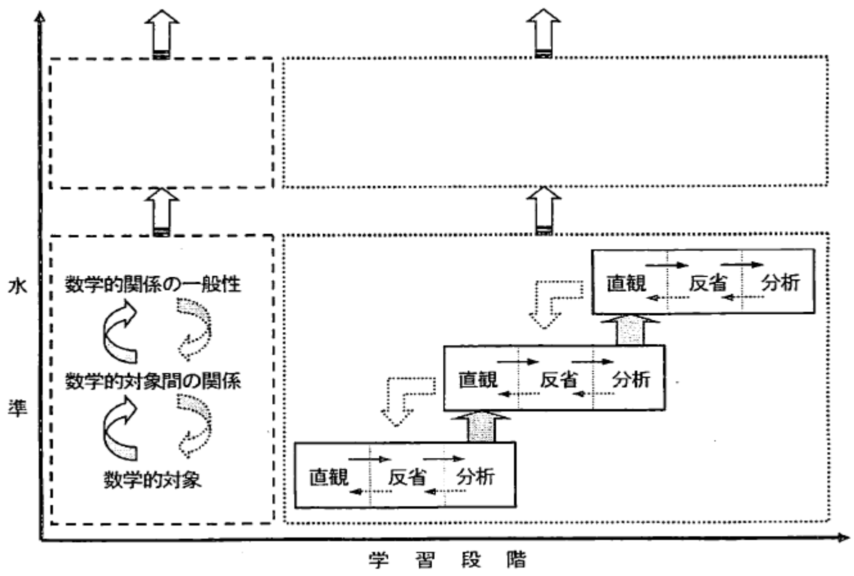


図3. 数学的理解の２軸過程モデルのイメージ（小山, 2007, p.165）

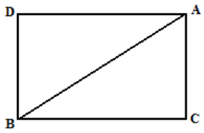
小山 (2007) は, その困難に着目し, かつ, 従来の理解のモデルの特性である記述性のみでなく, 規範性の必要性を主張して，理解のモデルを構築している。それは,「数学的思考の対象」に３つの水準―数学的概念や性質, 原理・法則などの数学的対象の理解(V1), それら数学的対象間の関係の理解(V2)，その数学的関係の一般性の理解 (V3) ―を設け，一方「数学的思考の質」には３つの学習段階― 直観的段階(H1)，反省的段階(H2)，分析的段階(H3) ―を設定して，前者を「縦軸」，後者を「横軸」に据えた「数学的理解における２軸過程モデル」である(図３)。

図３に示したモデルの特徴は，小山(2007) により，次の３点が挙げられている。第１点目は，それまでの数学的理解の過程モデルにおいて未分化であった「数学的思考の対

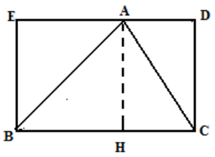
象」と「数学的思考の質」を明確に区別し，かつ関係を持たせるためにモデルに２軸と

三角形の面積

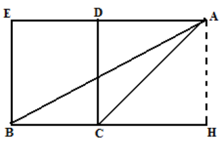
場合１（T1）
△ABC において∠C＝90°のとき



場合２（T2）
△ABC において∠C ＜ 90°のとき

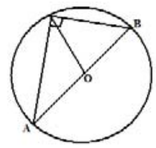


場合３（T３）
△ABC において∠C ＞ 90°のとき

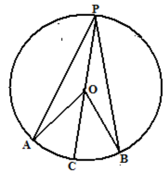


円周角の定理の証明

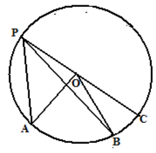
場合１（C1）
∠APB 上に円の中心 O があるとき



場合２（C2）
∠APB の内部に円の中心 O があるとき



場合３（C3）
∠APB の外部に円の中心 O がるとき



して組み込んでいることである。第 2 点目は，数学的理解の深化の過程における直観と論理の相補性を反映させて，その両者の間に反省的思考を位置づけたことである。第 3 点目は，2 軸過程モデルには，従来の理解過程モデルが具備する「記述性」のみではなく，「規範性」を具備させようとしていることである。

数学的理解の深まり（数学的思考の対象：縦軸）と数学的理解の広がり（数学的思考の質：横軸）の面積の求め方（小学校第 5 学年)」と「円周角の定理の証明（中学校第 2 学年)」）の事例によって説明される。ここで，[T1 - T2，T2 - T3，T1 - T3]，[C1 - C2，C2 - C3，C1 - C3]の両方向の関連は，「数学的理解における 2 軸過程モデル」の「横軸」に対応する数学的理解の広がりを例示する（小山，2007，p. 151)。一方で，「縦軸」は，「三角形の面積」と「円周角の定理の証明」とを関連付けることが，「円周角の定理」を証明し，理解することにとって本質的であるとし，このような関連付けが，数学的理解の深まりを例示するとしている（小山，2007，p. 153)。このモデルの特徴について，小山(2007) は次の 3 点を挙げている。第 1 点目は，それまでの数学的理解の過程モデルにおいて未分化であった「数学的思考の対象」と「数学的思考の質」を明確に区別し，かつ関係を持たせるためにモデルに 2 軸として組み込んでいることである。第 2 点目は，数学的理解の深化の過程における直観と論理の相補性を反映させて，その両者の間に反省的思考を位置づけたことである。第 3 点目は，2 軸過程モデルには，従来の理解過程モデルが具備する「記述性」のみではなく，「規範性」を具備させようとしていることである。このようにみれば，先の第 3 点目（数学的理解のモデルは「記述性」と「規範

性」の双方を具備すべきである）の特徴が，「2 軸過程モデル」の構築の上で重視されていると考えられる。

４．　おわりに

岩合(1995) は, 数学的理解の研究の教授・学習に関わる研究意義について，次のように述べている。

≪理解の必要性や重要性については, 学習の主要な課題として認識されてきていることであり，数学教育の論文や認知心理学を中心とする文献はすべて，理解を伴う学習や指導に関心を示し，それを目立たせるやり方で，理解を特徴付け，それを保証する教育学的行為を確認しようと試みてきました。≫(p.250)

本稿で考察した「理解論争」時期の 12 研究は，Skemp(1976)によって，理解を生み出す知能モデルを背景に，２種類の理解の登場を契機として始まった。そして，その流れは，理解の分類や理解の表し方が研究の着眼点として展開されていったと思われる。つまり，この展開は，≪理解を特徴づけて，それを保証する教育学的行為を確認する≫ことを志向する流れといえる。その最終段階として,「理解はどのように生み出されるのか」に数学的理解研究の理解の捉え方の観点が変遷していくことが示唆されるといえよう。

とりわけ教授活動（つまり「教師（指導過程，学習形態）」）に理解研究の理論が有効にはたらくには，その研究の結論が,「学習者がより良い理解をするために・・・するべきである」という主張にたどり着かなくてはならない。このときの「良い理解」に関しては，そのときの（学習内容を伴う）理解の対象を考察する必要が認められるであろうし,「・・・をすべきである」に関しては,「(良い）理解はどのように生まれてくるのか」を考察する必要があろう。すなわち，数学的理解研究の今日的な課題として，数学的理解の特性を本質的に捉え，その捉えを教授活動に有効に働かせるためには，数学的理解の「つながり」の生起の特徴づけをする必要があり，その点にはさらなる研究の余地が残されているのである。

引用・参考文献

Brown, S. I. (1974) Musing on Multiplication, *Mathematics Teacher*, No. 69, pp.26-30

Buxton, L. (1978) Four Levels for Understanding, *Mathematics in School*, Vol.7(4), p.36

Byers, V. and Herscovics, N. (1977) Understanding School Mathematics, *Mathematics Teaching*, No.81, pp.24-27

Davis, E. J. (1978) A Model for Understanding Understanding in Mathematics, *Arithmatic*

Teacher, No.26(1), pp.13-17
Haylock, D. W. (1982) Understanding in Mathematics: Making Connections, *Mathematics Teaching*, No. 98, pp.54-55
Herscovics, N. and Bergeron, M. (1983) Models of Understanding, *ZDM*, 83(2), pp. 75-83
Pirie, S. and Kieren, T. (1994) Growth in Mathematical Understanding: How Can We Characterise It and We Represent It?, *Educational Studies in Mathematics*, No. 26, pp.165-190
Skemp, R. R. (1976) Relational Understanding and Instrumental Understanding, *Mathematics Teaching*, No.77, pp. 20-26
Skemp, R. R. (1979) Goals of Leaning and Qualities of Understanding, *Mathematics Teaching*, No.88, pp. 44-49
Skemp, R. R. (1987) *The Psychology of Learning Mathematics*, LEA publishers, London.
石田忠男 (1982)「子どもの理解を深める教材の開発―算数教育の立場から―」,『学校教育』, No.783, 広島大学附属小学校学校教育研究会, pp.12-17
岩合一男 (1995) 「数学教育における理解論の史的展開」,『日本の算数・数学教育 1995 ― 数学学習の理論化へむけて』日本数学教育学会, 産業図書, pp.250-263
岡崎正和（1997）「均衡化理論に基づく数学的概念の一般化における理解過程に関する研究」広島大学学位論文
小山正孝(1992)「数学教育における理解のモデルについて」, 岩合一男先生退官記念出版会編『数
学教育学の新展開』, 聖文社, pp.172-184
小山正孝（2007）『算数教育における数学的理解の過程モデルの研究』広島大学学位論文
日本数学教育学会編 (1966) 『数学教育の現代化』培風館
ピアジェ, J.（1970）『発生的認識論―科学的知識の発達心理学―』芳賀純訳, 評論社（原文は,「Piaget, J. (1968) "*Genetic Epistemology*", Columbia University 」）
平林一榮 (1987) 『数学教育の活動主義的展開』東洋館出版社
ファース, H. (1972) 『ピアジェの認識理論」植田郁朗他訳, 明治図書
藤井斉亮 (1985) 「理解とは何か—R. R. Skemp のモデルを手掛かりに―」, 日本数学教育学会誌『数学教育学論究』, No.43-44, pp.34-37

註）

---

[i]本稿は,「向井　慶子『図形学習における数学的理解過程に関する研究（Ⅳ）―数学的理解に関する研究の本性論的視座からの一考察―』中国四国教育学会第 60 回大会「数学教育」部会（愛媛大学）発表資料」を一部脚色して作成された。

[ii] 日本数学教育学会誌『数学教育』1970⑴ - 2008⑺に掲載され,「理解」が主題に含まれ, かつ

授業実践の記録や評価を伴う全 22 論文中，「理解論争」期に発表された欧文文献，およびそれらを基礎研究とする和文文献を引用・参考にしている論文は，6 論文。『算数教育』では全 25 論文中，6 論文。

iii 吉田明史先生（奈良教育大学）による科研会議（2008／06／12）資料「昨年度の取り組み①取り組みの柱」を参考とした。

iv 「理解のモデル」をめぐる「理解論争」時期の概観は，小山(2007)より引用したり参考としたりしている。

Pirie, S. & Kieren.,, T. (1994b), Growth in Mathematical Understanding: How Can We Characterise it and How Can We Represent it?, *Educational Studies in Mathematics*, Vol.26, pp.165-190.

Pirie, S. & Kieren., T. (1994c), Mathematical Understanding: Always under Construction, *Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME XVⅢ)*, Vol.Ⅳ, pp.49-56, University of Lisbon.

Sierpinska, A. & Lerman, S.(1996), Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education, *International Handbook of Mathematics Education,* A.J. Bishop et al.(eds.), Kluwer Academic Publisher., pp. 827-876.

Skemp, R.(1976), Relational Understanding and Instrumental Understanding., *Mathematics Teaching*, No.77, pp.20-26.

Von Glasersfeld, E. (1990), Environment and Communication, in L.P. Steffe & T. Wood(eds.), *Transforming Children's Mathematics Education: International Perspectives*, Lawrence Erlabaum Associates, Publishers, Hillsdale, NJ, pp.30-38.

第３節　「メタ認知」からみた「理解」

メタ認知と「わかり」の関係性についての基礎的考察

－数学教育におけるメタ認知研究の変遷を通して－

高井　吾朗
広島大学大学院
教育学研究科　院生

目　次

要　約

ここでのねらいは，メタ認知から子どもの「わかり」を捉えることである。このねらいに対して，まず日本の数学教育におけるメタ認知研究をまとめた。これまでの研究では，メタ認知の規定，認知とメタ認知の関係性が述べられ，その結果をもとにメタ認知の調査方法の構築，指導方法の構築が進められている。

この結果をもとにメタ認知という視座から子どもの「わかり」を見たとき，問題を解決するために，自分の「わかり」を判断する過程がメタ認知的活動であり，その対象は，基礎的な知識，技能だけでなく，その判断のための知識も含まれる。また指導に関して，メタ認知研究ではメタ認知的支援という指導法があり，それは子どもの「わかり」を判断し，それを代替するものであるとい言い換えることが可能である。

日本の数学教育におけるメタ認知研究の概要

メタ認知とは，心理学においてフラヴェルとブラウンによって定義されたものであり，端的には「認知についての認知」である。両者はメタ認知を 2 つの側面に分け，フラヴェルはメタ認知的知識を「人」,「課題」,「方略」に分類し，ブラウンはメタ認知的技能を「計画」,「モニタリング」,「調整」に分類した。

数学教育においてシルバーは問題解決の「推進力」と表現し,「生徒はどうして問題が解決できないのか」ということに対する解決策の 1 つとしてこのメタ認知に注目した。つまり，メタ認知とは問題解決（認知的活動）に対する分析概念として取り入れられたのである。そして，海外の数学教育においてメタ認知の研究が進む中，日本の数学教育では髙澤の発表によってメタ認知研究が取り入れられ，平林はこの概念を数学教育の根幹を成すものであると主張し，その機能，形成過程に関する推測を述べ，メタ認知を「内なる教師」と呼称することを提案した。

このように始まった日本の数学教育におけるメタ認知研究は，まず認知とメタ認知の関係について整理するところから始まった。重松や岩合は，フラヴェルとブラウンの定義に従いメタ認知を 2 つの側面で捉え，特に重松は問題解決中の認知的活動とメタ認知的活動についてのモデルを作成し，その関係性を示した。また，メタ認知は表出しない概念であるため，様々な調査方法が考案された。清水美憲はペアで解決させることで会話の中からメタ認知を抽出させる調査方法を考案し，重松他は問題解決中に考えたことをノートに記述させる方法を考案している。他にも，重松は問題解決後のアンケートやインタビューによってメタ認知的知識を調査し，その際解決中のビデオを見せることでより調査の精度を上げている。また最近では，授業の中でどのようなメタ認知がはたらいているのかを有機的に調査し直接指導に結びつける方法として，二宮の「キャラクター学習」や重松他の「算数作文」が考案されている。

メタ認知の育成については，岩合によって他者との相互作用が重要であるという指摘がなされており，解決に対して適度に困難な状況にあることの必要性を説いた。また重松他は，メタ認知の内面化が認知的活動とメタ認知的活動の相互作用を繰り返すことによって進むことを，メタ認知の内面化モデルとして示した。そして加藤は，問題解決中の子どものメタ認知的技能を代替するメタ認知的支援を考案し，さらに「メタ認知の指導の枠組み」という授業案を構築した。また，重松や勝美は，問題解決後に行うメタ認知的支援として,「算数作文」の記述に対する赤ペン指導や口頭による指導を構築し，現在でも「算数作文」の記述形態や記述に適した授業の在り方について研究を進めている。

キーワード　メタ認知，問題解決，調査方法，指導方法

１．はじめに

今日の数学教育における研究では，メタ認知は「推進力」(Silver, 1985)として扱われ，認知的活動を促進するものとして扱われてきている。そして，数学的問題解決の過程に焦点があてられ，問題解決を成功させるための 1 つの手法として用いられてきている。しかし，メタ認知のパイオニアの一人である Flavell(1979, 1981)のメタ認知研究を遡れば，元はメタ記憶（何を記憶したかどうかを記憶しているか）研究へと辿り付き，さらに遡れば，Piaget の理解研究へと辿り着く(平林, 1987)。また平林(1987)は，「スケンプ教授の「理解のモデル」の研究」(p.6)における，「客観的世界の理解に関与する知能$\triangle_1$，と，それを制御する知能$\triangle_2$」(p.6)が，行動する自己(認知)と監視する自己(メタ認知)とに非常に関連があるのではないかと推測している。

このように，メタ認知は元々メタ記憶やメタ理解といった，記憶や理解の研究から始まったものであり，数学教育に取り込まれた当初は，「メタ理解」，「理解活動を支配するメタ認知」(重松, 1986)という理解活動をメタ認知という視点で明らかにしようという研究も行われている。では，何故今日では問題解決のフィールドにおいて研究が行われているのであろうか。これについては，まずメタ認知が「研究者たちが出した結論によると，メタ認知は情報の言語的コミュニケーション，言語的説得，会話の理解，読解，書くこと，言語の獲得，注意，記憶，問題解決，社会的認知，種々のタイプの自己制御や自己教示に重要な役割を果たすということである」(Flavell, 1979, p.906)というように，記憶や理解の研究という枠を越え，様々な分野で用いることが可能な概念であることを押さえるべきであろう。そして次に，メタ認知が定義された 1980 年代，数学教育では数学的問題解決が台頭してきた時期であり，メタ認知は数学的問題解決の研究に光明をもたらすものとして扱われるようになり(岩崎, 2007)，その流れが今日まで続いていることも押さえておきたい。

このように，元は理解や記憶をフィールドとしたメタ認知研究は，様々な分野で適応できることを示されたことで，そのフィールドを限りなく拡大していったのである。そして数学教育もまた，数学的問題解決においてその一端を担っていたのであろう。また，理解研究だけでなく問題解決にまでフィールドを広げた数学教育におけるメタ認知研究は，「本質的に算数・数学教育の研究に属する概念と理論をつくるものである」(平林, 1990)と捉えられてきており，数学教育において重要な研究であると言えよう。

以上のことから，メタ認知研究は理解や記憶に関する研究を包括し，人間の営みという認知的活動を捉えた研究として位置付けられよう。さて，吉田他(2008)は，子どもの「わかり」について，「「わからないこと」が言えるようになれば，「わかっていること」と「わからないこと」との区別が付いていることであり，「わか

り」のきっかけとなるものである」(p.217)と主張している。このような自分自身に対する問いかけを行う活動をメタ認知という視点で見れば,「メタ認知的目標へのメタ認知的ストラテジー」(Flavell, 1979, p.909)というメタ認知的活動と説明できる。これは一例であるが，子どもの「わかり」を明らかにするための手段として，メタ認知という概念を用いることは有効であると考えられる。

故に本稿では,「わかる授業」に対する先行研究として，これまでの日本の数学教育におけるメタ認知研究の流れを概観し，メタ認知の特性を示していく。その上で，メタ認知の指導からみた子どもの「わかり」に対する基礎的考察を述べていく。

２．メタ認知研究の派生

数学教育においてメタ認知研究は数多く行われているが，そもそもメタ認知は数学教育から派生したものではなく, 認知心理学から派生したものである。故に, 認知心理学におけるメタ認知研究を此処では述べていく。

まず，メタ認知の定義については一つの意味に集約するものではないが，ほとんどの研究者がメタ認知と認知を別個の存在と捉えており，性質においては階層的な存在である（Lesh, 2007)。本稿ではこれまでの数学教育におけるメタ認知研究に倣い， Flavell(1979, 1981)と Brown(1978)によるメタ認知の定義を捉えていくこととする。

Flavell(1981)は, メタ認知を「認知についての認知（cognition about cognition)」(p.37)と定義している。そして，Flavell(1979)と Brown(1978)は両者ともにメタ認知を２つの成分に分けて定義している。それは「知識成分」と「活動成分」(三宮，2008, p.7)であり，Flavell は知識成分を，Brown は活動成分をより精緻化している(波多野, 1984；岩崎, 2007；清水美憲, 2007)。この成分の精緻化の違いは,「フラベルは生粋の発達心理学者で，元々教育には殆ど関心を示さない。(中略）これに対して，アン・ブラウンの方は，はじめからはっきりと教育への強い関心を示している」(波多野, 1984, p.ⅲ）という，そもそも両者が何に関心をもっていたかの違いから来ている。このような関心の違いにより，Flavell は，子どものメタ認知がどのように発達していくのかを調べるためにメタ認知的知識の獲得という知識成分に焦点をあて，Brown は子どものメタ認知的活動（メタ認知的調整, メタ認知的技能）(以下，メタ認知的技能と統一）をうながすにはどのような働きかけが有効かという活動成分の問題に焦点をあてている（三宮, 2008)。

このことから，メタ認知の定義については，まず広義として「認知についての認知」が定義されており，その中にはメタ認知的知識とメタ認知的技能の２つの側面があると捉えることが通例となっている(例えば数学教育では, 髙澤, 1986a；重松, 1990；岩合, 1990 など)。また，２つの側面が相互作用するという見解も同

様である。次にメタ認知を研究の対象としたとき，認知心理学では２つの側面について，どちらの側面に関心があるか，もしくは強調するかによって，研究アプローチが異なっている(三宮, 2008)。

> 人がいつ，特定のメタ認知をもつのか，そのメタ認知は正確かという認識論的な問いに焦点を当てた研究は一般に，メタ認知の構造的モデルに関連する。一方，メタ認知によって人がどのように認知活動の調整を行うのか，また，どのような環境がメタ認知に影響するのかに焦点化した研究は，教授学習，自己制御，教育介入におけるメタ認知の機能的モデルに関連する。(三宮, 2008, p.7)

しかし，数学教育においては，どちらの側面を強調するかによって，研究アプローチが変化するという風には捉えられておらず，岩崎(2007)は，この２つの側面について以下のようにまとめている。

> つまり，その後のメタ認知研究で明らかにされるように，前者(認知についての知識の側面)は認知に先行するメタ認知であるのに対して，後者(認知についての調整･制御の側面)は認知に後行するメタ認知といえるからである。そのため，どちらをより強調するかによって，メタ認知は教授―学習の「成因」として，その前提のようにふるまったり，あるいは教授―学習の「成果」として，目標のように扱われたりするのである。教授学的にみて興味があるのは，そうしたメタ認知の働きが明らかになる学習場面であり，そこでの働きを明確にする理論的枠組みであると考える。(岩崎, 2007, pp.89-90)(丸括弧内は筆者挿入)

このように，数学教育においては，数学的問題解決とメタ認知の関係について研究の焦点が当てられていることから，どちらの側面も数学的問題解決において，どのように機能しているのかという捉え方がされている。そして，これが認知心理学におけるメタ認知研究と数学教育におけるメタ認知研究の違いであると考えられる。

以上のことから，Flavell(1979, 1981)，Brown(1978)によって体系化されたメタ認知研究は，その後，認知心理学において研究が進められていき，その流れの中で，数学教育にも取り入れられ，数学的問題解決とメタ認知の関係について，数学教育独自のメタ認知研究が進められていったと捉えることができよう。

３．日本の数学教育におけるメタ認知研究

前節では，メタ認知の派生を簡潔に述べてきた。此処では，日本の数学教育におけるメタ認知研究の流れに焦点をあて，さらに詳しくその研究内容を概観していく。

（１）初期のメタ認知研究

日本の数学教育におけるメタ認知に関する発表は，平林(1990)によれば髙澤

(1986a)の発表に始まっているとしている。高澤(1986a)は，Flavell(1979)の定義を元にメタ認知を概観し，「数学的行為（特に，問題解決行為）との関連を考察することは決して意味のないことではない」(p.1)と日本の数学教育におけるメタ認知研究の必要性を述べている。また，高澤(1986b)はメタ認知の育成ついて，教師の役割と子供達の数学的 Discussion の利用という２つの観点から考察を行っている。

では，高澤(1986a, 1986b)によって，日本の数学教育に取り入れられたメタ認知研究は，どのように評価されたのであろうか。メタ認知という概念との出会いについて，平林(1990)は，以下に述べている。

> 私と「メタ認知」の出遇いは，3 年半以前に奈良に来た頃，当時兵庫教育大学の院生であった，高沢茂樹君の研究発表を通してであった。同君は，心理学での「メタ認知」の研究成果を，何らかの形で，数学教育の研究に援用しようとするものであったが，私は，それを援用どころか，本質的に算数・数学教育の研究に属する概念と理論をつくるものであると思った。そして，これまで自分が探し求めていて，いまだ手に入れられなかった，一つの研究方法上の概念を，この「メタ認知」という概念が示唆してくれているように感じた。(平林,1990, p.106)(下線部は筆者挿入)

このように，平林(1990)は数学的問題解決のみならず，数学教育の本質に関わるものであるように，メタ認知を捉えている。また平林(1986)は，自我が行動する自己と，それを監理する自己に分裂し，前者を認知，後者をメタ認知として捉えられるということを仮定している。そして，「監理する自己は，学習指導に当たった教師の写しであると考えられることから，『内なる教師(inner teacher)』と呼ぶことも可能であろう」(p.2)というメタ認知の育成に対する仮説も述べている。

（２）メタ認知の捉え方

次に「数学的な問題解決の文脈において，多くの研究者がメタ認知に着目したのは，問題解決に行き詰まった子どもの『解けない』状態から『解ける』状態への認知的移行を促す，推進力(driving force)として捉えられていた」(岩崎，2007, p.93)からであり，数学教育におけるメタ認知研究は，数学的問題解決という文脈を前面に押し出し，数学教育固有の研究として進められてきている。しかし，メタ認知の定義は,「メタ認知的技能」と「メタ認知的知識」という２つに分類するという定義をそのまま用いている。

例えば，岩合(1990)は,「認知についての知識」の側面を「メタ認知的知識」と呼び，Flavell の考えに従い,「人(person)」,「課題(task)」,「方略(strategy)」の３つに分類している。次に,「認知についての調整・制御」の側面については,「メタ認知的技能」と呼び,「問題解決の過程で同時並行的に現れる技能」(岩合, 1990, p.37)としている。そして，Brown の規定を元に「モニター(監視)」,「自己評価」,

「コントロール」の３つに分類している。

表１　問題解決におけるメタ認知の類型化(岩合, 1990, p.38)

ａ．メタ認知的知識
（ａ－１）人
（ａ－２）課題
（ａ－３）方略
ｂ．メタ認知的技能
（ｂ－１）モニター(監視)
（ｂ－２）自己評価
（ｂ－３）制御(コントロール)

また，重松(1990)も Flavell と Brown の定義からメタ認知を分類しているが，メタ認知的知識を「認知作用の状態を判断するために蓄えられた環境，課題，自己，方略についての知識」(重松, 1990, p.78)というように，Flavell のメタ認知的知識の３つの分類に，さらに「環境」という「課題」,「自己」「方略」の全てに関わる項目を追加している。

このように，メタ認知の捉え方については，定義は Flavell，Brown の２側面を元にされているが，メタ認知そのものを研究対象にするのではなく，数学的問題解決を促進する要素として扱われてきている。

（３）認知とメタ認知

次にメタ認知の広義な定義は「認知についての認知」であり，メタ認知は何らかの認知的活動に先行，もしくは追随するものである。では，数学教育における認知とは何であろうか。重松(1994)は，「計算する，測定する，作図する，グラフを書くなどの直接的な数学的活動に働く知識や技能を意味する」(p.11)と規定しており，算数・数学の授業において，観察可能な行為をその対象としている。そして重松(1987)は，認知とメタ認知の関連をモデルとして表している（図１）。これは，認知と直接関係しているのはメタ認知的技能であり，メタ認知的知識はメタ認知的技能によって活用されていることを表現している(加藤，1999，pp.40-41)。さらに加藤(1999)は，数学的問題解決には，知識・理解・技能とストラテジー活用能力, およびメタ認知が必要であるということ(清水紀宏, 1995b, 1996)を考慮し, 図 1 を元に,「知識・技能」と「ストラテジー」という要素を取り入れたモデルを作成している(図２)。

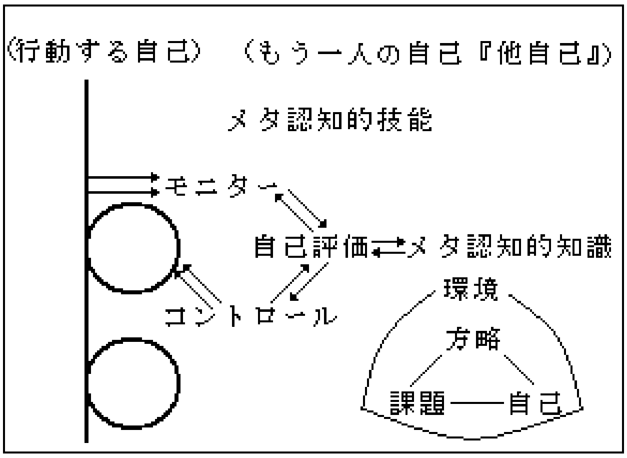


図１ 認知とメタ認知との関連 重松(1987)

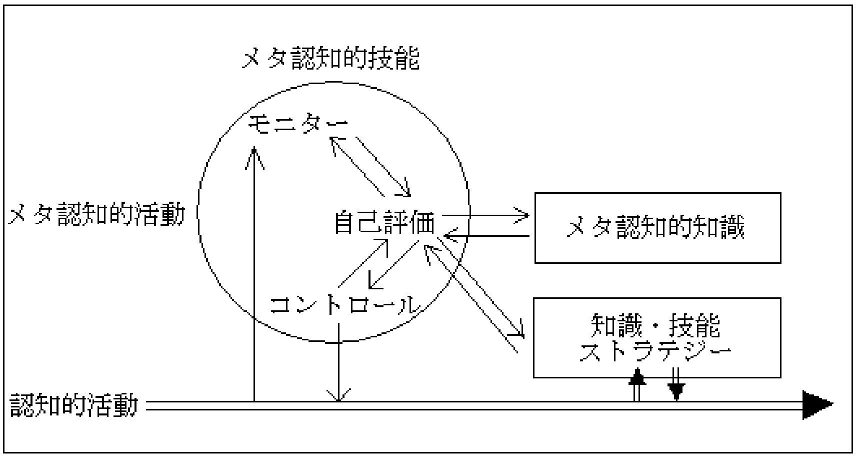


図２ 数学的問題解決における認知とメタ認知の関係(加藤 1999,p.153)

このように，認知とメタ認知の関係についてはモデルが作成され，これを元に授業における子どもの活動を観察，及び，分析することが可能になってきている。

では，これらのモデル（図１，図２）のように，認知的活動に対して必ずメタ認知的活動が起こるのであろうか。これについて Flavell(1979)は，メタ認知的経験(メタ認知的技能)は非常に注意深く，高度に意識的な思考を刺激するような状況でとくに生じやすいものであると述べている。つまり，数学的問題解決においては，子どもが解決に行き詰まったり，自分の解答に自信が無かったりするときなどに，メタ認知的活動が起こると考えられる。また他にも子どもの発達段階とメタ認知が関連しているという指摘もあり，平林(1986)は以下の仮説を述べている。

> 自己分裂(self-splitting)の過程は，子どもの知的発達過程の最も大きい事件であり，その大まかな枠組は，小学校４年ごろに決定するものとみている。(平林, 1986, p4)

平林(1986)と同様に岡本(1999)も「算数などの複雑な問題解決の場合，問題解決終了後の評価は，小学校高学年ぐらいで正確に行うことができるようになる」(p.12)と示唆している。このことから，メタ認知的活動が起こるかは，解決時の状況，及び，発達段階に左右されると考えられる。

また，重松(1994)によると，子どもが有しているメタ認知的知識によっては，メタ認知的活動が起こることによって，問題解決が阻害される可能性があるという。これは，肯定的なメタ認知的知識と否定的なメタ認知的知識が存在していることを示唆している(p.12)。例えば，「文章題は苦手だ」というメタ認知的知識を有しているならば，文章題が出されたときに，「文章題だ」というモニターに対して，「文章題は苦手だ」というメタ認知的知識が参照され自己評価，コントロールが促された結果，解決意欲が阻害されることが起こるということである。

このように，Flavell，Brown のメタ認知の定義を元に，数学教育における認知とメタ認知の関係について考察が進められ，モデルによって具体的にその関係が示された。そして，発達段階との関係，解決時にメタ認知的活動がどのように起こるのかということに焦点があてられ，数学的問題解決に対する「推進力」としてのメタ認知が固められていったのである。そして，メタ認知研究は次の段階として，メタ認知の指導の段階へと進んでいく。しかし，メタ認知は，２つの側面のどちらも表出しないことから，メタ認知を指導し，育成したか（子どもの有しているメタ認知的知識，問題解決中に起こるメタ認知的技能）を評価するためのメタ認知の調査方法の開発が，メタ認知の育成に先立って数多く行われていくのである。

４．メタ認知の調査

メタ認知という「表出しない過程を観察し，分析することは一般に困難である」(清水美憲, 1989, p.3)。このように，思考であるメタ認知を調査することは，どうにかしてその思考を表出させなければならない。では，メタ認知が表出するというのはどういうことであろうか。

これまでのメタ認知の調査方法に関する研究を概観すると，メタ認知的技能に焦点をあて調査すること(重松他, 1988；清水美憲, 1989；加藤, 1999 など)と，メタ認知的知識に焦点をあて調査すること(重松，1988；重松他，1989；清水紀宏, 1995a など)の２つに分類することができる。つまりは，前者は子どもの問題解決中のメタ認知的活動を調査するということであり，後者は子どもがもつメタ認知の量，質を調査するということである。

（１）メタ認知的技能に焦点をあてた調査

重松(1987)のモデルから，メタ認知的技能が起きるのは，問題解決中であるということが考えられる。このことから，メタ認知的活動を調査するには，問題解

決中に調査することが望ましく，表現方法としては，発話と記述が挙げられる(加藤, 1999)。

清水美憲(1989)は，中学校生徒のペアによる問題解決における調査を行っている。この方法は，共同解決をさせることによって「自己の思考を対象化する機会が増すと考えられる。つまり，モニタリングが一層促進される」(清水美憲, 1989, p.8)ものである。つまり，自然に自分のメタ認知的技能が発話によって表現され，観察者はそこからプロトコル分析を行うことが可能になる。また，プロトコルとノートの記述内容の変化を併せて分析することによって，メタ認知的活動が問題解決にどのような影響を与えるのかということも調査することが可能である。

次に，問題解決中にメタ認知的技能を記述させる方法がある(重松他, 1988)。これは，ノートの左側に計算，右側にそのとき考えていたことを記述させることにより，メタ認知的技能がどのようにはたらいていたかを調査するものである。しかし共同解決とは違い，問題解決時に全ての思考を記述させることは子どもにとって不自然な行為であり，調査の精度が下がる可能性がある。故にその精度を上げるために，問題解決後に，子どもにインタビューを行い，問題解決中に何を考えていたのかということをふり返らせる方法も同時に用いられ，その際，VTR による「刺激再生法」が用いられることがある。

（２）メタ認知的知識に焦点をあてた調査

次にメタ認知的知識の調査については，問題解決中である必要はない。なぜならば，その時点で子どもが有しているメタ認知的知識を調査すれば良いからである。そして，方法としては，アンケートによるものが多い(重松，1988；重松他，1989；清水紀宏，1995a など)。アンケートによる調査の特徴としては，まず多人数のデータを取ることが可能という点が挙げられる。さらに，数量化することが可能であるという点も挙げられる(清水紀宏, 1995a)。

このように，多人数のデータを数値化できることにより，問題解決とメタ認知的知識の相関を取ることもまた可能となる。清水紀宏(1995b, 1996)は，メタ認知だけでなく，知識・理解・技能およびストラテジー活用能力という３つの要素と問題解決の関係についてアンケートによる数量化したデータを元に分析を行い，メタ認知が知識・理解・技能とストラテジー活用能力には，及ばないながらも，数学的問題解決に対して寄与していることを示している。

（３）メタ認知の調査のまとめ

これまでの研究では，メタ認知的技能の調査には，問題解決中の発話，及び記述によって表出させる方法が主として挙げられており，メタ認知的知識の調査には，アンケートによって表出させる方法が主として挙げられている。つまり，メタ認知の２つの側面が両方とも調査可能ということである。

メタ認知的技能とメタ認知的知識は相互作用するものと捉えると，メタ認知の

育成を考える際に，両方を調査する必要があると考えられる。なぜなら，メタ認知的知識の有無によってメタ認知的技能にどのような違いが見られるのかを調査することで，より数学的問題解決に影響を与えるメタ認知的知識を特定することができるようになることが考えられるであろう。他にも，メタ認知的技能をはたらかせた後に，メタ認知的知識がどのように変化するのかを調査することは，数学教育におけるより良いメタ認知的技能を特定することができるようになることに繋がる。

故に，問題解決の中でどのようにメタ認知的活動が起こり，その中ではどのようなメタ認知的知識が参照されるのかということを授業の流れに沿って有機的に捉えようとする研究も行われてきている（例えば,「内省的記述活動学習モデルの具体的実践としてのキャラクター学習」(二宮, 2005),「算数作文」(重松他, 2000, 2002))。このように，メタ認知の調査方法が開発されたことにより，メタ認知を評価することが可能となってきている。そして，これらの調査方法を用いて，メタ認知の育成に焦点を当てた研究が進められていくのである。

５．メタ認知の育成

メタ認知の育成に関しては，メタ認知が内面化するために必要な状況（「社会的相互作用交渉」(岩合, 1990)），そしてどのように内面化されるのか（「メタ認知の内面化のモデル」(重松他, 1993a, 1993b)）が研究され，それらを元に「メタ認知の指導の枠組」(加藤, 1999)が作成されている。此処ではその流れを詳細に概観していく。

（１）社会的相互作用交渉

岩合(1990)は，メタ認知の育成に関して,「主として教育に関わる問題であり，教師対子ども，子ども対子ども，といった２つの視点から考察する必要がある」(p.132)と指摘している。そして考察のための理論として，ヴィゴツキー(2001)の理論を挙げ，その中でも「発達の最近接領域」,「内言」をメタ認知育成の視点から考察を行っている。この理論を基に岩合(1990)は，知的発達を遂げさせる有効な方法として,「共同や指導助言をともなった学習場面を準備し，そこに存在する発達の最近接領域を積極的に活動すること」(p.135)を挙げている。

また，内言とメタ認知の関係について，内言に関する理論の中で，思考と言語が一致するということに注目している。そのような立場に立てば，主として思考に用いられる内言がコミュニケーションに用いられる外言によって影響を受け，授業においてはグループにおける言動や教師の言動が，個人の思考に内面化する場合があることを示唆している(p.137)。

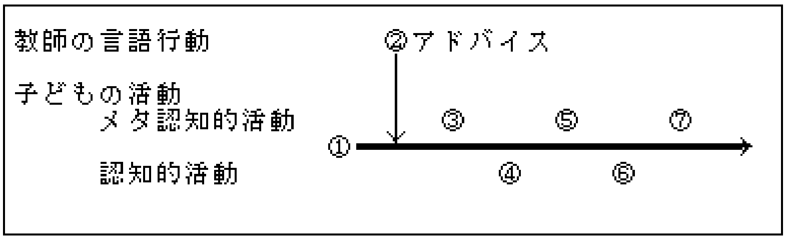
以上の岩合(1990)の考察をまとめると，個人では解決できなかったことが，他者との関わりを通して解決可能となり，さらにメタ認知が内面化されていくとい

うことになる。つまり，他者との関わりだけでなく，自分が解決できないことを感じることも重要であるということである。自分が解決できないということを感じるというのは，非常に注意深く，高度に意識的な思考を刺激するような状況であり，メタ認知的技能がはたらきやすい状況にあるということであろう。

以上のことから，社会的相互作用交渉によるメタ認知の育成は，ただ単に子ども同士で話し合わせたり，教師からの一方的な声掛けをしたりするのではなく，問題に対して個人が解決を行い，その上で他者の意見を聞き，それを単に取り入れるのではなく，さらに自分の中で再構成するというものであると考えることができる。

（２）メタ認知の内面化のモデル

次に，メタ認知の内面化のモデルとして，重松他(1993a)の「メタ認知の内面化の過程」がある。これについては，まず「内なる教師」について説明する必要がある。まず前述したように「内なる教師」とは平林(1986)によって使われ始めた用語であり，Hirabayashi & Shigematsu(1986)では教室実践の観察を通して，「内なる教師は学校における教師のコピーであろう」と主張されている。さらに重松(1994)は，メタ認知の形成において，「児童・生徒にとって教師となる者(中略)の影響が内面化することによって形成されていくとみることができる」(p.15)と述べており，このことから，「メタ認知の形成過程を強調したとき，メタ認知を『内なる教師』という擬人的な表現」(p.15)で呼ぶよう提言している。故に，この内なる教師とは，他者を意識したものであり，先述した社会的相互作用交渉と関係があると考えられる。さて，教師から与えられた情報を，子どもが内なる教師として取り入れていく様子を示したモデルが，「メタ認知の内面化の過程のモデル」(重松他, 1993a)(図３)である。



①子どもが、聞く気持ちになっている。
②問題解決の前やその途中に、教師の適切なメタ認知的アドバイスがある。
③子どもが、教師のメタ認知的アドバイスを一時的に記憶する。
④問題場面でアドバイスされたメタ認知を使って、子どもが情動的にも認知的にもよい問題解決の経験ができる。
⑤子どもが、そのメタ認知を記憶する。
⑥子どもが、別の類似問題をこのメタ認知を使って解ける。
⑦子どもが、このメタ認知を「内なる教師」として獲得する。

図３メタ認知の内面化の過程のモデル(重松他, 1993a)

このモデルの特徴としては，メタ認知の内面化が，認知的活動とメタ認知的活

動を交互に行われることで進んでいくという点である。これはメタ認知と認知が相補的なものであるということを意識したからであると考えられ，図１のようなサイクルを何度も経て，内面化していく様子を表している。

次の特徴として，「①子どもが，聞く気持ちになっている」が挙げられる。これは，前提であり，授業を聞く体勢ができているということである。しかし，岩合(1990)の「社会的相互作用交渉」の観点から見れば，個人で解決を試みた後を指しているとも考えられる。つまり，解決を試みたが解決できない，または，解決できたが自信が無いといった状況も①に含まれると考えられる。

また，メタ認知的活動は，アドバイスを一時的に記憶する（③），記憶する（⑤），そして，メタ認知として獲得する（⑦）という段階になっている。そして，その間にある認知的活動④は，そのアドバイスによって成功するという経験が含まれており，⑥によって，さらにそのアドバイスが他の問題においても成功へと繋がるという経験が含まれている。つまりは，与えられたアドバイスを鵜呑みにするのではなく，成功体験を通して，その価値を判断し，自分の知識として再構成していくという，段階を考慮したモデルとなっているということもこのモデルの特徴の１つである。

そして重松他(1993a，1993b)は，このモデルを，個人解決，集団解決(個人解決の発表，集団での検討)において表れるかを調査し，その結果両方の解決において①から⑤までの段階が表れたことを示している(1993a)。そして，⑥に限定した調査も行い，⑥が表れたことを示している(1993b)。これは，メタ認知が個人解決，集団解決という活動を問わず，メタ認知の内面化が進むことを示唆している。

次に，②のメタ認知的なアドバイスについて，どのようなアドバイスを行えば良いかということを，重松(1994)は，「メタ認知を育成する教師の役割」として，４つに分類している。

> モデルとしての役割：メタ認知の働きを強調しながら、教師が問題解決における認知とメタ認知の連携のモデルを示す。
> モニターとしての役割：クラス全体での話し合いや机間観察個別指導の際に、メタ認知に照らし合わせて、子どもの問題解決を吟味し、子どものメタ認知的モニターの役割を教師が代行し、助言する。
> 評価者としての役割：子どもの問題解決の結果をメタ認知と照合して直接的に評価し、子どものメタ認知的評価の役割を教師が代行する。
> コントローラーとしての役割：子どものメタ技能としての自己評価の結果にもとづいて、子どものメタ技能的コントロールを教師が代行する。
> (重松, 1994, p.25-26)

まず，モデルとしての役割として，「Schoenfeld の例」(重松，1994)を挙げており(誤った出発とそこからの回復，最後に解答の全体を検討するなど)，これらの例

からモデルとしての役割とは，アドバイスよりも実際に子どもに問題解決の一場面を見せるようなものであると考えられる。次に，モニター，評価者，コントローラーとしての役割は，図１のメタ技能の項目をそれぞれ埋める発問もしくは指示である。

以上のことから，重松他(1993a, 1993b)のモデルはメタ認知の内面化が段階立てられ，教師からのアドバイスも分類されており，メタ認知の指導において有効なモデルであると考えられる。そして，個人解決，集団解決においてもこのモデルが機能していることを示している点も問題解決におけるメタ認知の指導において有効であろう。

（３）メタ認知的支援とメタ認知の指導の枠組み

最後に，加藤(1999)の「メタ認知の指導の枠組み」を概観する。そのためにここでは，はじめに「メタ認知支援」について概観していく。加藤(1999)は，「他者(支援者)との相互作用を通して，児童のメタ認知的活動を代行すること」(p.148)を，「メタ認知的支援」と呼んでいる。

「メタ認知的支援」の規定については，「数学的問題解決における認知とメタ認知の関係」(加藤 1999, p.153)（図２）を用いて行われている。

> まず認知的支援とは，図２における二重線の矢印で表された認知的活動の過程で必要とされる「知識・技能，ストラテジー」を支援するものとする。つまり認知的支援とは，不足していると思われる数学の公式や数学用語などの数学的知識・技能や，そのときに不足していると思われるストラテジーなどについて調査者が提供することである。例えば，三角形の面積の公式や，適当な数字をあてはめるという試行錯誤のストラテジーなどである。
> 次にメタ認知的支援とは，図２における楕円とそれにかかわる実線の矢印に当てはまる行動を行うものとする。つまり，認知過程に対して「モニター，自己評価，コントロール」という活動を行うように促すことである。その際に教師は，Schoenfeld(1987)が提示した発話を行うこととする。(加藤，1999, pp.153-154)

このメタ認知的支援の役割とは，重松(1994)の「メタ認知を育成する教師の役割」と同じものであると考えられる。しかし，図２のモデルの特徴でもある，認知的支援が教師の役割に含まれている点が新しい点である。

そして加藤(1999)は，メタ認知的支援と認知的支援の効果について，事前調査によって基礎知識を調査し，その結果から上位群，中位群，下位群に生徒を分け，それぞれの群に対して２つの支援を教師から行うという実証実験を行っている。その結果として，上位群にはメタ認知的支援，中位群にはメタ認知的支援と認知的支援，下位群には認知的支援を行うことが有効であることを示している。

次に加藤(1999)は，メタ認知の育成に関して，これまでの研究に共通する特徴

として,「他者との相互作用を通してメタ認知が内面化する過程に焦点を当てているという点」(p.176)を指摘し,「１．問題解決過程での相互作用場面を活用する。」「２．他者によるメタ認知的支援を徐々に児童へ内面化させていく。」,「３．メタ認知の指導は，メタ認知的経験を伴って行う。」「４．指導したメタ認知的支援を類題へ適用する。」の４つの観点を取り入れた「メタ認知能力の育成を目指した指導の枠組み」(表２)を設けている。

表２　メタ認知能力の育成を目指した指導の枠組み(加藤, 1999, p.196)

Ⅰ．個人的な問題解決
Ⅱ．認知的活動についての話し合い
Ⅲ．メタ認知的活動についての話し合い
Ⅳ．類題への適用

このⅠからⅣは，一連の流れになっている。まず「Ⅰ．個人的な問題解決」を行う。次に，Ⅰで行った個人的な問題解決について，話し合いを通して,「他者の解決活動，自己の解決活動」(Ⅱ),「メタ認知的活動，自己のメタ認知的活動」(Ⅲ)について理解を深める。そして最後に，指導したメタ認知的活動を類題に適応することによって，そのメタ認知的活動の有用性を意識できる場面を設ける(Ⅳ)，という流れである。

（４）メタ認知の育成のまとめ

メタ認知の育成に関する研究をまとめると，他者との関わりに重点が置かれてきている点が挙げられる。そして，他者との関わりは，子どもどうし，教師と子どもという二つの関係に分類されている。加藤(1999)の「メタ認知の指導の枠組み」も，自力解決中の教師の介入と，子どもどうしの話しあいのどちらも構成に取り込んでいる。

また，教師の介入において，メタ認知の教え込みにならないように心掛けることが重要であることが述べられている。これは，メタ認知は，認知活動に対する動機となったり，根拠となったりする，いわば「推進力」となるものということを考えると当然であるが，教師にとっては最も難しい部分なのではないかと考えられる。そして，重松他(1993a, 1993b)のモデルが示すように，子どもがメタ認知を内面化する過程は様々な段階を経る必要があり，内面化されるまでには長い時間を有するかもしれない。故に，メタ認知の育成に関して教師に求められるものは，子どもの様子を把握する観察力と，適宜に支援するための判断力である。

また，最近では問題解決中ではなく，その後に行うメタ認知的支援の研究も進められている。それはメタ認知の調査において述べた重松他(2000, 2002)の「算数作文」を用いた指導であり，子どもが記述した作文の内容からその子どもの知識・

技能，及び，メタ認知を把握し，赤ペン指導や口頭による指導を行うものである。この指導法は，授業後に行うため全ての子どもを対象に行うことができ，子どもの記述内容からキーワードを抽出することで，子どもへの対応を適切に行いやすい点が特徴である。この指導法は勝美他(2008)によって現在でも実践研究を通して研究されており，算数作文の形式の差（自由記述型，2 項目型，3 項目型）による記述内容の差が検討されている。

このように，メタ認知の育成については，問題解決中だけでなく問題解決後も視野に入れた指導法が考案されてきており，1 時間の授業だけでなく，その連続性も視野に入れた指導法が構築されつつあるといえよう。

６．メタ認知からみた「わかり」

数学教育におけるメタ認知研究の流れをまとめると，メタ認知の捉え方にはじまり，認知とメタ認知の関係が明らかにされ，その中で，メタ認知ははじめからはたらくものではないという観点から，育成へと目が向けられていく。そして，育成における評価のために，メタ認知の調査方法が開発され，育成方法には他者との関係が重要であることが示唆され，教師のあり方，及び指導方法の構築が進められてきている。故に子どもの「わかり」を指導，及び，評価するための視点としてメタ認知を位置付けることができると考えられる。では，メタ認知からみた「わかり」とはどのようなものになるのであろうか。

まず加藤(1999)はメタ認知を，「メタ認知的活動の問題解決過程への影響に焦点を当て」(p.113) 4 つに分類している。

『工夫』のメタ認知；解決をうまく進めるために，新たな活動を行うことを決定すること。
『注意』のメタ認知；自分の活動が横道にそれないように監視しながらその活動を行うこと。
『確認』のメタ認知；直前に行った活動を見直すこと
『修正』のメタ認知；これまでの活動を反省し，その活動を中断して，他の活動を考えること。

(加藤，1999，p.114)

この「工夫」，「注意」，「確認」，「修正」の 4 つのメタ認知は，数学的問題解決において影響があるメタ認知的活動である。これらのメタ認知は，数学的問題解決において，必ずはたらかなければ解決できないわけではない。しかし，それまでの計算方法を「工夫」することによって，今まで以上に正確に，そして早く計算することができるようになり，解決中に自分の活動を「注意」することで，自分の間違いに気づきやすくなる。また，自分の活動を「確認」し，間違いに気づき「修正」することにより，より自信のある解決へと導かれる。

つまり，これらのメタ認知的活動が起きるということは，自分自身が納得できる解決が可能になるということである。もし，その解決が間違っていたとしても，メタ認知的活動を通してふり返れば，次への解決として導かれるのである。このようにメタ認知は，より解決の精度を高め，自分自身を納得させ，そして，次への解決へと繋げるためのものである。そして，これこそが「推進力」として捉えられてきた謂れであろう。

そして，清水紀宏(1995a, 1995b, 1996)が，数学的問題解決においてメタ認知以外にも基礎的な知識・技能，ストラテジー活用能力が必要であると指摘しているように，「工夫」，「注意」，「確認」，「修正」がはたらいても，それを反映させるための基礎的な知識がなければ，実際に課題を解決できない。例えば，自分の方法を「工夫」した方が良いと思ったならば，それに変わる方法を示さなければならない，ということである。他にも，常に「注意」をはたらかせても，自分の方法は，どう正しいのか，もしくは，間違っているのかを自分自身が判断しなければならないということであり，その判断にはメタ認知的知識だけでなく数学の基礎知識や技能が参照される。

このように考えると，メタ認知的活動が起きることで，基礎的な知識・技能，及びストラテジー活用能力を自ら求め，解決に必要なものを自分の中で選択し，調整することで，さらにメタ認知的活動が起きるという循環が起きると考えられる。故に，問題解決ができるようになるために，自分がそのために何がわかっているのかを判断する過程がメタ認知的活動であり，これは認知的目標に対するメタ認知的活動と位置付けられる。また，本当にわかっているのかという自分の「わかり」を判断する過程もまたメタ認知的活動であり，これはメタ認知的目標に対するメタ認知的活動と位置付けられる。

次に，認知的支援，及びメタ認知的支援を行う際に，教師は子どものメタ認知的技能がはたらいているのか，止まっているのか，解決に必要な基礎的な知識・技能，ストラテジーを有しているのかということを，子どもとの応答の中で判断することが求められる。これは，子どもがわかっているのか，わかっていないのかということを把握するということである。つまり，的確なメタ認知的支援，及び，認知的支援とは，子どもの「わかり」を教師が捉え，「わかり」の判断の過程を代替するものと位置付けられるのである。

7．おわりに

本稿では，日本の数学教育におけるメタ認知研究の流れを，メタ認知の捉え方，調査方法，育成方法に分けて概観してきた。そして，数学教育におけるメタ認知研究では，メタ認知の指導，及び，評価の枠組みが構築されていることから，子どもの「わかり」をメタ認知という視点から述べることが可能であることが示唆

された。具体的には，解決するための「わかり」を判断する過程がメタ認知的活動であり，メタ認知的支援とは，子どもの「わかり」を判断し，それを代替するものであるということである。

本報告書の副題にもあるように，本研究では小中高の接続という視点がひとつのねらいとなっている。数学教育におけるメタ認知研究では，小学校，中学校，高等学校それぞれを対象とした調査研究が行われている。しかし，それぞれの接続を意識した研究は見られないことから，本稿ではメタ認知を通した小中高の接続に関して言及することは不適切であると判断しそれを避けた。無論，メタ認知的活動は発達段階と関係しているという平林(1986)や岡本(1999)の指摘から小中高の接続を述べることは可能かもしれない。しかし，メタ記憶の生涯発達に関して金城ら(2009)は「現在，精力的にデータ収集を行っている段階にあり，メタ分析的研究をはじめ，それらを統合する方向に進みつつある」(p.120)と指摘しているように，現在でも何歳程度でメタ認知的活動が成熟するかはまだ明確になっていないようである。故に，メタ認知からみた小中高の接続に対する言及は，数学教育のみではなく，認知心理学におけるこれからの研究を参照し行うべきであり，今後の課題とする。

引用・参考文献

Brown, A, L. (1978). Knowing When, Where, and How to Remember: A Problem of Metacognition. In Glaser, R. (ed.), *Advances in instructional psychology vol.1*, Lawrence Erlbaum Associates, pp.77-165.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and Cognitive Monitoring: A New Area of Cognitive-Developmental Inquiry, *American Psychologist*, Vol. 34, No. 10, pp.906-911.

Flavell, J. H. (1981). Cognitive Monitoring, In Dickson. (ed.), *Children's Oral Communication Skill*. Academic Press, pp.35-60.

波多野誼余夫（1984).「序文」,ブラウン A.L.著『メタ認知：認知についての知識』,湯川良三 石田裕久共訳，サイエンス社，pp.ⅲ-ⅵ.

平林一榮（1986).「数学教育における認識論上の問題(要旨)」，西日本数学教育学会第 31 回発表要項.

平林一榮（1987).『数学教育の活動主義的展開』，東洋館出版社.

平林一榮（1990).「重松敬一氏の論文を読んで」，平林一榮先生頌寿記念出版会編『数学教育学のパースペクティブ』，聖文社，pp.106-107.

Hirabayashi, I. & Shigematsu, K.(1986). Meta-cognition: The Role of The "Inner Teacher", *PME10*, pp.165-170.

岩合一男（1990).「数学教育におけるメタ認知にかかわる認識過程の総合的研究」，

平成元年度科学研究費補助金(一般研究 C)研究成果報告書，課題番号 63580233.
岩崎秀樹（2007).『数学教育学の成立と展望』，ミネルヴァ書房.
金城光 清水寛之（2009).「メタ記憶の生涯発達」，清水寛之編著『メタ記憶 記憶とモニタリングとコントロール』，北大路書房，pp.119-p.135.
加藤久恵（1999).「数学的問題解決におけるメタ認知の機能とその育成に関する研究」，広島大学学位論文(教育学).
勝美芳雄 重松敬一 上田喜彦（2008).「数学教育におけるメタ認知の研究（23）－算数作文についての子どもによる選択の分析－」,『日本数学教育学会第 41 回数学教育論文発表会論文集』，pp.183-188.
Lesh, R. & Zawojewski, J. S. (2007). PROBLEM SOLVING AND MODELING, In Lester, Jr, F. K. (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning; A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, NCTM, pp.763-804.
二宮裕之（2005).『数学教育における内省的記述表現活動に関する研究』，風間書房.
岡本真彦（1999).『算数文章題の解決におけるメタ認知の研究』，風間書房.
三宮真智子（2008).「メタ認知研究の背景と意義」，三宮真智子編著『メタ認知 学習力を支える高次認知機能』，北大路書房，pp.1-17.
重松敬一（1986).「「理解」の数学教育学的研究(2)－メタ認知と理解－」，日本数学教育学会『第 19 回数学教育論文発表会発表要項』，pp.125-128.
重松敬一（1987).「数学教育におけるメタ認知の研究」，西日本数学教育学会第 33 回発表要項.
重松敬一（1988).「数学教育におけるメタ認知の研究(3)－肯定的，否定的メタ認知についてー」，日本数学教育学会『第 21 回数学教育論文発表会』，pp.76-81.
重松敬一（1990).「メタ認知と算数・数学教育－「内なる教師」の役割」，平林一榮先生頌寿記念出版会編『数学教育学のパースペクティブ』，聖文社，pp.76-107.
重松敬一（1994).「児童・生徒の数学的問題解決に影響する「メタ認知」を測定するアンケートの開発研究」，平成 4,5 年度科学研究費補助金(一般研究 C)研究報告書，課題番号 04680311.
重松敬一 勝美芳雄 上田喜彦（1988).「子どもの思考を生かした算数指導(2)－メタ認知の発達的変容調査と実践への示唆－」，第 3 回近畿数学教育学会発表要項.
重松敬一 勝美芳雄 上田喜彦（1989).「子どもの思考を生かした算数指導(3)－小学生のメタ認知診断方法の基礎的研究－」，第 37 回西日本数学教育学会発表

要項.
重松敬一 勝美芳雄 (1993a).「数学教育におけるメタ認知の研究(7)－教師のメタ認知の子どもへの内面化に関する調査研究－」, 西日本数学教育学会 第 45 回研究発表会要項.
重松敬一 勝美芳雄 上田喜彦 (1993b).「数学教育におけるメタ認知の研究(8)－子どもへのメタ認知の内面化に関する調査研究－」,『日本数学教育学会第 26 回数学教育論文発表会論文集』, pp.97-102.
重松敬一 勝美芳雄 勝井ひろみ 生駒有喜子 (2000).「数学教育におけるメタ認知の研究(15) -「算数作文」によるメタ認知発達変容モデルの検証－」,『日本数学教育学会第 33 回数学教育論文発表会論文集』, pp.385-390.
重松敬一 勝美芳雄 勝井ひろみ 生駒有喜子 (2002).「算数作文の指導による中学年児童へのメタ認知的支援」,『日本数学教育学会誌』, 第 84 巻, 第 4 号, pp.10-18.
清水紀宏 (1995a).「数学的問題解決における方略的能力に関する研究(Ⅲ)」,『広島大学教育学部紀要』, 第 2 部, 第 44 号, pp.47-56.
清水紀宏 (1995b).「数学的問題解決における方略的能力に関する研究」,『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 第 1 号, pp.101-108.
清水紀宏 (1996).「数学的問題解決における方略的能力に関する研究(Ⅴ)」,『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 第 2 巻, pp.59-68.
清水美憲 (1989).「中学生の作図問題解決過程にみられるメタ認知に関する研究」,『日本数学教育学会誌 数学教育学論究』, Vol52, p.3-25.
清水美憲 (2007).『算数・数学教育における思考指導の方法』, 東洋館出版社.
Silver, E. A. (1985). Research on Teaching Mathematical Problem Solving: Some Underrepresented Themes and Needed Directions. In Silver (ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*, Lawrence Erlbaum Associates, pp.247-266.
髙澤茂樹 (1986a).「問題解決におけるメタ認知の役割」, 西日本数学教育学会 第 31 回発表要項.
髙澤茂樹 (1986b).「数学的問題解決におけるメタ認知の研究」, 日本数学教育学会第 19 回数学教育論文発表会発表要項, pp.9-12.
ヴィゴツキー (2001). 柴田義松訳『思考と言語』, 新読書社. (原著版は 1934 年)
吉田明史 重松敬一 (2008).「わかる数学の授業を構築するための基礎研究(1)」,『奈良教育大学紀要』, 第 57 巻, 第 1 号, pp.211-217.

第４節　フィンランドの教育について

フィンランドの数学教育に関する調査と考察

熊倉　啓之　静岡大学教育学部
吉田　明史　奈良教育大学教職大学院
長尾　篤志　国立教育政策研究所
國宗　進　静岡大学教育学部

目　次

要　約

筆者らは，2008 年 9 月にフィンランド（タンペレ市）を訪れ，Pyynikin ylaaste 中学校，Hervannan lukio 高校での授業参観，およびタンペレ大学教育学部でのインタビュー調査を行った。その結果，フィンランドの数学教育の特徴として，教科書に沿った授業展開が多いこと，教師による説明→個人による練習という流れの授業が多いこと，授業中に，教師と生徒，生徒同士で議論する場面はほとんど見られないこと，宿題が必ず出されること，生徒は，授業に真剣に取り組んで

いること，現実事象と結び付いた興味深い問題が見られることを指摘した。

キーワード：フィンランド，数学教育，授業

１．はじめに

筆者ら（熊倉，吉田，長尾，國宗）はフィンランドの数学教育に関心を持ち，2008 年 9 月に実際にフィンランド（タンペレ市）を訪れ教育視察を行った。具体的に訪問した場所と内容は以下の通りである。

・Pyynikin ylaaste 中学校　数学の授業参観と授業者等へのインタビュー
・Hervannan lukio 高校　　数学の授業参観と授業者等へのインタビュー
・タンペレ大学教育学部　　数学科教育法等の担当大学教員へのインタビュー

本稿では，上記の視察の内容を報告し，それを踏まえてフィンランドの数学教育の特徴について考察する。

２．フィンランドの教育の概要

まず, フィンランドの教育の概要について述べる（熊倉, 2007a：熊倉他, 2007b）。

(1)　教育制度

フィンランドの教育制度は，次の通りである。

・プレスクール(1 年)　6 才
・基礎学校(9 年)　7～15 才
・高等学校(3 年)または職業学校(3 年)
・総合大学(3 年または 5 年)または職業専門大学(3 年または 4 年)

以下，それぞれについて簡単に説明する。

①　プレスクール

プレスクールは，2000 年に制度化された。5 才まではほとんどの子どもが，保育園（デイケアセンター）に通っていて，6 才まで続けて通うことも可能だが，プレスクールに入れば教育費が無料になることもあり，現在 90%以上の子どもがプレスクールに入学するという。プレスクールは，保育園に併設されているところが多い。

②　基礎学校

基礎学校は, 1998 年に制度化された。日本の小学校, 中学校に相当するもので, この 9 年間が義務教育である。それ以前は，日本のように小学校（6 年間）と中学校（3 年間）は別であったので，現在でも多くの学校は別の敷地にあるが，9 年間を同じ敷地で過ごす学校も設置されている。タンペレ市の場合, 30%の子どもが 9 年間同じ敷地の学校に通っているとのことであった。

また，基礎学校の制度の特徴として，9 年間が終了した段階で，学習到達度が不

十分な生徒のために，さらに1年追加して勉強するプログラムが準備されている。現在約10%の生徒がこのプログラムに参加しているとのことであった。

③　高等学校または職業学校

高等学校または職業学校は，日本の高等学校の普通科，職業科に相当する。入学試験はなく，基礎学校の成績で進学先が決まる。タンペレ市の場合，高等学校への進学率は約50%とのことであった。残りのほとんどは職業学校に行くという。

また，高等学校終了段階で卒業試験があり，この結果が，大学入学の判定材料の1つとなる。

④　総合大学または職業専門大学

総合大学は，3年で学士，5年で修士が取得できる。入学試験は，前述した高等学校の卒業試験の結果と大学独自の試験等で，総合的に判断する。タンペレ大学の場合は，大学独自の試験として，本を読んでの筆記試験と面接が実施されている。

また，職業専門大学は，3.5年～4年で学士が取得でき，さらに進学して修士が取得できる大学もある。

以下では，日本に合わせ，基礎学校の前半6年を小学校，後半3年を中学校と記述する。

(2)　教育環境

フィンランドは，社会福祉国家と言われている。したがって，教育環境も，日本の場合と比べて様相がかなり異なる。

まず，フィンランドには日本のような高校受験がない。前述したように，高等学校・職業学校への入学は中学での成績によって決まる。しかし，多くの生徒は地元の学校へ行くため，日本のように内申点を上げるために必死に勉強する必要はないようである。高等学校・職業学校間の格差も少ないとのことであった。

日本のような塾や予備校はなく，本屋にも問題集や参考書に相当する書物は見当たらず，発展的な教材集のような本がわずかにあっただけであった。

授業料は，基礎学校から大学まですべて無料であり，教育費は基本的にかからない。したがって，安い教育費を目指す競争も存在しない。

一方で，学力的に低い生徒に対する支援は充実している。国家カリキュラム（Finnish National Board of Education，2004）には，支援の仕組みについて規定されている。通常のクラスにいて，学力的に不安のある生徒がいる場合は，別の教室で授業を行ったり，朝あるいは放課後に，そのような生徒のための補習授業（Morning Activity，Afternoon Activity）が設定されていたりする。別の教室で授業を行う場合の担当する教師は，特別に予算が配当され，専門の教師が担当する。1985年以前は，習熟度別授業が実施されていたが，現在は廃止され上記のような仕組みとなった。

３．フィンランドの数学の授業

(1)　Pyynikin ylaaste 中学校

タンペレ市立 Pyynikin ylaaste 中学校を訪問し，数学の授業を参観した。

参観した授業は，1 年「絶対値と負の数」である。以下に概要を述べる。

Pyynikin ylaaste 中学校

①　**授業の概要**　8:00－8:45

生徒数は 17 名であった。

授業風景 1

授業風景 2

この授業は，テスト前日ということで，そのための演習の授業であった。

最初に，前回の授業で出された宿題の答え合わせを行った。宿題の内容は，例えば次のような問題である。

・$|a|<3$　を満たす整数をいいなさい。

・$-(+6)$　を簡単にしなさい。　　など

次に，確認の問題であるとして，次の例 1 を提示した。

（例 1）a）－7 の反対の数は何か。

b）－7 の反対の反対の数は何か。

生徒とのやりとりを通して，次のようにすぐに解決した。

a）$-(-7)=7$　　b）$-(-(-7))=-7$

さらに，次の例 2 を提示し，生徒に考えさせた。

（例 2）a）7 と－2 のそれぞれの絶対値の差を求めよ。

b）7 と 2 の差の絶対値を求めよ。

しばらく考えさせた後，生徒とのやりとりを通して，a）と b）の違いを意識して次のように解説した。

a）$|7|-|-2|=7-2=5$

b) |7－2|＝|5|＝5

この問題の趣旨は，絶対値の意味を確認するとともに，生徒が間違いやすい 2 種類の問題を，比較して提示したものと考えられる。

その後は，教科書の巻末に載っている「復習問題」（大問で 10 題）を解くように指示した。生徒が取り組んでいる間，教師はずっと机間指導を行っていた。ときどき，「途中の式を書くように」，「定規を使うように」といった指示を全体に出していた。こうして，授業は終了した。

② 授業者等へのインタビュー

授業後に，授業者へのインタビューを行った。以下では，そのときの話を中心に述べる。

授業を参観した次の日にテストが予定されているが，そのようなテストは，年間 6 回実施されるという。各回のテストで，40 点満点中 10 点以上取れれば合格だが，不合格の場合は特別クラスで授業を受けなければならない。特別クラスは，専門の教員がこの学校に 2 名いて，通常の授業と同じ時間帯に設定されている。数学の教科書は，日本の高校の教科書のように，同じ教科書会社がレベルの異なる教科書を作成していて，特別クラスでは易しいレベルのものを使っているとのことであった。特別クラスとは別に，放課後に 1 時間程度，通常の担当教員が補習を行うこともあるという。

また，現在の 3 年生は学力格差が大きいので，能力別の 3 つのグループに分けて授業を実施しているとのことであった。前述したように，制度上で習熟度別授業は廃止されているが，現実には実施している学校もあるようである。ただし，テストは同じ問題であるという。

(2) Hervannan lukio 高校

タンペレ市立 Hervannan lukio 高校を訪問し，ここでの数学の授業を参観した。この学校は，特徴として数学の指導に力を入れているとのことであった。生徒 300 人，教師 20 人という規模で，数学の教師は 6 人である。

Hervannan lukio 高校

ここで参観した授業は，次の 2 つである。

① 1 年「累乗根」

② 2 年「ベクトル」

いずれも，「長い数学」（熊倉他，2007b）の内容である。

以下では，各授業について概要を述べる。

① 1 年「累乗根」の授業の概要 9:35～10：50

生徒は 30 人であった。最初に放送による教会の方のお話があった後，授業が始まった。

まず，宿題の答合わせを行った。宿題は，授業開始前に生徒が黒板に書いている。例えば，次のような問題である。

・$x^3 = 8$ のとき，x を求めよ。

・$\sqrt[5]{32}$ を求めよ。

・$\sqrt[4]{56+2\times\sqrt{15}} = 1+\sqrt{5}$ を示せ。　　など

授業風景３

教師は，必要に応じて，黒板に書き足しながら答合わせを行った。

次に教科書にある問題（610 番）に取り組むように指示した。次のような問題である。

〔610〕x を求めよ。

a）$(2x-1)^5 = 32$　　　b）$(1-x)^4 - 256 = 0$

問題を解いている最中最中に，後日実施される試験についての説明がなされた。範囲や問題のレベル，試験対策のための補習授業（自由参加）の案内についてであった。

しばらくした後，教師は，問題 610 の解説を，黒板で説明した。この説明は，教師が一方的に話すというものであった。板書された内容は次の通りである。

a）
$$(2x-1)^5 = 32 \quad | \sqrt[5]{\ }$$
$$2x-1 = \sqrt[5]{32}$$
$$2x-1 = 2$$
$$2x = 3$$
$$x = \frac{3}{2}$$

b）
$$(1-x)^4 - 256 = 0$$
$$(1-x)^4 = 256 \quad | \sqrt[4]{\ }$$
$$1-x = \pm\sqrt[4]{256}$$
$$1-x = \pm 4$$
$$1-x = 4 \quad \text{または} \quad 1-x = -4$$
$$-x = 4-1 \qquad -x = -4-1$$
$$-x = 3 \qquad -x = -5$$
$$x = 3 \qquad x = 5$$

次に，累乗根の性質についての説明を行い，次のように板書した。

一般の整数の場合　　n＝2，3，4，5，…

$$\sqrt[n]{a\cdot b} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}, \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

n が奇数の場合　　n＝3，5，7，…

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

n が偶数の場合　　n＝2，4，6，…

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \qquad (\sqrt{a^2} = |a|)$$

このとき，これらの性質の証明は扱わなかった。

続いて，これらの性質を使って解く次の例題を黒板で説明した。

$$\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{250}}=\sqrt[3]{\frac{2}{250}}=\sqrt[3]{\frac{1}{125}}=\frac{1}{5}$$

$$\sqrt[4]{160}=\sqrt[4]{16\cdot 10}=\sqrt[4]{2^4\cdot 10}=\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{10}=2\cdot\sqrt[4]{10}$$

さらに同様な問題を 4 題黒板で説明した。このときも教師の一方的な説明であった。

最後に，教科書の問題をいくつか解くように指示した。また，宿題の問題も提示した。生徒は，残りの時間を使ってこれらの問題を解いた。

② **2 年「ベクトル」の授業の概要**　11:00－12:45（途中でランチタイム 30 分）

生徒数は 18 人で, 1 年の授業と同じ授業者であった。

授業風景 4

最初に，宿題の答合わせから始まった。1 年の授業と同様に，宿題は事前に生徒が黒板に書いている。宿題の問題は，例えば次のようなものである。

・点 A から，大きさ 24 で $\vec{a}=-8i-8j+4k$ の方向へ移動すると点 B(－3，4，－2)になるとき，A の座標を求めよ。

・$\overrightarrow{OA}=6i+3j+8k$，$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+r\vec{b}$，$\vec{b}=2i+j-4k$，B の z 座標が 0 のとき，B の座標を求めよ。

・パラシュートに乗っている人が，高さ 2400m から $\vec{u}=i-3j-8k$ の方向に落下すると，落下地点から水平方向にどれだけ流されることになるか。　　など

パラシュートの問題は，生徒の解法とは別に，教師が別解を説明した。

答合わせの後，ここでも 1 年のときと同様に，試験の範囲や，試験のための補習授業（自由参加）の時間が案内された。

次に，教科書にある次の問題（463 番，470 番）を教師が説明した。

〔463〕A(－15，5，20)，線分 AB を 3 : 2 に内分する点 C の座標が(3，－2，5)のとき，B の座標を求めよ。

〔470〕$\vec{a}=i+3j-2k$ のとき，次を求めよ。

a）$\vec{b}=4i-5k$ とのなす角

b）z 軸とのなす角

それぞれについて，教師は黒板で丁寧に説明した。しかし，生徒に考えさせながら進めるというよりも，教師の一方的な説明であった。

例えば，問題 470a）については，次のように板書して説明した。

a)　$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\alpha$

$\vec{a}=x_1i+y_1j+z_1k$，　$\vec{b}=x_2i+y_2j+z_2k$ とすると，

$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2\in\mathrm{R}$,　$\cos\alpha=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}$

ここで，　$\vec{a}=i+3j-2k$，　$\vec{b}=4i-5k$ だから，

$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{1^2+3^2+(-2)^2}=\sqrt{14}$，　$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{4^2+(-5)^2}=\sqrt{41}$

$\cos\alpha=\dfrac{14}{\sqrt{14}\sqrt{41}}$，　$\alpha\approx 54.2^\circ\approx 54^\circ$

なお，最後の $\cos\alpha$ を計算しさらに角 α を求める計算は，グラフ電卓を使用した。

最後に，宿題を提示して，授業を終えた。

③　授業者等へのインタビュー

授業開始前，ランチタイム，及び授業後に，授業者，学校長，他の数学教師等へインタビューを行った。以下では，そのときの話を中心に述べる。

まず，生徒の学習への取り組みに関して，家庭での学習時間については，平均 1 時間程度であるが，格差があるとのことであった。宿題への取り組みは，60%以上やらないと不合格になることもあり，基本的にはよくやってくる。しかし，最近の傾向として「長い数学」を選択する生徒が，1／2 から 1／3 に減少していて，数学への関心は低くなっているといえる。

次に，PISA 調査の好成績の要因について伺ったところ，いくつかの理由の中で次の点は興味深かった。

・ノキア社をはじめとする企業の成功が，理系への関心を高めている。

・子どもが見るテレビアニメには，音声が英語で流れ，フィンランド語の字幕が下に表示されるものが多い。このことが，読解力育成に好影響を与えていると考えられる。

また，高校の卒業資格試験について伺ったところ，試験会場は学校の体育館で行い，採点もその学校の教員が行うとのことであった。15 問出題される中から 10 問選択し，2 問以上できれば合格であるという。不合格の場合は，3 回まで受験することが認められている。話を伺う中で，教師も生徒も，卒業資格試験をかなり意識している様子が感じられた。

４．教員養成大学での取材を通して

ここでは，タンペレ大学教育学部教授 Harry Silfverberg 氏，同講師 Paivi Portaankorva Koivisto 氏らから取材した話を中心に述べる。

タンペレ大学

Harry Silfverberg 氏らを囲んで

(1)　教員養成について

フィンランドでは，小学校教員になるための免許と，中学校および高等学校教員になるための免許は異なる。いずれの教員になるためにも，大学の教育学部に 5 年間通って修士号を取得する必要がある。実際には，両方の資格を持っている教員も少なくない。大学の教育学部は，教科によって人気が異なるが，数学は比較的人気が高い方である。また，小学校教員の方が人気が高い。

大学の教育内容は，例えばタンペレ大学で小学校教員の免許を取る場合，教授学を 60 単位，数学を 60～120 単位（多くの学生は 120 単位），他の科目の単位を最低 60 単位取得する必要がある。教授学は，1／3 が一般の教育法，1／3 が教科教育法，残り 1／3 が教育実習である。なお，タンペレ工科大学の学生も，タンペレ大学で必要な単位をとれば免許を取得することができ，実際に取得する学生も少なくないという。

(2)　小学校，中学校，高等学校の数学教科書の特徴について

例えば，中学校で扱う「三平方の定理」について，教科書では「証明」を扱っていない。このことについて，Silfverberg 氏に伺ったところ，「フィンランドでは，目で見てわかる部分については，証明は必要ないと考えている。」との返答であった。さらに，「証明よりも，日常事象と関連させることを重視している。」と補足した。

一方で，小学校，中学校の教科書と比較して，高等学校の特に「長い数学」の教科書は，日常事象と関連した問題は多くない。この点については，「長い数学の場合，卒業資格試験を意識した構成になっており，指導内容が多く時間的なゆとりがない。」とのことであった。また「長い数学」の教科書執筆に関わっている立場から，「最初は，いろいろなアイデアを出したが，結局採用されなかった。」という発言もあった。さらには，「長い数学」の教科書には，教師用の指導書がないとのことであった。以上の点から，「長い数学」の教科書は，卒業資格試験に対応するためのものであることが読みとれる。

５．フィンランドの数学教育の特徴

今回の教育視察を通して，フィンランドの数学教育の特徴について，以下の点を指摘することができる（熊倉他，2009)。

(1)　教科書に沿った授業展開

いずれの授業も，教科書の流れに沿って忠実に授業を展開していた。ただし，教科書に載っている問題は，必ずしも全部扱わずに取捨選択している授業が多かった。

(2)　「教師による説明」→「個人による練習」という流れの授業

いずれの授業も，まず教師が方法・例について説明し，続いて練習問題を解かせる，という流れで行われていた。すなわち，日本で強調される「生徒自身が性質を見つけたり生み出したりする活動」は，見られなかった。2006 年当時のフィンランド国家教育委員会のホームページには,PISAの好成績の要因の１つとして,「社会的構成主義による学習」をあげていたが，そのことを実感できる授業は見られなかったといってよい。現在の同ホームページでは，PISA 好成績の要因の記述が変更され（Finnish National Board of Education，2007)，その中では，「社会的構成主義」という用語は使われていない。

また，個人による練習の場面では，教師は終了の時間になるまで机間指導を行っていることが多かった。

(3)　議論する場面が見られないこと

授業中に教師が発問し，生徒が手を挙げて答える場面，生徒が教師の説明の中でわからない部分を質問し，それに教師が答える，という場面以外では，教師と生徒，生徒同士が議論する場面はほとんど見られなかった。前述したフィンランド国家教育委員会のホームページの PISA 好成績の要因の 1 つに,「生徒同士の関わり合いや生徒と教師の関わり合い」の重要性を挙げていたが，そのような場面は見られなかった。また，ペア学習やグループ学習のような取り組みも，授業の中では見られなかった。

(4)　宿題の毎回の提出

いずれの授業でも，授業開始時に宿題の答合わせを，また授業終了時には，宿題を提出していた。宿題はほぼ毎回提出されているようである。中学校教科書には各項目ごとに対応する宿題問題が巻末に設けてある。数学の指導において，宿題を重視していることが読みとれる。

(5)　生徒の授業への真剣な取り組み

多くの授業で，生徒の真剣に取り組む姿が見られた。このことの要因として，前述したように「ノキア社などの企業の活躍の影響もあり，社会における数学の評価が高い」という点を挙げることができる。また，PISA2003 の質問紙調査結果からも，日本に比べて，数学における道具的動機付けへの肯定的な割合が高いこ

とを指摘している（熊倉，2007a）。生徒の真剣な取り組みの様子は，理科の授業でも報告されている（人見他，2004）。以上の結果から，生徒が数学を学ぶモチベーションは全般に高いといえる。

(6) 現実事象と結び付いた興味深い問題

いろいろな問題の中に，現実事象と結びついた興味深い問題がいくつか見られた。例えば，「ベクトル」の授業で扱った宿題問題の中に，パラシュートの落下を題材にしたものがあった。また，2008年春の卒業資格試験の問題の中には，次のような，植林を題材にした問題も見られた。

> 森林で木を伐採する。木の高さは，平均して14mで，根元部分の直径は35cmである。1辺が10cmの正方形の角材を作るためには，木は何mの高さでできればよいか。ただし，木の幹は，円錐形をしているものと考える。また，この角材を体積200m^{3}分作るには，何本の木を切ればよいか。

さらには，「短い数学」の教科書には，日常事象と結び付いた興味深い問題が多く掲載されていることが報告されている（西村他，2008）。

6．おわりに

フィンランドの教育視察を通して，数学教育の特徴をある程度明らかにすることができた。Silverberg教授は，日本の数学教育のよさにも触れ，「日本はTIMSS型，フィンランドはPISA型の教育を行っている。」という興味深い発言をしている。フィンランドは，TIMSS調査には参加していない。一方，韓国や台湾は両方の調査に参加し，ともに好成績をあげている。フィンランドが，TIMSS調査に参加したときに，果たしてどのような結果を出すかは興味深い点である。

最後になりましたが，今回の視察に際し大変お世話になったPetri Niemela氏，藤井Niemelaみどり両氏に，感謝の意を表します。

引用・参考文献

Finnish National Board of Education(2007)「Background for Finnish PISA success」http://www.oph.fi/english/SubPage.asp?path=447,65535,77331

人見久城，鈴木誠他 4 名(2004)「フィンランドの自然科学教育(Ⅲ)～理科授業参観と教師の専門性から学ぶこと～」．日本科学教育学会年会論文集 28．pp463－464

熊倉啓之(2007a)「フィンランドの数学教育」．日本数学教育学会誌数学教育第 89 巻第 1 号．pp．31－40

熊倉啓之・松元新一郎・西村圭一・梅田英之・國宗進(2007b)「続・フィンランドの数学教育」．日本数学教育学会誌数学教育第 89 巻第 11 号．pp．40－51

熊倉啓之・吉田明史・長尾篤志・國宗進・川合公孝(2009)「教科書と授業からみるフィンランドの数学教育」．日本数学教育学会誌数学教育第 91 巻第 7 号．pp．36－45

西村圭一・本田千春(2008)「数学科カリキュラムにおける数学的モデル化の位置づけに関する一考察」．日本数学教育学会誌数学教育第 90 巻第 5 号．pp．2－13