

マイクロコンピュータの位相空間論への応用*

—有限位相空間の数え上げ—

落合昭二・神保敏弥**

(数学教室)

1. 序 論

マイクロコンピュータの性能の飛躍的な向上にともない、その応用範囲は拡大の一途をたどっている。工業用制御装置、事務処理用コンピュータ、大型コンピュータ端末、科学技術計算など枚挙にいとまがない。本稿では与えられた有限集合に何通りの位相構造が入るかという問題に対して、マイクロコンピュータによる解法のプログラムが完成したので、それを紹介し、あわせて大学における数学教育においてマイクロコンピュータを用いた場合の教育的効果について附言したい。尚使用したマイクロコンピュータはシャープMZ-80Bであり使用した言語はBASICである。

この問題は数式処理に属する問題であり、現在急速に発展している数値計算の分野、数値解析には属さないものである。すなわち非数値計算に属するものである。数式処理に属する具体例をあげれば、多項式の因数分解、不定積分、初等関数の等しいことの判定（一般には決定不能）、定理の証明、人工知能等がある。この分野においては問題解決のアルゴリズムも完備されておらず、アルゴリズムの開発を要するものが多い。この種の問題は数の単純な計算の繰りかえしによりとかれるというものでなく、多くの試行錯誤によりとかれるという特性を持つ。このような問題に最も適した言語はLISPである。LISPは1962年当時M. I. TにいたMcCarthyが人工知能研究のために数学的な背景をもとに考えられたプログラミング・システムである。FORTRAN、ALGOL、COBOLでも記号処理は出来ないことはないが、これらのプログラミング言語はもともと数値計算用、事務処理用として開発されたものであり、どうしても記号処理に不向きな面がある。数式や系図……その他種々の情報は木構造をしているものが多いが、これらの情報をFORTRANで記述することは非常に大きな整数を記憶出来るようにでもなっていないかぎりすこし面倒である。これなど典型的な具体例の一つである。

さて当初、本問題も言語としてLISPを採用することを考えたが本学教育工学センターの電算機はFORTRAN、PL/I、ASSEMBLERで稼動しても残念なことにLISPで稼動しないことがわかったので、当研究室のマイクロコンピュータをLISPで動かすことを考えたが使ったソフトが上記問題を解く程強力でないことがわかったので、やむをえずシャープMZ-80

* Application of microcomputers to general topology

— Enumeration of finite topological space —

** Shōji Ochiai and Toshiya Jimbo (Department of Mathematics, Nara University of Education, Nara)

B整備のBASIC SB 6520を使用せざるをえなかった。さらに強力なマイクロコンピュータ用のLISPの開発がのぞまれる。

2. 問題の解説

位相空間とは集合に近さの構造を与えたものである。定義をのべよう。

X を集合とする。 X の部分集合を元とする集合 θ が次の三つの条件

$$(i) X \in \theta, \emptyset \in \theta$$

$$(ii) \forall \lambda \in \theta, (\lambda \in \Lambda) \text{ とするとき、つねに } \bigcup_{\lambda \in \Lambda} \lambda \in \theta$$

$$(iii) V, V' \in \theta \text{ ならば } V \cap V' \in \theta$$

をみたしているとき、 θ は X に位相を定めるといい、 X と θ との対 (X, θ) あるいは単に X を位相空間、 θ を開集合系、 θ の元を (この位相に関する) 開集合という。

さて X に位相構造が何通り入るかの問題であるが、 X が \aleph_1 以上の濃度を持つときは計算機の対象外となる。 X が有限濃度の場合、理論的には、任意の濃度の場合について解法のアルゴリズムが存在する。濃度が3又は4以下なら単に(i)、(ii)、(iii)のチェックをするプログラムで良いのだが、濃度が5の場合になるとそうはいかない。あたかも π の計算法に、効率的なものや、非効率的なものがあるように、二三日マイクロコンピュータを稼働させただけで結果をえようとすると、さらに問題の数学的な精細な分析をし、より効率的なプログラムを作成しなければならない。この場合のプログラムも完成しているが、あまりにプログラムが長いのではぶきたい。濃度が4のときのプログラムが4において解説される。5の場合はコメントだけに留める。

3. 数学教育的考察

さてこの問題は単にある非数値計算のアルゴリズムを作成する興味があるばかりでなく、大学における数学教育の新たな可能性を示していると思われる。最近、小、中、高校における数学教育においてプログラム電卓を用いる教授法が研究されているようであるが、大学における数学教育においてもマイクロコンピュータを用いることは有効である。以下それを述べよう。

大学において数学を学習する際、位相空間論にかぎらず、ややもすると、次から次へとおしよせる抽象概念の波に翻ろうされ、曖昧な理解のままに終ることが多い。このような事態を救うには適切な演習問題を与える、定理の別証明を考えさせる、具体例を考えさせる等があるが、興味をもってこなす学生は少ない。それは上記のことを実行する際、次々と自己のアイデアが生まれるという事でもあれば、学習に興味もわき、さらに理解が深まるという過程をたどると思われるが、学習内容が高度のためか、まったくの受身の学習態度に終始せざるをえないことによると思われる。これを能動的学習態度にもっていく方法の一つとしてマイクロコンピュータが利用できる。位相空間の定義は前述の通りであるが、これを完全に理解する学生は多くはない。そこで本稿でかかげた問題を少し容易にし、プログラムの作成を学生に課したところ、概念理解のため非常に有効であることがわかった。これは必要条件として正確な位相空間の理

解なしにはプログラムが作成出来ないのであるから当然といえば当然であるが、それだけではない。プログラムを実際に組むには必然的に概念を細分化し整理し、統合するという作業をせざるをえないことにあるとも思われる。又マイクロコンピュータがいつでも都合のよいとき好きな時間だけ使用でき、いわゆる使いがってが良いことにも起因している。又コンピュータが対話型になっていることも原因している。それはコンマ一つ足りないような本質には関係のないエラーであってもプログラムをデバッグする際、位相空間の理解の正確さについて附随的に確認作業がおこなわれ、デバッグを繰り返す間にさらに正確な理解と定着化がおこなわれるがこのようなことがその場でただちに出来る事にもよろう。自己のアイデアをプログラム上に表現し、それをマイクロコンピュータに実行させることは学生の非常な興味をかき立て能動的学習態度をとるにいたる。この変化は大きい。

さらに本稿で論じた問題以外にも与えられた有限位相空間が連結かどうか、 T_0 空間かどうか、又、任意の部分集合の閉包、内部、外部、境界、導集合、孤立点全体の集合を求めるプログラムも完成しているがはぶきたい。

この際注意すべきは前述の問題に関して云えば、位相空間論の問題というより組み合わせ論、グラフ理論の問題としてとらえた方がより効率的なプログラムが作成できるのであるが、その目的にそったプログラム作成を指導すべきであると思う。

4. プログラムの解説

ここでは、 $X = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ のトポロジーをなるべく短時間で打ち出すことを目的とした 2 つのプログラムを説明する。

1. 開集合の個数順のプログラム

X の 16 個の部分集合 $\{ \}$, $\{ 1 \}$, $\{ 2 \}$, \dots , X を 2 次元配列 $A(15, 4)$ を用いて、 $0, 0, 0, 0$; $1, 0, 0, 0$; $0, 1, 0, 0$; \dots ; $1, 1, 1, 1$ の順に記憶させ表現する。例えば $\{ 1, 2 \}$ は、 $A(6, 1) = 1$, $A(6, 2) = 1$, $A(6, 3) = 0$, $A(6, 4) = 0$ として 6 番目(0 番目は空集合)の部分集合として記憶される。

次に、 I 番目と J 番目の部分集合の共通部分を求めるのは、次のプログラムである。

```
80 FOR N=1 TO 4: A(N)=A(I, N)*A(J, N): NEXT N
```

例えば $\{ 1, 2 \}$ と $\{ 2, 3 \}$ の共通部分は $A(1) = 0$, $A(2) = 1$, $A(3) = 0$, $A(4) = 0$ となり $\{ 2 \}$ を表す。

I 番目と J 番目の部分集合の和集合のプログラムの部分は次のものである。

```
100 FOR N=1 TO 4: A(N)=SGN(A(I, N)+A(J, N)): NEXT N
```

さて、ある部分集合族がトポロジーであるか否かを判定するには、2 つずつの部分集合の共通部分と和集合が又すべてこの族に属するか否かを判定すれば良いが、この判定の回数が多いので、共通部分と和集合に対する乗積表(表 1, 2 参照)を利用することに気づいた。この乗積表によって、 X の 355 個のトポロジーを打ち出す目標を、それを用いない場合の約 $1/3$ の時間で達成できた。共通部分の乗積表は配列 $B(15, 15)$ を用いて(以下プログラムの文番

号を横に続けて書くこともある) 次のように表わされ、和集合に対する乗積表も配列C(15, 15)を用いて同様に記憶される。

```
90 GOSUB 450 : B(I, J) = M : B(J, I) = M 100 .....
450 FOR M=0 TO 15 : FOR N=1 TO 4
460 IF A(N) < > A(M, N) GOTO 480
470 NEXT N : RETURN 490 NEXT M
```

さて、要素がD個の集合族がトポロジーであるかの判定に於いて、共通部分を調べる個所を次にあげる。

```
500 FOR K=2 TO D : FOF L=1 TO K-1 510 FOR M=0 TO D
520 IF B(C(L), C(K)) = C(M) GOTO 540 530 NEXT M : RETURN
570 NEXT L : NEXT K : GOSUB 580 : RETURN
```

ほぼ同様に、和集合の判定が配列C(I, J)で入る。580番はプリントの文番号である。

個数順にトポロジーを打ち出す場合、14個から一般にk個取り出す組合せのプログラムが必要だが、上記500番の方法を一般化すれば得られる。

■. { 1, 2, 3 } のトポロジーから { 1, 2, 3, 4 } のトポロジーを構成するプログラム。

{ 1, 2, 3 } のあるトポロジーに4を付け加える場合、その開集合Aに対しては、次の4通りの場合が考えられる。

0 : Aを取らない, 1 : Aを開集合として取る,
2 : $A \cup \{ 4 \}$ を開集合とする, 3 : Aと $A \cup \{ 4 \}$ を両方とも開集合として取る。

これらの場合わけは、{ 1, 2, 3 } の29個のトポロジーを{ 1, 2 } に制限することで得られる{ 1, 2 } のトポロジーとの関係を調べて気づいた。さらに{ 1, 2, 3 } のトポロジーの簡単なものに4を付け加えて出来るトポロジーを書き出し、考察して組んだプログラムが■である。

{ {}, { 1 }, { 1, 2 }, { 1, 2, 3 } } をもとに構成する場合(表3参照)を例にプログラムを説明すれば、まず、DATAとして、1,0,0,0 ; 1,1,0,0 ; 1,1,1,0を配列A(3,4)に記憶させる。{ 4 } を取らぬ場合には、{ 1 } は前述の1,2,3の3通り、{ 1, 2 } も同じく3通り、{ 1, 2, 3 } は0,1の2通りを取る事となる。このプログラムが次の部分である。

```
60 FOR I=0 TO 1 : C(1) = 0 : C(A+1) = I
62 FOR L=2 TO A : C(L) = 1 : NEXT L (この例ではA=2)
65 FOR J=1 TO C : C(1) = C(1) + 1 : FOR K=1 TO A
70 IF C(K) = 4 THEN C(K) = 1 : C(K+1) = C(K+1) + 1
75 NEXT K : G=0 : GOSUB 410 (0,1,2,3の場合に応じてさらに集合族を構成する所へ)
```

```
80 GOSUB 200 (トポロジーか否かの判定場所へ) 90 NEXT J, I
```

ここで、C(1)は{ 1 }, C(2)は{ 1, 2 }, C(3)は{ 1, 2, 3 }の取りうる場合の数を表わしている。{ 4 } を開集合として取る場合は、C(1), C(2)とも2,3のみの値をとり、C(3)は0,1の値をとる。このプログラムが文番号100~130にある。

新たな集合族を構成するプログラムの一部分で、 $C(K) = 3$ の場合は次のものである。

```
490 G = G + 1 : FOR N = 1 TO 4
500 B(G, N) = A(K, N) : B(G + 1, N) = A(K, N) : NEXT N
510 B(G + 1, 4) = 1 : G = G + 1 : RETURN
```

これによって、例えば $\{1, 2\}$ から作られる $\{1, 2\}$, $\{1, 2, 4\}$ は、 $1, 1, 0, 0$; $1, 1, 0, 1$ として配列 $B(15, 4)$ の何番目かに記憶される。新たな部分集合族が出来た後のトポロジーの判定は、ここでは乗積表を用いなかったが、I のプログラムの 80 や 100 番と同様に共通部分と和集合を作ってなされた。このプログラムは DATA を打込むわずらわしさが欠点であるが、何台ものマイコンに同時に計算させられることの利点がある。

I、II のプログラムとも約 1 時間 10 分余りで、解答を打ち出したが、さらに時間の短縮は可能である。II のプログラムは菊池徹平教授のアイデアをヒントにさせてもらったことを記しておく。

さて、 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ のトポロジーを打ち出すために、I のプログラムを拡張したのを用いると、8 個の開集合からなるトポロジーを求めるのに丸一日もかかってしまう。II のプログラムを拡張し乗積表を付けたものでも、たちまちタイムオーバーであった。そこで、前述の 4 通りの場合を表す 0, 1, 2, 3 の表を作り、よく観察し特徴を見つけ、それが法則であることを論理的に裏打ちし、そのプログラムを組み、時間を短縮して進めて、ついに $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ のトポロジーの総数 6942 個を知ることが出来た (表 6 参照、大型計算機によっては、すでにこの数は既知とのことである)。

有限集合から作られるトポロジーの総数を求める問題は、これが解かれていない現在、結局多くの集合族の中から、トポロジーを選び出す方法がとられている。短時間でトポロジーを打ち出す為には、トポロジーが含まれている資料の範囲を制限することが必要である。これには当然数学的な思考とプログラムの工夫が要求される。この点からも又目標に応じて、プログラムが多様性を持っていること等とあわせて、トポロジーの種々の問題は、マイコンを利用しての数学の教育的効果を含んだ適切な題材であると思われるのである。

表1 積集合表

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| 3 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 3 | 3 | 0 | 0 | 3 | 3 | 0 | 3 | 3 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 0 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 1 | 2 | 0 | 0 | 5 | 1 | 2 | 1 | 2 | 0 | 5 | 5 | 1 | 2 |
| 6 | 1 | 0 | 3 | 0 | 1 | 6 | 3 | 1 | 0 | 3 | 6 | 1 | 6 | 3 |
| 7 | 0 | 2 | 3 | 0 | 2 | 3 | 7 | 0 | 2 | 3 | 7 | 2 | 3 | 7 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 4 | 1 | 1 | 0 | 8 | 4 | 4 | 1 | 8 | 8 | 4 |
| 9 | 0 | 2 | 0 | 4 | 2 | 0 | 2 | 4 | 9 | 4 | 2 | 9 | 4 | 9 |
| 10 | 0 | 0 | 3 | 4 | 0 | 3 | 3 | 4 | 4 | 10 | 3 | 4 | 10 | 10 |
| 11 | 1 | 2 | 3 | 0 | 5 | 6 | 7 | 1 | 2 | 3 | 11 | 5 | 6 | 7 |
| 12 | 1 | 2 | 0 | 4 | 5 | 1 | 2 | 8 | 9 | 4 | 5 | 12 | 8 | 9 |
| 13 | 1 | 0 | 3 | 4 | 1 | 6 | 3 | 8 | 4 | 10 | 6 | 8 | 13 | 10 |
| 14 | 0 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 7 | 4 | 9 | 10 | 7 | 9 | 10 | 14 |

表2 和集合表

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 5 | 6 | 8 | 5 | 6 | 11 | 8 | 12 | 13 | 11 | 12 | 13 | 15 |
| 2 | 5 | 2 | 7 | 9 | 5 | 11 | 7 | 12 | 9 | 14 | 11 | 12 | 15 | 14 |
| 3 | 6 | 7 | 3 | 10 | 11 | 6 | 7 | 13 | 14 | 10 | 11 | 15 | 13 | 14 |
| 4 | 8 | 9 | 10 | 4 | 12 | 13 | 14 | 8 | 9 | 10 | 15 | 12 | 13 | 14 |
| 5 | 5 | 5 | 11 | 12 | 5 | 11 | 11 | 12 | 12 | 15 | 11 | 12 | 15 | 15 |
| 6 | 6 | 11 | 6 | 13 | 11 | 6 | 11 | 13 | 15 | 13 | 11 | 15 | 13 | 15 |
| 7 | 11 | 7 | 7 | 14 | 11 | 11 | 7 | 15 | 14 | 14 | 11 | 15 | 15 | 14 |
| 8 | 8 | 12 | 13 | 8 | 12 | 13 | 15 | 8 | 12 | 13 | 15 | 12 | 13 | 15 |
| 9 | 12 | 9 | 14 | 9 | 12 | 15 | 14 | 12 | 9 | 14 | 15 | 12 | 15 | 14 |
| 10 | 13 | 14 | 10 | 10 | 15 | 13 | 14 | 13 | 14 | 10 | 15 | 15 | 13 | 14 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 15 | 11 | 11 | 11 | 15 | 15 | 15 | 11 | 15 | 15 | 15 |
| 12 | 12 | 12 | 15 | 12 | 12 | 15 | 15 | 12 | 12 | 15 | 15 | 12 | 15 | 15 |
| 13 | 13 | 15 | 13 | 13 | 15 | 13 | 15 | 13 | 15 | 13 | 15 | 15 | 13 | 15 |
| 14 | 15 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 | 14 | 15 | 14 | 14 | 15 | 15 | 15 | 14 |

表3 トポロジー対応表

| | {1} | {1,2} | {1,2,3} | {4} |
|-----|-----|-------|---------|-----|
| 1* | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2* | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 3* | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 4* | 3 | 2 | 0 | 0 |
| 5* | 1 | 3 | 0 | 0 |
| 6* | 3 | 3 | 0 | 0 |
| 7* | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 8* | 1 | 3 | 1 | 0 |
| 9* | 3 | 3 | 1 | 0 |
| 10* | 2 | 2 | 0 | 1 |
| 11* | 3 | 2 | 0 | 1 |
| 12* | 3 | 3 | 0 | 1 |
| 13* | 3 | 3 | 1 | 1 |

表4 $\{ \{\}, \{1\}, \{1,2\}, \{1,2,3\} \}$ から構成されるトポロジー

520 DATA 1,0,0,0,1,1,0,0,1,1,1,0,9
2 9 4

```

1* { } { 1 } { 1 2 } X
2* { } { 1 } { 1 2 4 } X
3* { } { 1 4 } { 1 2 4 } X
4* { } { 1 } { 1 4 } { 1 2 4 } X
5* { } { 1 } { 1 2 } { 1 2 4 } X
6* { } { 1 } { 1 4 } { 1 2 } { 1 2 4 } X
7* { } { 1 } { 1 2 } { 1 2 3 } X
8* { } { 1 } { 1 2 } { 1 2 4 } { 1 2 3 } X
9* { } { 1 } { 1 4 } { 1 2 } { 1 2 4 } { 1 2 3 } X
10* { } { 1 4 } { 1 2 4 } { 4 } X
11* { } { 1 } { 1 4 } { 1 2 4 } { 4 } X
12* { } { 1 } { 1 4 } { 1 2 } { 1 2 4 } { 4 } X
13* { } { 1 } { 1 4 } { 1 2 } { 1 2 4 } { 1 2 3 } { 4 } X

```

I { 1, 2, 3, 4 } のトポロジー

```

10 DIM A(15,15),B(15,15),C(15,15),A(4),C(15):H=1
20 FOR J1=1 TO 4:A(J1,J1)=1:NEXT J1:G=4
30 FOR J2=2 TO 4:FOR J1=1 TO J2-1:G=G+1:A(G,J1)=1:A(G,J2)=1:NEXT J1,J2
40 FOR J3=3 TO 4:FOR J2=2 TO J3-1:FOR J1=1 TO J2-1
50 G=G+1:A(G,J1)=1:A(G,J2)=1:A(G,J3)=1:NEXT J1,J2,J3
60 G=G+1:FOR N=1 TO 4:A(G,N)=1:NEXT N
65 PRINT G
70 FOR J=2 TO 14:FOR I=1 TO J-1
80 FOR N=1 TO 4:A(N)=A(I,N)*A(J,N):NEXT N
90 GOSUB 450:B(I,J)=M:B(J,I)=M
100 FOR N = 1 TO 4:A(N)=SGN(A(I,N)+A(J,N)):NEXT N
110 GOSUB 450:C(I,J)=M:C(J,I)=M
120 NEXT I,J
121 FOR I=1 TO 14:FOR J=1 TO 14
122 PRINT/P B(I,J);" ";:NEXT J
123 PRINT/P:NEXT I:PRINT/P:PRINT/P:PRINT/P:PRINT/P
124 FOR I=1 TO 14:FOR J=1 TO 14
125 PRINT/P C(I,J);" ";:NEXT J
126 PRINT/P:NEXT I:PRINT/P:PRINT/P:PRINT/P:PRINT/P:PRINT/P
128 PRINT/P "X=( 1 2 3 4)":PRINT/P:PRINT/P
130 PRINT/P " 1* ( ) X"
140 D=1:FOR J1=1 TO 14:C(1)=J1:GOSUB 580:NEXT J1
150 D=2:FOR J2=2 TO 14:FOR J1=1 TO J2-1
160 C(1)=J1:C(2)=J2:GOSUB 500:NEXT J1,J2
170 D=3:FOR J3=3 TO 14:FOR J2=2 TO J3-1:FOR J1=1 TO J2-1
180 C(1)=J1:C(2)=J2:C(3)=J3:GOSUB 500:NEXT J1,J2,J3
190 D=4:FOR J4=4 TO 14:FOR J3=3 TO J4-1:FOR J2=2 TO J3-1:FOR J1=1 TO J2-1
200 C(1)=J1:C(2)=J2:C(3)=J3:C(4)=J4:GOSUB 500:NEXT J1,J2,J3,J4
210 D=5: FOR J5=5 TO 14:FOR J4=4 TO J5-1:FOR J3=3 TO J4-1:FOR J2=2 TO J3-1
220 FOR J1=1 TO J2-1:C(1)=J1:C(2)=J2:C(3)=J3:C(4)=J4:C(5)=J5:GOSUB 500
230 NEXT J1,J2,J3,J4,J5
240 D=6:FOR J6=6 TO 14:FOR J5=5 TO J6-1:FOR J4=4 TO J5-1:FOR J3=3 TO J4-1
250 FOR J2=2 TO J3-1:FOR J1=1 TO J2-1
260 C(1)=J1:C(2)=J2:C(3)=J3:C(4)=J4:C(5)=J5:C(6)=J6:GOSUB 500
270 NEXT J1,J2,J3,J4,J5,J6
280 D=7:FOR J7=7 TO 14:FOR J6=6 TO J7-1:FOR J5=5 TO J6-1:FOR J4=4 TO J5-1
290 FOR J3=3 TO J4-1:FOR J2=2 TO J3-1:FOR J1=1 TO J2-1
300 C(1)=J1:C(2)=J2:C(3)=J3:C(4)=J4:C(5)=J5:C(6)=J6:C(7)=J7:GOSUB 500
310 NEXT J1,J2,J3,J4,J5,J6,J7
320 D=8:FOR J8=8 TO 14:FOR J7=7 TO J8-1:FOR J6=6 TO J7-1:FOR J5=5 TO J6-1
330 FOR J4=4 TO J5-1:FOR J3=3 TO J4-1:FOR J2=2 TO J3-1:FOR J1=1 TO J2-1
340 C(1)=J1:C(2)=J2:C(3)=J3:C(4)=J4:C(5)=J5:C(6)=J6:C(7)=J7:C(8)=J8:GOSUB 500
345 NEXT J1,J2,J3,J4,J5,J6,J7,J8
350 D=9:FOR J9=9 TO 14:FOR J8=8 TO J9-1:FOR J7=7 TO J8-1:FOR J6=6 TO J7-1
360 FOR J5=5 TO J6-1:FOR J4=4 TO J5-1:FOR J3=3 TO J4-1:FOR J2=2 TO J3-1
370 FOR J1=1 TO J2-1
380 C(1)=J1:C(2)=J2:C(3)=J3:C(4)=J4:C(5)=J5:C(6)=J6:C(7)=J7:C(8)=J8:C(9)=J9
385 GOSUB 500:NEXT J1,J2,J3,J4,J5,J6,J7,J8,J9
390 D=10:FOR JA=10 TO 14:FOR J9=9 TO JA-1:FOR J8=8 TO J9-1:FOR J7=7 TO J8-1
395 FOR J6=6 TO J7-1:FOR J5=5 TO J6-1:FOR J4=4 TO J5-1:FOR J3=3 TO J4-1
397 FOR J2=2 TO J3-1:FOR J1=1 TO J2-1
400 C(1)=J1:C(2)=J2:C(3)=J3:C(4)=J4:C(5)=J5:C(6)=J6:C(7)=J7:C(8)=J8:C(9)=J9:C(10)=JA:GOSUB 500
410 NEXT J1,J2,J3,J4,J5,J6,J7,J8,J9,JA
420 D=14:FOR I=1 TO 14:C(I)=I:NEXT I:GOSUB 580
430 PRINT/P:PRINT/P TAB(70);TI$
440 PRINT/P:END
450 FOR M=0 TO 15:FOR N=1 TO 4
460 IF A(N)<>A(M,N) GOTO 480
470 NEXT N:RETURN
480 NEXT M
500 FOR K=2 TO D:FOR L=1 TO K-1
510 FOR M=0 TO D
520 IF B(C(L),C(K))=C(M) GOTO 540
530 NEXT M:RETURN
540 C(D+1)=15:FOR M=1 TO D+1
550 IF C(C(L),C(K))=C(M) GOTO 570
560 NEXT M:RETURN
570 NEXT L:NEXT K:GOSUB 580:RETURN
580 H=H+1:PRINT/P H;"* ( ) ";
590 FOR Q=1 TO D:PRINT/P "( ";
600 FOR R=1 TO 4
610 IF A(C(Q),R)<>0 THEN PRINT/P R;
620 NEXT R:PRINT/P " ) ";
630 NEXT Q:PRINT/P "X":RETURN

```


Ⅱ { 1, 2, 3 } のトポロジーから構成される { 1, 2, 3, 4 } のトポロジー

```

10 DIM A(8,4),B(15,4),C(91,2),A(4),C(8):H=0
15 TI$="000000"
20 A=0:FOR J=2 TO 14:FOR I=1 TO J-1
30 A=A+1:C(A,1)=I:C(A,2)=J:NEXT I,J
40 FOR I=1 TO 8:FOR J=1 TO 4:READ A(I,J)
45 IF A(I,J)=9 THEN A=I-2:C=INT(3^A):D=INT(2^A):PRINT/P A;C;D:PRINT/P:GOTO 60
50 NEXT J,I
60 FOR I=0 TO 1:C(1)=0:C(A+1)=I
61 IF A=1 GOTO 65
62 FOR L=2 TO A:C(L)=1:NEXT L
65 FOR J=1 TO C:C(1)=C(1)+1:FOR K=1 TO A
70 IF C(K)=4 THEN C(K)=1:C(K+1)=C(K+1)+1
75 NEXT K:G=0:GOSUB 410
80 GOSUB 200
90 NEXT J,I
100 FOR I=0 TO 1:C(1)=1:C(A+1)=I
101 IF A=1 GOTO 105
102 FOR L=2 TO A:C(L)=2:NEXT L
105 FOR J=1 TO D:C(1)=C(1)+1:FOR K=1 TO A
110 IF C(K)=4 THEN C(K)=2:C(K+1)=C(K+1)+1
115 NEXT K:G=0:GOSUB 410
120 GOSUB 515
125 GOSUB 200
130 NEXT J,I
135 PRINT/P:PRINT/P TAB(70);TI$
140 PRINT/P:END
200 F=1:FOR M=1 TO G*(G-1)/2
215 S=C(M,1):T=C(M,2):B=0:FOR N=1 TO 4
220 A(N)=B(S,N)*B(T,N):B=B+A(N):NEXT N
225 IF B=0 GOTO 250
230 GOSUB 300
240 IF P=0 THEN RETURN
250 B=0:FOR N=1 TO 4
260 A(N)=SGN(B(S,N)+B(T,N)):B=B+A(N):NEXT N
265 IF B=4 GOTO 290
270 GOSUB 300
280 IF P=0 THEN RETURN
290 NEXT M:GOSUB 350:RETURN
300 FOR E=1 TO G:FOR F=1 TO 4
320 IF A(F)<>B(E,F) GOTO 340
330 NEXT F:P=1:RETURN
340 NEXT E:P=0:RETURN
350 H=H+1:PRINT/P H:"* ( ) ";
360 FOR Q=1 TO G:PRINT/P "C";
370 FOR R=1 TO 4
380 IF B(Q,R)<>0 THEN PRINT/P R;
390 NEXT R:PRINT/P " } ";
400 NEXT Q:PRINT/P "X":RETURN
410 FOR K=1 TO A+1
420 IF C(K)=1 THEN GOSUB 450:GOTO 440
430 IF C(K)=2 THEN GOSUB 470:GOTO 440
435 IF C(K)=3 THEN GOSUB 490
440 NEXT K:RETURN
450 G=G+1:FOR N=1 TO 4
460 B(G,N)=A(K,N):NEXT N:RETURN
470 G=G+1:FOR N=1 TO 4
480 B(G,N)=A(K,N):NEXT N:B(G,4)=1:RETURN
490 G=G+1:FOR N=1 TO 4
500 B(G,N)=A(K,N):B(G+1,N)=A(K,N):NEXT N
510 B(G+1,4)=1:G=G+1:RETURN
515 G=G+1:FOR N=1 TO 3:B(G,N)=0:NEXT N:B(G,4)=1:RETURN
520 DATA 1,0,0,0,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,1,0,9

```

表5 Xのトポロジー

X=(1 2 3 4)

- 1* () X
- 2* () (1) X
- 3* () (2) X
- 4* () (3) X
- 5* () (4) X
- 6* () (1 2) X
- 7* () (1 3) X
- 8* () (2 3) X
- 9* () (1 4) X
- 10* () (2 4) X
- 11* () (3 4) X
- 12* () (1 2 3) X
- 13* () (1 2 4) X
- 14* () (1 3 4) X
- 15* () (2 3 4) X
- 16* () (1) (1 2) X
- 17* () (2) (1 2) X
- 18* () (1) (1 3) X
- 19* () (3) (1 3) X
- 20* () (2) (2 3) X

-
- 350* () (1) (3) (4) (1 3) (2 3) (1 4) (3 4) (1 2 3) (1 3 4) (2 3 4) X
 - 351* () (2) (3) (4) (1 3) (2 3) (2 4) (3 4) (1 2 3) (1 3 4) (2 3 4) X
 - 352* () (1) (2) (4) (1 2) (1 4) (2 4) (3 4) (1 2 4) (1 3 4) (2 3 4) X
 - 353* () (1) (3) (4) (1 3) (1 4) (2 4) (3 4) (1 2 4) (1 3 4) (2 3 4) X
 - 354* () (2) (3) (4) (2 3) (1 4) (2 4) (3 4) (1 2 4) (1 3 4) (2 3 4) X
 - 355* () (1) (2) (3) (4) (1 2) (1 3) (2 3) (1 4) (2 4) (3 4) (1 2 3) (1 2 4) (1 3 4) (2 3 4) X

011248

表6 { 1, 2, 3, 4 }のべき集合から構成されるトポロジー対応表

DATA 1 2 3 4 1 2 1 3 2 3 1 4 2 4 3 4 1 2 3 1 2 4 1 3
 A= 14 C= 4782969 D= 16384

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1* | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 |
| 2* | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 |
| 3* | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 |
| 4* | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 5* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6* | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 |
| 7* | 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 8* | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 1 |
| 9* | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 |
| 10* | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 |
| 11* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 1 |
| 12* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 |
| 13* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 |
| 14* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 |
| 15* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 |
| 16* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 17* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 |
| 18* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 |
| 19* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 |
| 20* | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 21* | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 22* | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 23* | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 24* | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 25* | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 26* | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 27* | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 28* | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 29* | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 30* | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 31* | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 32* | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 0 |
| 33* | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 0 |
| 34* | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 0 |
| 35* | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 |

001925

参 考 文 献

1. McCarthy, J *LISP 1.5 Programmer's Manual*, The M. I. T. Press, 1962
2. 第 15 回数学教育論文発表会論文要項 (奈良教育大学) 1981
3. 数式処理と数学研究への応用 数理科学講究録 406

